

ISSN 2709-6238



# ВЕСТНИК

ФИЛИАЛА МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА  
В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ

*СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАУК*

# ПАЁМИ

ФИЛИАЛИ ДОНИШГОҶИ ДАВЛАТИИ МОСКВА  
БА НОМИ М.В. ЛОМОНОСОВ  
ДАР ШАҲРИ ДУШАНБЕ

*БАХШИ ИЛМҶОИ ТАБИЙ ВА ЗАМИНШИНОСӢ*

**BULLETIN**  
OF LOMONOSOV MOSCOW STATE  
UNIVERSITY IN DUSHANBE

*NATURAL AND GEOLOGICAL SCIENCES SERIES*

**Том 1, № 1(53) 2026**

*ISSN 2709-6238*

# **В Е С Т Н И К**

**ФИЛИАЛА МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА  
В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ**

*СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАУК*

# **П А Ё М И**

**ФИЛИАЛИ ДОНИШГОҶИ ДАВЛАТИИ МОСКВА  
БА НОМИ М.В. ЛОМОНОСОВ ДАР ШАҲРИ ДУШАНБЕ**

*БАҲШИ ИЛМҶОИ ТАБИЙ ВА ЗАМИНШИНОСӢ*

# **B U L L E T I N**

**OF LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY  
IN DUSHANBE**

*NATURAL AND GEOLOGICAL SCIENCES SERIES*

**Том 1, № 1(53) 2026**

**ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ  
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ОСНОВАН В 2016 ГОДУ**

**ФИЛИАЛИ ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ МОСКВА  
БА НОМИ М.В. ЛОМОНОСОВ ДАР ШАҲРИ ДУШАНБЕ  
МАЧАЛЛАИ ИЛМӢ СОЛИ 2016 ТАЪСИС ЁФТААСТ**

**LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY IN DUSHANBE  
ACADEMIC JOURNAL FOUNDED IN 2016**

**Редакционный совет:**

Садовничий Виктор Антонович – доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН; Трофимов Сергей Викторович – кандидат социологических наук, доцент; Файзализода Бахрулло Файзали – доктор педагогических наук, профессор; Илолов Мамадшо – доктор физико-математических наук, профессор, академик НАНТ, Диноршоҳ Азиз Мусо – доктор юридических наук, профессор.

Журнал включён в список рецензируемых журналов  
ВАК при Президенте Республики Таджикистан, РИНЦ (Elibrary.ru)

**Редакционная коллегия:**

**Главный редактор:** Файзализода Бахрулло Файзали – доктор педагогических наук, профессор  
**Заместитель главного редактора:** Умарова Татьяна Мухсиновна – доктор технических наук, доцент

**Члены редколлегии:**

**Чубариков Владимир Николаевич** – доктор физико-математических наук, профессор  
**Кнотько Александр Валерьевич** – доктор химических наук, профессор  
**Ерёмин Николай Николаевич** – доктор химических наук, член-корреспондент РАН  
**Пушаровский Дмитрий Юрьевич** – доктор геолого-минералогических наук, профессор  
**Фарход Рахими** – доктор физико – математических наук, профессор, академик НАНТ  
**Илолов Мамадшо** – доктор физико-математических наук, профессор, академик НАНТ  
**Шабозов Мирганд Шабозович** – доктор физико-математических наук, профессор  
**Рахмонов Зарулло Хусейнович** – доктор физико-математических наук, профессор  
**Халиков Джурабой Халикович** – доктор химических наук, профессор, академик НАНТ  
**Саидов Мирзо Сухбатуллоевич** – доктор геолого-минералогических наук, профессор  
**Умарова Татьяна Мухсиновна** – доктор технических наук, доцент  
**Салихов Фарид Салохиддинович** – доктор геолого-минералогических наук, доцент  
**Реймерс Алексей Николаевич** – кандидат геолого-минералогических наук, доцент  
**Демидович Павел Николаевич** – кандидат физико-математических наук, доцент  
**Казиджанова Нодира Марифатовна** – кандидат технических наук, доцент  
**Одинабеков Джасур Музофирович** – кандидат физико-математических наук, доцент  
**Широков Владимир Николаевич** – кандидат геолого-минералогических наук, доцент

*В журнале статьи печатаются на русском, таджикском и английском языках.  
Дар маҷалла мақолаҳо бо забонҳои русӣ, тоҷикӣ ва англисӣ нашр мешаванд.*

## СОДЕРЖАНИЕ – МУНДАРИЧА

### МАТЕМАТИКА

АМСИЛАҲОИ БРИЧЕС ВА ШОТТЕР ДАР ТАСВИРИ ДИНАМИКАИ АФЗОИШИ ВАЗНИ ЗИНДАИ МУРҒИ МАРҶОН Комилиён Ф.С., Солихзода Д.И.....	5
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МОЛЕКУЛЯРНОГО ДОКИНГА Курбонов С.С. ....	21
МНОГООБРАЗИЕ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНОГО ТИПА В ВИДЕ ОБОБЩЁННЫХ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ Мирзоев С.С. ....	39
О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ АБСОЛЮТНОЙ СХОДИМОСТИ ДВОЙНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ С МАЛЫМИ ПРОПУСКАМИ Талбакзода Ф.М.....	47
ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ИНТЕГРО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРИДИНАМИКИ Юлдашева А.В. ....	73

### ХИМИЯ

СИНТЕЗ НОВЫХ НАНО ОКСИДОВ НА БАЗЕ ПНИКТИДОВ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ИЗУЧЕНИЕ ИХ ТОКСИКОЛОГИИ Абдусалямова М.Н., Рахимов И.Ф., Махмудов Ф.А. ....	81
SYNTHESIS, INVESTIGATION AND TOXICITY OF NANOCRYSTALLINE POWDER OF GADOLINIUM OXIDE M.N. Abdusalyamova, S.S. Barotov, F.A. Makhmudov .....	91
СИНТЕЗ И ИЗУЧЕНИЕ НОВЫХ ПРОИЗВОДНЫХ АМИНОКИСЛОТ, ПЕПТИДОВ, НОРАДРЕНАЛИНА С ЭПИХЛОРГИДРИНОМ Кабирзода З.О., Якубов Н.Т., Бахтиёр Р., Раджабзода С.И.....	104
ҲАЛШАВАНДАГИИ СИСТЕМАИ $K^+$ , $Ca^{2+}$ , $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$ БАРОИ ҲАРОРАТИ $0^\circ C$ Мухторов П.А., Усмонов М.Б., Умаралии С.....	119
ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ И РАСТВОРИМОСТЬ В СИСТЕМЕ $Na$ , $Ca/SO_4$ , $F-H_2O$ ПРИ $75^\circ C$ Усмонов М.Б. ....	135
ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ НА МЕСТОРОЖДЕНИИ «ИСТИКЛОЛ» (ТИОСУЛЬФАТНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ) Холов Х.И., Шарифбоев Н.Т., Самихзода Ш.Р. ....	147

## Г Е О Л О Г И Я

КОНЦЕНТРАЦИЯ ТЯЖЁЛЫХ МЕТАЛЛОВ В ПРОБАХ ПЫЛИ И ПОЧВ МОРЕНЫ ЛЕДНИКА  
ЗУЛМАРТ, ВОСТОЧНЫЙ ПАМИР

**Давлятова А.Х., Шерализода Н.Ш., Абдуллозода С.Ф., Кабутов Х.К. ....170**

GEOCHEMICAL AND MINERALOGICAL CHARACTERISTICS OF PHOSPHORITES FROM  
THE SOUTHERN SLOPE OF THE GISSAR RANGE AND THEIR INTEGRATED PROCESSING

**Kabgov H.B., Makhmudov F.A., Habibulloev S.S., Shaimardanov E.N. ....182**

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПАСНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГОРОДЕ ХОРОГ  
(ГБАО, ТАДЖИКИСТАН)

**Магдиев М.М. ....192**

ОЦЕНКА ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ  
СТРОИТЕЛЬСТВА МОСТА ЧЕРЕЗ Р. СУРХОБ (НУРАБАДСКИЙ РАЙОН, РЕСПУБЛИКА  
ТАДЖИКИСТАН)

**Магдиев М.М., Джаборова Ш.Д. ....205**

ОБЗОРНАЯ ОЦЕНКА ПРОЯВЛЕНИЯ ЭКЗОГЕННЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
ЗАПАДНОГО И ВОСТОЧНОГО ПАМИРА

**Саидзода С.М. ....213**

РАЗРАБОТКА ОСНОВ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫМИ  
ЭМИССИОННЫМИ ПОТОКАМИ В РАЙОНАХ ЗАХОРОНЕНИЯ ТВЁРДЫХ БЫТОВЫХ  
ОТХОДОВ

**Саидзода С.М. ....224**

**ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ .....240**

УДК 519.8+338.431(575.3)

## АМСИЛАҲОИ БРИЧЕС ВА ПЮТТЕР ДАР ТАСВИРИ ДИНАМИКАИ АФЗОИШИ ВАЗНИ ЗИНДАИ МУРҒИ МАРҶОН

**Комилиён Ф.С., Солихзода Д.И.**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Таҳқиқот ба тасвир ба тасвир ва таҳлили раванди вазнгирии синнусолии мурғи марҷон бахшида шудааст. Барои амалишавии ин мақсад дар он имконоти таҳлилӣ ва татбиқшавандагии ду амсилаи математикии маъруф (Бричес ва Пюттер) мавриди таҳқиқ қарор дода шудааст. Таҳлилҳои математику биологӣ собит сохтанд, амсилаи Пюттер нисбат ба амсилаи Бричес дорои арзишҳои беитари таҳлилӣ ва татбиқшавандагӣ мебошад.

*Калидвожаҳо:* амсилаи математикии Бричес, амсилаи математикии Пюттер, мурғи марҷон, зот, динамикаи афзоиши, вазни зинда, тасвир, тавсиф, таҳлил, таҳқиқ, пешгӯӣ.

**Муқаддима.** Таҳлили адабиёти илмии марбут ба амсиласозии динамикаи афзоиши массаи биологии фардҳои популятсияи парандаҳо аз он шаҳодат медиҳад, ки дар қатори амсилаҳои маъруфи Берталанффи [1, 2], Меншуткин [3] ва дигар муҳаққиқони моҳир, амсилаҳои математикии Бричес ва Пюттер [2; 4] низ мавқеи хосса ишғол кардаанд.

Мо дар ин таҳқиқот тасмим гирифтем, ки барои омӯзиш, муайянкунӣ, пешгӯӣ ва арзёбии хусусияту тамоюлоти рушди динамикаи синнусолии афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон маҳз ҳамин амсилаҳои математикии Бричес ва Пюттерро мавриди таҳлили амиқ қарор диҳем.

Ҳамчунин, мо дар раванди таҳқиқот аз амсилаҳои математикии барои рушди соҳаи моҳипарварӣ эҷоднамудаи худ [1; 5-8] низ истифода хоҳем бурд. Амсиласозӣ моро мутмаъин сохт, ки муҳимтарин равандҳои мубодилаи моддаҳо, энергия ва иттилоот дар кулли системаҳои биологӣ тақрибан якхела амалӣ мешаванд [9-13].

**Амсилаи Бричес ва мушкилоти он.** Намуди иқтибосии амсилаи математикии Т. Бричес, ки дар ҳисоббарориҳои ададӣ ва сохтани тасвири графикаи динамикаи рушди вазни зиндаи мурғони хонагии кроссҳои «Хайсекс браун» ва «Ломанн браун» истифода шудааст, чунин аст [4]:

$$M(t) = \bar{M} \cdot [1 - \exp(-u \cdot t\vartheta)], \bar{M} = \frac{M_{max}}{0,95}. \quad (1)$$

Дар робита ба ҳалли масъалаи таҳқиқотии мо (тасвир ва таҳлили динамикаи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон) ишораҳои амсилавии (1) ба маънии зайл истифода шудаанд:  $M_{max}$  – вазни зиндаи максималии имконпазир барои мурғи марҷони зоти сафеди синапахн дар давраи балоғат,  $\bar{M}$  – ҳиссаи ташаккули тадриҷии вазни зиндаи миёнаи он (фоиз аз вазни максималӣ  $M_{max}$ ),  $u$  – параметри инкишофи экспоненциалӣ (суръати ташаккулёбии вазни зинда) ва  $\vartheta$  – параметри инкишофи кинетикӣ (вусъатёбии суръати афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷони зоти мазкур дар марҳилаи мобайнии парвариш).

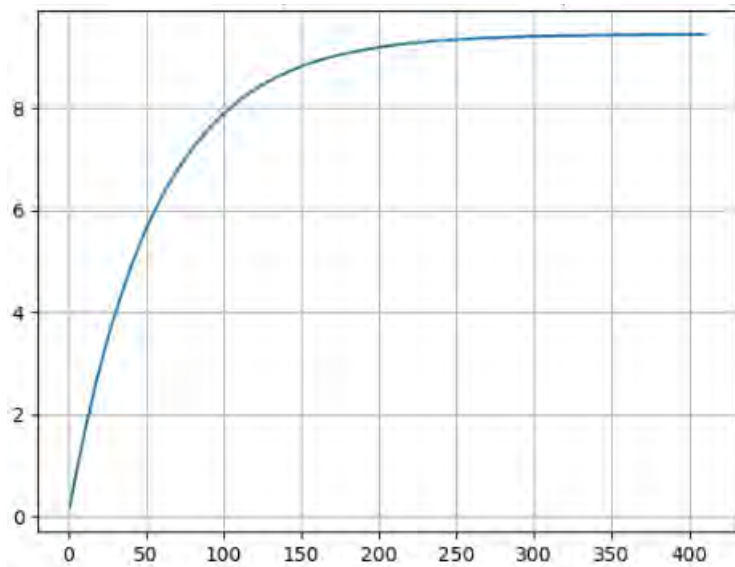
Айнан ба мисли раванди татбиқи амсилаи математикии иқтибосии  $s$ -шакли Л. фон Берталанффи  $M(t) = M_{\infty} \cdot [\exp(-\beta \cdot t + \alpha)]^s$  ( $M(t)$  – қимати вазни зинда дар лаҳзаи вақти  $t \in [t_0; t_{max}]$ ,  $M_{\infty}$  – асимптотай вазн,  $\alpha$  ва  $\beta$  – параметрҳои амсила,  $s = 3$ ), мо зимни ҳалли компютери масъалаи таҳқиқотӣ бо истифода аз амсилаи иқтибосии Т.С. Бричес [4] низ, бо натиҷаҳои ҳосилшуда таҳлилҳои математикӣ ва биологӣ гузаронидем. Таҳлилҳои баргузоршуда ночуриҳои муайяни муносибатҳои математикиро дар маънидодкунии ҷиҳатҳои биологии натиҷаҳои компютери бадастомадаи амсила ошкор сохтанд.

Масалан, таҳлили математикии сохтор ва намуди функционалии амсила собит сохт, ки тибқи баробарқуввагии ифодаҳои математикии  $\exp(-u \cdot t\vartheta)$  ва  $\exp[(-u\vartheta)t]$ , аргументи функсияи экспонента аз рӯйи  $t$  хаттӣ мебошад. Дар ин маврид, қимати параметри  $\vartheta$  ба шакли қачхати графикаи функсия ягон таъсир расонида наметавонад. Мавҷудияти он танҳо ба қимати додашудаи параметри  $u$  таъсият мебахшад, ки ин арзиши татбиқии амсилаи Бричесро вобаста ба

арзёбии тамоюли динамикаи синнусолии афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон коҳиш медиҳад ва амали онро ба амали одии афзоиш аз рӯи экспонента табдил медиҳаду халос:  $M(t) = \bar{M} \cdot [1 - \exp(-kt)]$ ,  $k = u\vartheta$ .

Тасвири графикаи функцияи иқтибосии Т.С. Бричес барои қиматҳои таҷрибавию амсилавии мурғи марҷони зоти сафеди синапахн:  $1 \leq t \leq 410$ ;  $M_{max} = 8.98$ ;  $\bar{M} = \frac{M_{max}}{0.95} \approx 9.45$ ;  $u = 0,015$  ва  $\vartheta = 1.2$  дар расми 1 инъикос ёфтааст [14-15].

Мушкилоти биологӣ намуди иқтибосии амсилаи Бричес, аввалан, дар он равшан мегардад, ки гарчанде қачхати графикаи он ба таври монотонӣ афзояд (расми 1) ҳам, дар он фазаи алоҳидаи инкишофи кинетикии вазни зиндаи мурғи марҷон дида намешавад.



**Расми 1.** Графикаи амсилаи математикии иқтибосии Т. Бричес [4]  
оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон

Дуюм, дар марҳилаи мобайнии парвариши мурғи марҷон мавҷудияти унсури афзоиши босуръат эҳсос карда намешавад.

Сеюм, дар намуди мазкури амсила параметри инкишофи кинетикии вазни зиндаи мурғи марҷон  $\vartheta$  маънӣ ва арзишҳои биологиро физикии худро аз даст додааст.

Чорум, динамикаи афзоиши вазни зинда бисёр сода инъикос ёфтааст (ҳолати он аз ҳамин гуна тасвири амсилаи дараҷавӣ низ «бадтар» аст), ки ба тасвири воқеии афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон тамоман мувофиқат намекунад ва ғайра.

Аз ин рӯ, мо намуди иқтибосии амсилаи Бричес ( $M(t) = \bar{M} \cdot [1 - \exp(-u \cdot t^\vartheta)]$ )-ро низ ба мисли амсилаи такмилдодашудаи Берталанффи ( $M(t) = M_\infty \cdot [1 - \exp(-\beta \cdot t + \alpha)]^s, \beta > 0$ ) тибқи талабот ва хусусиятҳои масъалаи таҳқиқотӣ тағйир додем ва онро бо ҳадафҳои таҳқиқотӣ мутобиқ гардонидем. Пас аз такмилёбӣ амсилаи Бричес ба худ намуди ғайрихаттиро касб кард:

$$M(t) = \bar{M} \cdot [1 - \exp(-u \cdot t^\vartheta)], \bar{M} = \frac{M_{max}}{0,95}. \quad (2)$$

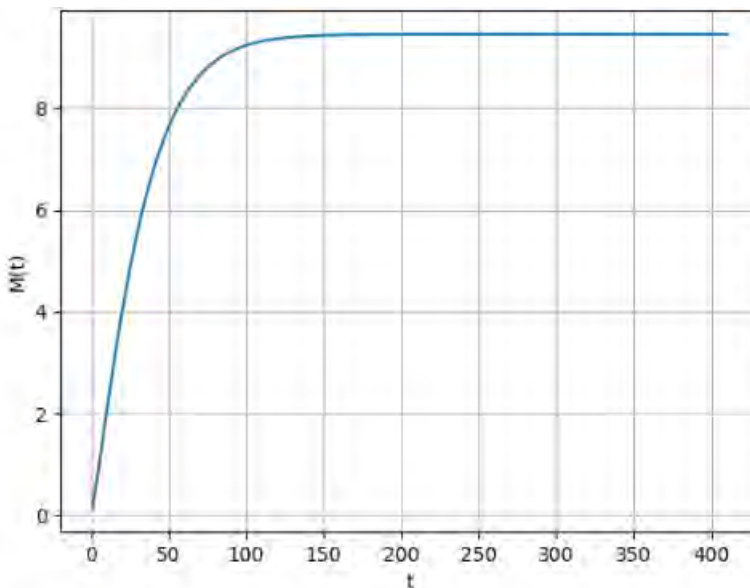
Дар марҳилаҳои баъдии таҳқиқоти мазкур бо мақсади таҳлил ва пешгӯии динамикаи вазни зиндаи (маҳсулнокии) мурғи марҷони зоти сафеди синапахн маҳз ҳамин амсилаи математикии аз тарафи мо такмилдодашудаи Т.С. Бричес (2) корбарӣ шудааст.

Намуди такмилёфтаи амсилаи математикии Бричес (2) аз нигоҳи биологӣ воқеияти мавҷудаи амалияи мурғимарҷонпарвариро дуруст инъикос карда метавонад. Дар он шакли дараҷавии аргументи функсияи экспоненсиалӣ  $ut^\vartheta$  татбиқ ёфтааст, ки он  $[\exp(-u \cdot t^\vartheta)]$  кинетикаи афзоиши синнусолии вазни зинда ва фазаи босуръати ташаккулёбии массаи биологиро дар қисми миёнаи онтогенез тавсиф карда метавонад. Дар ҳолати  $\vartheta > 1$  будан, функсияи такмилёфтаи Бричес вобастагии синнусолии суръати афзоиши кинетикии вазни зиндаро аз ҷиҳати математикию биологӣ амсиласозӣ мекунад.

Дар расми 2 графикаи функсияи такмилёфтаи Т.С. Бричес барои муаррифии қиматҳои амсилавии  $t_0 = 1$ ;  $t_{max} = 410$ ;  $M_{max} = 8.98$ ;  $\bar{M} = \frac{M_{max}}{0,95} \approx 9.45$ ;  $u =$

0.015;  $\vartheta = 1.2$  ва фосилаи вақти парвариши мурғи марҷони зоти сафеди синапахн  $1 \leq t \leq 410$  инъикос ёфтааст.

Аз тасвири графикаи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷони зоти сафеди синапахн (тамоюли рушди логистикӣ) баръало дида мешавад, ки қачхати график бо маълумоти эксперименталӣ оид ба динамикаи вазни зиндаи мурғи марҷони навъи мазкур пурра мувофиқат мекунад [14, 15].



**Расми 2.** Графикаи амсилаи математикии такмилёфтаи Т. Бричес оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон

Тибқи иттилооти графикӣ раванди вазнгирии мурғи марҷон дар синну соли барвақтии он суғҳ чараён гирифта, дар марҳилаи мобайнии парвариш суръати ин раванд вусъат меёбад. Ташаккулёбии тадриҷии вазни пурраи миёнаи он (8.531 кг) дар гирду атрофи қимати  $\bar{M} \approx 9.45$  ба вучуд меояд, ки он тақрибан 95 фоизи вазни зиндаи максималии ( $M_{max} = 8.98$  кг) мурғи марҷонро ташкил медиҳад. Шурӯъ аз нуқтаи мазкури марҳилаи мобайнӣ то интиҳои марҳилаи парвариш вазни зиндаи мурғи марҷон дигар афзоиш наёфта, бо қимати доимии худ боқӣ мемонад.

Натиҷаҳои компютериҳои ҳосилшуда бо ёрии рамзҳои барномавии зерини забони барномасозии Python ба даст омадаанд:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Муайянкунии фосилаи парвариши мурғи марҷон
t0 = 1
t_max = 410
t = np.linspace(t0, t_max, 400)
# Қимати параметрҳои додасуда
M_max = 8.98
M_bar = M_max / 0.95 # Асимптотаи вазни миёнаи биологӣ
# Параметрҳои афзоиши вазни зинда
theta = 1.2 # Нишондиҳандаи афзоиши кинетикӣ
u = 0.015 # Нишондиҳандаи афзоиши экспоненсиалӣ
# Функсияи Т. Бричес
M = M_bar * (1 - np.exp(-u * (t ** theta)))
# Маҳдудиятҳои биологӣ
M[M < 0] = 0
M[M > M_bar] = M_bar
# Раванди графиксозӣ
plt.figure()
plt.plot(t, M)
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("M(t)")
plt.title("Афзоиши бричесии вазни зиндаи мурғи марҷон")
plt.grid(True)
plt.show()
```

*Амсилаи математикии Пюттер.* Намуди иқтибосии амсилаи математикии А. Пюттер низ, ки он ҳам ба мисли амсилаи Бричес дар ҳисобкунии динамикаи рушди вазни зиндаи мурғони хонагии кроссҳои «Хайсекс браун» ва «Ломанн браун» истифода шудааст, дар манбаъ [4] дар шакли зайл пешниҳод гардидааст:

$$M(t) = \frac{M_{max}}{1 - \exp[\eta(t + \gamma)^p]}. \quad (3)$$

Амсилаи А. Пюттер «амсилаи математикӣ бо суръати тағйирёбандаи коҳишёбии афзоиш» ном дошта, асосан дар пешбини динамикаи вазнгирии организмҳо зимни ғизоидиҳои оптимизатсионӣ истифода мешавад. Дар адабиёти илмӣ амсилаи мазкурро баъзан ҳамчун амсилаи умумикардашудаи В. Вейбулл ё шакли махсуси амсилаи Т. Бричес низ ном мебаранд.

Мо зимни баргузории таҳқиқот барои осонии корбарӣ намуди иқтибосии амсилаи А. Пюттерро (3) ба намуди ба он баробарқувваи зерин табдил додем:

$$M(t) = M_{max} \cdot (1 - \exp[-\eta(t + \gamma)^p]). \quad (4)$$

Дар ин маврид, параметрҳои амсилаи (4) барои масъалаи таҳқиқотӣ ба таври зайл маънидод карда мешаванд:

$M_{max}$  – асимптота ё ҳадди максималии афзоиши вазни зиндаи индивиди мурғи марҷон, ки метавонад аз нигоҳи назариявӣ ба он доро бошад;

$\eta$  – коэффитсиенти шиддат (микёс), муайян мекунад, ки то кадом андоза қачхати график ба асимптотайи вазни зинда наздик мешавад;

$\gamma$  – параметри лағжиши вақтӣ, имконият медиҳад, ки афзоиши вазни зинда на аз лаҳзаи  $t = 0$ , балки бо каме дермонӣ амалӣ шавад;

$p$  – параметри шакл: дар ҳолати  $p = 1$  будан, амсила ба функсияи одии экспоненсиалӣ ва зимни  $p > 1$  будан, ба функсияи s-шакл табдил меёбад, ки хосси организмҳои бисёрҳучайра (дар ибтидо афзоиши суст, дар мобайн шиддатнок, дар интиҳо хомӯшшаванда) мебошад;

$M(t)$  – қимати вазни зиндаи мурғи марҷон дар лаҳзаи вақти додашудаи парвариш  $t \in [t_0; t_{max}]$ .

Технологияи муайянкунӣ ва интихоби қимати параметрҳо  $(\gamma, \eta, p)$ -и амсилаи А. Пюттер мутобиқи афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон дар фосилаи вақти парвариши  $1 \leq t \leq 410$  ва ҳадди максималии афзоиши вазни зиндаи он  $M_{max} = 8.98$  кг чунин ба роҳ монда шудааст:

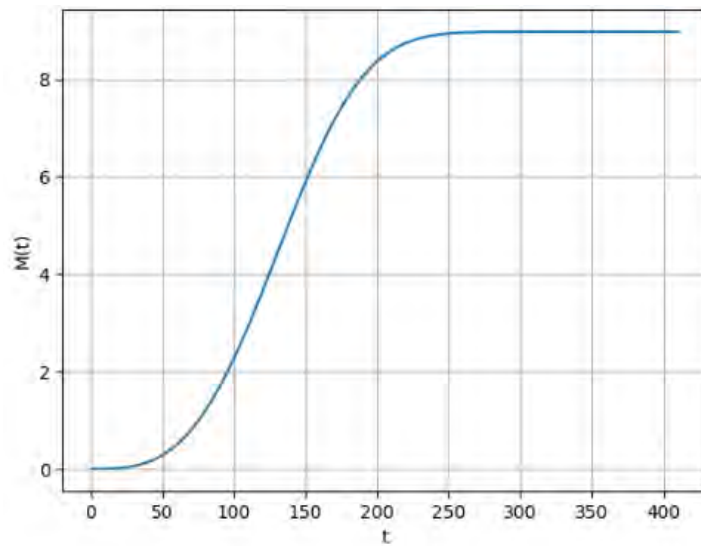
Параметри шакл  $p$  дар амсилаи Пюттер барои муайянкунии дараҷаи қатшавии графикаи функсия (нуқтаи қатшавӣ) масъул аст. Барои мурғи марҷон, ки афзоиши шиддатноки вазни зиндаи он ба нимаи аввали ҳаёташ рост омада, дар рӯзҳои 250-400-уми марҳилаи парвариш суръати афзоиши он якбора коҳиш меёбад, қимати  $p$  маъмулан дар фосилаи ададии  $[2.5 \div 4.0]$  меҳобад. Барои аппроксиматсияи амиқи вазни зиндаи 8.98 кг дар 410 шабонарӯз, қимати  $p = 3.21$  қабул карда шудааст [14, 15].

Параметри лағжиши вақтӣ  $\gamma$  синну соли оғози вазнгирии фаёли мурғи марҷонро танзим менамояд. Азбаски дар рӯзи якуми ҳаёти мурғи марҷон  $t = 1$  вазни зиндаи он  $M(1) \neq 0$  аст, қимати  $\gamma$  бояд тарзе муайян карда шавад, ки  $M(1) \approx 0.0582 - 0.0637$  кг бошад. Барои қиматҳои мазкури вазни зинда қиматҳои имконпазири  $\gamma$  метавонанд дар фосилаи ададии  $[-0.05 \div 0.10]$  хобанд. Аммо, бо сабаби  $M(1) \neq 0$  будан, қимати  $\gamma = 0$  ҳисоб карда мешавад.

Коэффитсиенти шиддат  $\eta$  пайвандгари байни омили вақт  $t$  ва фатҳи қимати максималии вазни зиндаи мурғи марҷон  $M_{max}$  мебошад. Азбаски тибқи маълумоти таҷрибавӣ дар интиҳои марҳилаи парвариш  $t_{max} = 410$  бояд қимати вазни зиндаи мурғи марҷон  $M_{max} = 8.98$  кг бошад, пас моро мебояд муодилаи заруриро нисбат  $\eta$  ҳал кунем. Тибқи ҳисоббарориҳо барои фатҳи вазни 9.98 кг қимати  $\eta$  бояд аз фосилаи ададии  $[0.005 \div 0.008]$  қабул карда шавад. Барои ҳолати мо  $\eta = 0.0068$  аст.

Дар расми 3 графикаи функсияи Пюттер тасвир ёфтааст. Дида мешавад, ки қатҳати график  $s$ -шакл буда, дар фосилаи вақти парвариш  $1 \leq t \leq 410$  барои қимати  $M_{max} = 8.98$  ва қиматҳои  $\gamma = 0$ ;  $\eta = 0.0068$ ;  $p = 3.21$  он тамоюли афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро комилан дуруст инъикос менамояд.

Дар ибтидои марҳилаи парвариш, рӯзҳои  $t \approx 1 - 70$ , афзоиши сусти вазни зинда ба чашм мерасад, ки он ба давраи мутобиқшавӣ ва ташаккули устухонҳои мурғи марҷон мувофиқ аст. Дар рӯзҳои  $t \approx 120 - 200$  афзоиши шиддатноки вазни зинда ба амал меояд, ки он хосси афзоиши экспоненсиалии массаи мушакҳои мурғи марҷон мебошад. Маҳз дар ҳамин фосилаи вақти парвариш нуқтаи қатшавии графикаи функсия ҷойгир шудааст, ки он инъикосгари лаҳзаҳои вазнгирии шабонарӯзии мурғи марҷон аз рӯйи суръати максималӣ мебошад.



**Расми 3.** Графикаи амсилаи математикии А. Пюттер оид ба афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон

Дар рӯзҳои  $t > 250$  қатъи афзоиши вазни зинда ба вучуд омада, қачхати графикаи функсия тадриҷан ба асимптотаи вазн  $M_{max} = 8.98$  наздик мешавад.

Ҳисоббарориҳои компютерӣ нишон медиҳанд, ки мувофиқан ба қимати параметрҳои додашудаи амсилаи Пюттер мурғи марҷон тақрибан 95% массаи биологии умумии худро дар гирду атрофи рӯзи 180-уми марҳилаи парвариш соҳиб мешавад, пас аз он афзоиши вазни он суст ва баъдтар амалан қатъ мегардад. Ҳодисаи мазкур хосси амсилаи А. Пюттер мебошад, ки афзоиши вазни зинда бо ҳадди максималии он  $M_{max}$  маҳдуд аст.

Натиҷаҳои бадастомада динамикаи воқеии афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷони таҳқиқотиро дуруст инъикос мекунанд, ки тавассути рамзҳои барномавии зерини забони барномасозии Python ҳосил шудаанд:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Параметрҳои амсилаи математикии Пюттер
t0 = 1
t_max = 410
M_max = 8.98
gamma = 0.0
eta = 0.0068
p = 3.21
# Муайянкунии фосилаи вақти парвариши мурғи марҷон
t = np.linspace(t0, t_max, 400)
# Функцияи А. Пюттер
M = M_max * (1 - np.exp(-(eta * (t + gamma)) ** p))
# Графиксозӣ
plt.figure()
plt.plot(t, M)
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("M(t)")
plt.title("Афзоиши пюттерии вазни зиндаи мурғи марҷон")
plt.grid(True)
plt.show()
```

**Таҳлили қиёсии натиҷаҳои амсилаҳо.** Дар қадами навбатии таҳқиқот барои арзёбии раванди афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон бо истифода аз усули таҳлили қиёсӣ аз байни ду амсилаи математикии баррасишуда (Бричес ва Пюттер) барои се ҳолат амсилаи оптималӣ муайян карда шуд. Таҳлили қиёсии сохтори математикии

амсилаҳо ва қачхатҳои графики онҳо имкон доданд, ки вобаста ба дараҷаи татбиқшавандагии амсилаҳо дар тасвир, таҳлил, пешгӯӣ ва идоракунии раванди вазнгирии мурғи марҷон хулосаҳои арзишманд иброз карда шаванд.

a) Таҳлилҳои математикию биологӣ дар сохтори математикии варианти иқтибосии амсилаи Бриҷес  $M(t) = \bar{M} \cdot [1 - \exp(-u \cdot t^\vartheta)]$ ,  $\bar{M} = \frac{M_{max}}{0,95}$  ноҷуриҳои муайяни муносибатҳои математикиро ошкор сохтанд, ки ба маънидодкунии ҷиҳатҳои биологӣ натиҷаҳои амсилаи таъсир гузоштаанд. Ин ноҷуриҳо ба қачхати графики амсила (расми 1) интиқол ёфта, мувофиқан мушкilotи биологӣ (мавҷуд набудани фазаҳои инкишофи кинетикӣ ва афзоиши шиддатноки вазни зинда) ба бор овардаанд, ки дар натиҷа, имконияти татбиқшавандагии ин амсиларо зери шубҳа гузоштаанд.

b) Аз сохтори математикии варианти такмилёфтаи амсилаи Т.С. Бриҷес  $M(t) = \bar{M} \cdot [1 - \exp(-u \cdot t^\vartheta)]$ ,  $\bar{M} = \frac{M_{max}}{0,95}$  ва қачхати графики он (расми 2) равшан дида мешавад, ки он барои ҳисоббарориҳои амалӣ афзори комил буда, барои парвариши саноатии мурғи марҷон воситаи мувофиқи идоракунии мебошад. Маълумоти таҷрибавии мавҷудаи соҳаро дуруст инъикос карда метавонад. Мувофиқи хосиятҳои амсилаи мазкур вазни пурраи миёнаи мурғи марҷон (8.531 кг) дар атрофи қимати  $\bar{M} \approx 9.45$  (% аз  $M_{max}$ ) тадричан ташаккул меёбад, ки он ба 95% вазни максималии он ( $M_{max} = 8.98$  кг) баробар аст.

Аммо, гарчанде варианти мазкури амсилаи Бриҷес нисбат ба варианти иқтибосии он дорои бартариҳои қиёснашаванда бошад ҳам, он дар идоракунии раванди ташаккулёбии вазни зинда чандиряи баланд нишон дода наметавонад, ки ин аҳаммияти татбиқшавандагии онро каме коҳиш медиҳад.

c) Намуди қачхати графики амсилаи математикии А. Пюттер  $M(t) = M_{max} \cdot (1 - \exp[-\eta(t + \gamma)^p])$  бошад, s-шакли мураббаҷро менамояд (расми 3). Тибқи иттилооти графикӣ афзоиши вазни амсилавии мурғи марҷон  $M(t)$  дар зинаҳои гуногуни марҳилаи парвариш  $1 \leq t \leq 410$  маълумоти таҷрибавии

мувофикро оид ба вазни зиндаи воқеии он дуруст инъикос менамояд: оғози сушт → афзоиши шадид → наздикшавии тадриҷӣ ба вазни зиндаи максималӣ  $M_{max}$ .

Графики функцияи А. Пюттер нисбат ба нуқтаи қатшавии худ ғайри симметрӣ ҷойгир шудааст, ки бо динамикаи афзоиши воқеии мурғи марҷон бисёр мувофиқ мебошад. Параметрҳои амсилаи дорои маънои дурусти физиологӣ мебошанд. Онҳо мувофиқати беҳтарини визуалӣ ва биологии маълумоти таҷрибавиро инъикос карда метавонанд. Аз ин рӯ, амсилаи Пюттерро муътамадона барои корбурд ва ҳалли масъалаи таҳқиқотӣ афзори беҳтарини таҳлилӣ ҳисоб кардан мумкин аст.

Ҳамин тариқ, таҳлилҳои қиёсӣ нишон доданд, ки барои пешгӯӣ ва идоракунии раванди афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷон амсилаи математикии А. Пюттерро, ҳамчун афзори дорои қадмати s-шакли воқеии асимметрӣ, параметрҳои аз ҷиҳати физиологӣ тафсиршаванда, наздикшавии беҳтарин ба асимптотҳои массаи биологӣ ва инъикоси олии маълумоти таҷрибавӣ оид ба парвариши мурғи марҷон, амсилаи оптималӣ ҳисоб кардан мумкин аст.

**Хулосаҳои ҷамъбасти.** Таҳқиқот ба тасвир ва таҳлили раванди вазнгирии синусолии мурғи марҷон бахшида шудааст. Бо ин мақсад дар он имконоти таҳлили ду амсилаи математикии маъруф (Бриҷес ва Пюттер) мавриди таҳқиқ қарор дода шудааст. Амсилаи Бриҷес дар ду вариант санҷида шудааст: иқтибосӣ ва такмилёфта. Бо истифода аз усули таҳлили қиёсӣ аз байни ин амсилаҳо, вобаста ба муайянкунии дараҷаи татбиқшавандагӣ, амсилаи оптималӣ муайян карда шудааст.

Таҳлилҳои математикию биологӣ дар сохтори математикии варианти иқтибосии амсилаи Бриҷес баъзе нозуқиҳои муносибатҳои математикиро ошкор сохта, татбиқнашавандагии онро собит намуданд.

Таҳлилҳо нишон доданд, ки варианти такмилёфтаи амсилаи Бриҷес барои расидан ба ҳадафҳои таҳқиқотӣ афзори мукамал мебошад. Аммо, варианти мазкур дар идоракунии раванди ташаккулёбии вазни зиндаи чандирияти баланд

нишон дода натавонист, ки ин ҷиҳат ба арзиши татбиқшавандагии он бетаъсир намонд.

Таҳлилҳо инчунин нишон доданд, ки амсилаи математикии Пюттер афзоиши вазни зиндаи мурғи марҷонро дар зинаҳои гуногуни марҳилаи парвариш дуруст инъикос менамояд. Параметрҳои амсила дорои маънои дурусти физиологӣ буда, мувофиқати визуалӣ ва биологии маълумоти таҷрибавиро дар дараҷаи баланд инъикос карда метавонанд. Аз ин рӯ, маҳз амсилаи Пюттер ба сифати амсилаи оптималии таҳқиқотӣ қабул карда шуд.

### Адабиёт

1. Комилиён Ф.С. Амсиласозии компютери ҳаёти гулмоҳӣ дар бассейн / Ф.С. Комилиён, Ф.Т. Шамсов// – Душанбе: Ирфон, 2021. – 140 с. – EDN: IPOOTB.
2. Prasad Shiv. Mathematical model for annual egg production curves of chicken / Shiv Prasad, D.P. Singh // Indian J. of Poultry Science. 2008. Vol. 43. No. 3. P. 293-295.
3. Меншуткин В.В. Искусство моделирования (экология, физиология, эволюция) / В.В. Меншуткин. – СПб.: Петрозаводск, 2010. – 416 с.
4. Кучер Е.А. Математическое моделирование динамики роста и продуктивности кур кроссов «Хайсекс браун» и «Ломанн браун» / Е.А. Кучер, М.В. Пасечник // Технологический аудит и резервы производства. – 2016. – № 4/2 (30). – С. 38-44. – DOI: 10.15587/2312-8372.2016.72833.
5. Воинов А.А. Моделирование экосистемы водохранилищ реки Вахш / А.А. Воинов, Ф.С. Комилов. – Душанбе: ТаджикНИИНТИ, 1985. – 39 с. – EDN: HPLRRU.
6. Зайнудинов С.З. Разработка концептуальной модели экосистемы рыбоводного пруда и её исследование на качественную устойчивость / С.З. Зайнудинов, Ф.С. Комилов, С.Х. Мирзоев, Ф. Ақобирзода // Интерактивная наука. – 2016. – № 4. – С. 18-22. – EDN: WACTZB.

7. Комилиён Ф.С. Мушкилоти амсиласозии математикӣ ва компютериҳои экосистемаҳои маҳзанҳои обӣ дар Тоҷикистон ва арзёбии динамикаи захираҳои биологии онҳо / Ф.С. Комилиён // Паёми ДМТ. Бахши илмҳои иҷтимоӣ-иқтисодӣ ва ҷамъиятӣ. – 2023. – № 4-1. – С. 98-118. – EDN: TWXPOJ.
8. Комилов Ф.С. Выбор функции роста форели рыбоводной бассейновой системы для математического моделирования её отдельного этапа жизненного цикла / Ф.С. Комилов, Ф.Т. Шамсов // Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции. – 2019. – № 1 (45). – С. 37-42. – EDN: WJECML.
9. Bindya L.A. Mathematical Models for Egg Production in an Indian Colored Broiler Dam Line / L.A. Bindya, H.N.N. Murthy, M.R. Jayashanka, M.G. Govindaiah // International J. of Poultry Science. 2010. Vol. 9. No. 9. P. 916-919. – doi: 10.3923/ijps.2010.916.919.
10. Johnston S.A. A mechanistic, stochastic, population model of egg production / S.A. Johnston, R.M. Gous // British Poultry Science. 2007. Vol. 48. No. 2. P. 224-232. Doi: 10.1080/00071660701227493.
11. Глебова Ю.А. Модель прогнозування природної резистентності яєчних курей у ранньому онтогенезі / Ю.А. Глебова // Ефективне птахівництво. – 2010. – № 1. – С. 35-38.
12. Комилиён Ф.С. Мутобикқардони амсилаи математикии Мак-Миллан барои таҳқиқи сатҳи сертухмии мурғи марҷон / Ф.С. Комилиён, Д.И. Солиҳзода, И.М. Саидзода // Илм ва инноватсия. Бахши илмҳои геологӣ ва техникӣ. – 2025. – № 2. – С. 137-146. – EDN: IAOORT.
13. Комилиён Ф.С. Технологияҳои амсиласозии марҳилаҳои ҳаёти популятсияи мурғи марҷон / Ф.С. Комилиён, Д.И. Солиҳзода // Фурӯғи илм. – 2024. – № 3. – С. 32-40. – EDN: KQSOZL.
14. Солиҳзода Д.И. Асосҳои биологӣ ва иқтисодии амсиласозии популятсияи мурғи марҷон / Д.И. Солиҳзода // Паёми донишгоҳи омӯзгорӣ. Бахши илмҳои табиӣ. – 2024. – № 4 (24). – С. 218-227. – EDN: SBVHXV.

15. Бобозода О.С. Омӯзиши муқоисавии сифатҳои маҳсулнокии мурғи марҷони зоти сафеди қафаси синапахм ва популятсияҳои маҳаллӣ дар шароити Чануби Тоҷикистон // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://vakpoygohi.dodaho.tj/koa/dissertatsiya/display.php> (дата обращения: 27.12.22).

## МОДЕЛИ БРИДЖЕСА И ПЮТТЕРА В ОПИСАНИИ ДИНАМИКИ РОСТА БИОМАССЫ ИНДЕЙКИ

Комилиён Ф.С., Солихзода Д.И.

*Таджикский национальный университет*

*Аннотация.* В данном исследовании описывается и анализируется возрастной рост биомассы у индеек. С этой целью были изучены аналитические и прикладные возможности двух известных математических моделей (Бриджеса и Пюттера). Математический и биологический анализ показал, что модель Пюттера обладает лучшими аналитическими и прикладными свойствами по сравнению с моделью Бриджеса.

**Ключевые слова:** математическая модель Бриджеса, математическая модель Пюттера, индейка, порода, динамика роста, биомасса, описание, анализ, исследование, прогнозирование.

## BRIDGES' AND PUTTER'S MODELS IN DESCRIPTION OF TURKEY BIOMASS GROWTH DYNAMICS

F.S. Komiliyon, D.I. Solihzoda

*Tajik National University*

*Annotation.* This study describes and analyzes the age-related biomass growth process in turkeys. To this end, the analytical and applied capabilities of two well-known mathematical models (Bridges and Putter) were examined. Mathematical and biological analyses revealed that the Putter model has superior analytical and applied properties to the Bridges model.

**Keywords:** Bridges' mathematical model, Putter's mathematical model, turkey, breed, growth dynamics, biomass, description, analysis, research, forecasting.

**Маълумот дар бораи муаллифон:** **Комилиён Файзалӣ Саъдулло** – д.и. ф. ва м., профессори кафедраи информатика Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992 98) 868 50 14. **E-mail:** [komiliyon.fayzali@gmail.com](mailto:komiliyon.fayzali@gmail.com).

**Солихзода Диловари Имомалӣ** – Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, ассистенти кафедраи информатика. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992 90) 024 22 93. **E-mail:** [dilo1991dil@mail.ru](mailto:dilo1991dil@mail.ru).

**Сведения об авторах:** **Комилиён Файзали Саъдулло** – д.ф.-м.н., профессор кафедры информатики Таджикского национального университета, **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17. **Телефон:** (+992 98) 868 50 14. **E-mail:** [komiliyon.fayzali@gmail.com](mailto:komiliyon.fayzali@gmail.com).

**Солихзода Диловари Имомали** – ассистент кафедры информатики Таджикского национального университета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17. **Телефон:** (+992 90) 024 22 93. **E-mail:** [dilo1991dil@mail.ru](mailto:dilo1991dil@mail.ru).

**Information about the authors:** **Komiliyon Fayzali Sa'dullo** – DSc in Phys. & Math., Professor of the Informatics Department, Tajik National University, **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 98) 868 50 14. **E-mail:** [komiliyon.fayzali@gmail.com](mailto:komiliyon.fayzali@gmail.com).

**Solihzoda Dilovari Imomali** – Assistant of the Informatics Department, Tajik National University. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 98) 868 50 14. **E-mail:** [dilo1991dil@mail.ru](mailto:dilo1991dil@mail.ru).

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МОЛЕКУЛЯРНОГО ДОКИНГА

Курбонов С.С.

*Технологический университет Таджикистана*

*Аннотация.* В работе рассматривается задача молекулярного докинга с позиций прикладной математики и теории оптимизации. Докинг формализуется как задача поиска глобального минимума нелинейной целевой функции в многомерном пространстве параметров, включающем трансляционные, вращательные и внутренние степени свободы лиганда. Предложена математическая формализация функции энергии связывания и проанализированы её ключевые свойства - нелинейность, невыпуклость и многомодальность. На основе полученной модели выполнен численный эксперимент для системы SARS-CoV-2 Mpro – ингибитор N3 (PDB: 6LU7), в котором задача докинга исследована как задача поиска глобального минимума. Проведено сравнение методов глобального поиска (Monte-Carlo, имитация отжига, генетический алгоритм, алгоритм роя частиц). Показано, что популяционные алгоритмы обеспечивают более быструю сходимость и позволяют находить более глубокие минимумы функции энергии. Полученные результаты подтверждают целесообразность применения стохастических и эволюционных методов в задачах молекулярного докинга.

**Ключевые слова:** молекулярный докинг, глобальная оптимизация, целевая функция, невыпуклость, стохастические методы, генетический алгоритм, алгоритм роя частиц.

**Введение.** В последние годы молекулярный докинг широко применяется как вычислительный инструмент для исследования взаимодействия биомолекул и оценки энергии их связывания [1]. Несмотря на активное использование докинга в прикладных задачах, большинство существующих подходов ориентированы на программную реализацию и эмпирические методы поиска, в то время как строгая математическая постановка задачи зачастую остаётся недостаточно формализованной. Между тем, с точки зрения прикладной математики

молекулярный докинг представляет собой задачу поиска оптимальной конфигурации в многомерном непрерывном пространстве параметров, что позволяет рассматривать его в рамках теории глобальной оптимизации.

Процесс молекулярного докинга может быть интерпретирован как минимизация функции энергии связывания, зависящей от пространственного положения, ориентации и внутренней конформации молекулы лиганда [2]. Такая функция, как правило, является нелинейной, невыпуклой и обладает большим числом локальных минимумов, что существенно осложняет применение классических детерминированных методов оптимизации. В ряде исследований показано, что задача докинга по своей структуре близка к классу трудноразрешимых задач, требующих использования стохастических и эвристических алгоритмов глобального поиска.

Современные работы в области молекулярного докинга всё чаще рассматривают данную задачу как оптимизационную, используя методы эволюционных вычислений, многокритериальной оптимизации и коллективного интеллекта [1-6]. В частности, предлагаются подходы, в которых энергетическая функция связывания формализуется в виде совокупности нескольких критериев, а процесс поиска оптимального решения осуществляется в пространстве высокой размерности. Отдельное внимание уделяется анализу энергетического ландшафта, который может быть представлен как сложная многомерная поверхность с множеством экстремумов, отражающих различные устойчивые и метастабильные конфигурации молекулярных комплексов.

В то же время, в существующих публикациях недостаточно полно раскрываются математические аспекты формализации задачи молекулярного докинга, такие как строгая постановка задачи оптимизации, анализ размерности пространства поиска и обоснование вычислительной сложности. Отсутствие единой математической модели затрудняет сопоставление различных алгоритмических подходов и ограничивает возможности дальнейшего развития

методов, включая интеграцию машинного обучения и аппроксимационных моделей.

**Целью исследования** является математическая формализация задачи молекулярного докинга как задачи глобальной оптимизации в многомерном пространстве параметров и обоснование выбора алгоритмов глобального поиска на основе свойств целевой функции.

**Методами исследования** являются математическое моделирование функции энергии связывания и применение стохастических и эволюционных алгоритмов (Монте-Карло, имитация отжига, генетический алгоритм и алгоритм роя частиц) для поиска оптимальных конфигураций молекулярного докинга.

В качестве приборов использовались компьютер, программное обеспечение для молекулярного моделирования, а также данные молекулярных комплексов из базы PDB (6LU7).

### **Математическая постановка задачи молекулярного докинга**

Молекулярный докинг в общем виде представляет собой задачу определения такой пространственной конфигурации молекулы лиганда относительно молекулы рецептора, при которой достигается минимальное значение функции энергии связывания. С математической точки зрения данная задача может быть сформулирована как задача оптимизации в многомерном пространстве параметров, описывающих положение, ориентацию и внутреннюю конформацию лиганда. Формализация задачи в терминах прикладной математики позволяет абстрагироваться от конкретных биохимических реализаций и рассматривать молекулярный докинг как универсальную задачу глобальной оптимизации.

Конфигурация лиганда в процессе докинга определяется совокупностью параметров, включающих его положение в пространстве, ориентацию и набор внутренних степеней свободы. Введём вектор параметров конфигурации лиганда в следующем виде:

$$x = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n),$$

где  $x, y, z \in \mathbb{R}$  - координаты центра масс лиганда;

$\alpha, \beta, \gamma \in [0, 2\pi)$  - углы ориентации лиганда;

$\theta_i \in [0, 2\pi), i = 1 \dots, n$  - торсионные углы.

Каждая точка в пространстве параметров ( $x$ ) однозначно соответствует определённой конфигурации лиганда относительно рецептора. Количество торсионных углов ( $n$ ) зависит от структуры лиганда и может варьироваться в широких пределах, что существенно влияет на сложность решаемой задачи.

Множество всех допустимых конфигураций лиганда образует пространство поиска, которое можно представить в виде подмножества евклидова пространства:

$$\Omega \subset \mathbb{R}^{(6+n)}$$

Размерность пространства параметров определяется выражением:  $\dim(\Omega) = 6 + n$ ,

где первые шесть параметров соответствуют трансляционным и вращательным степеням свободы, а ( $n$ ) - числу внутренних конформационных параметров.

Пространство ( $\Omega$ ) является ограниченным, поскольку физически допустимые значения координат, углов ориентации и торсионных углов лежат в конечных интервалах. Однако даже при умеренных значениях ( $n$ ) пространство поиска обладает высокой размерностью, что приводит к резкому увеличению числа возможных конфигураций. Данное обстоятельство обуславливает сложную структуру пространства решений и наличие большого числа локальных экстремумов целевой функции.

В рамках математической модели молекулярного докинга вводится целевая функция энергии связывания:  $E: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , которая каждой конфигурации лиганда  $x \in \Omega$  сопоставляет скалярное значение энергии.

Задача молекулярного докинга формулируется как задача минимизации данной функции:

$$x^* = \arg \min E(x), x \in \Omega,$$

где  $x^*$  - оптимальная конфигурация лиганда, соответствующая глобальному минимуму функции энергии связывания.

Характерной особенностью данной задачи является то, что функция  $E(x)$ , как правило, является нелинейной, невыпуклой и может содержать множество локальных минимумов. Это означает, что классические детерминированные методы оптимизации, основанные на использовании градиентной информации, не гарантируют нахождение глобального минимума. Вследствие этого задача молекулярного докинга относится к классу задач глобальной оптимизации и требует применения специальных математических методов и алгоритмов глобального поиска.

### **Математическая модель функции энергии связывания**

В рамках математической постановки задачи молекулярного докинга каждой допустимой конфигурации лиганда сопоставляется числовое значение функции энергии связывания, характеризующее степень устойчивости образуемого молекулярного комплекса. Данная функция служит целевой функцией оптимизационной задачи и определяет критерий выбора оптимальной конфигурации.

Целевая функция может быть записана в виде суммы отдельных компонент:

$$E(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_m(x),$$

где  $x \in \Omega$  - вектор параметров конфигурации лиганда;

$f_i(x)$ ,  $i = 1, \dots, m$  - функции, описывающие отдельные вклады в общую энергию.

Данная форма записи является универсальной и позволяет описывать широкий класс моделей энергии связывания, используемых в задачах молекулярного докинга.

Для учёта различной значимости отдельных компонент целевой функции используется взвешенная сумма:

$$E(x) = w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x) + \dots + w_m f_m(x),$$

где  $w_i > 0$ ,  $i = 1, m$  - весовые коэффициенты, определяющие вклад каждой компоненты в итоговое значение функции энергии.

В рамках математического моделирования функции  $f_i(x)$  могут рассматриваться как произвольные нелинейные функции параметров конфигурации, отражающие различные аспекты взаимодействия. Весовые коэффициенты  $w_i$  позволяют настраивать модель и обеспечивают гибкость при описании энергетического ландшафта.

Использование взвешенной суммы приводит к усложнению структуры целевой функции, так как изменение значений коэффициентов  $w_i$  может существенно влиять на форму энергетического ландшафта и расположение экстремумов.

Функция энергии связывания  $E(x)$ , как правило, обладает рядом математических свойств, существенно влияющих на выбор методов её оптимизации.

Целевая функция содержит нелинейные зависимости от параметров конфигурации, что можно формально выразить следующим образом:

$$E(a x_1 + b x_2) \neq a E(x_1) + b E(x_2)$$

при произвольных  $x_1, x_2 \in \Omega$  и  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Для функции энергии связывания, как правило, не выполняется условие выпуклости:

$$E(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) \leq \lambda E(x_1) + (1 - \lambda) E(x_2)$$

для всех  $x_1, x_2 \in \Omega$  и  $\lambda \in [0, 1]$ .

Невыпуклость целевой функции приводит к существованию множества локальных минимумов и делает задачу поиска глобального минимума существенно более сложной. Функция  $E(x)$  может быть негладкой, то есть не иметь непрерывных производных по всем параметрам в каждой точке пространства  $\Omega$ . Формально это означает, что градиент  $\nabla E(x)$  может не существовать или быть разрывным в отдельных областях:  $\nabla E(x)$  не существует для всех  $x \in \Omega$

Негладкость функции исключает возможность прямого применения классических градиентных методов оптимизации и обосновывает необходимость использования стохастических и эвристических математических методов.

### **Стохастические математические методы решения**

В условиях высокой размерности пространства параметров и сложной структуры целевой функции задача молекулярного докинга не может быть эффективно решена с использованием исключительно детерминированных методов. В этой связи особый интерес представляют стохастические математические методы, основанные на вероятностных механизмах выбора решений. Такие методы позволяют осуществлять поиск глобального минимума в многомерных пространствах и обладают способностью выходить из локальных экстремумов, что делает их особенно актуальными для задач молекулярного докинга [1–3].

Метод Монте-Карло относится к классу стохастических методов оптимизации и основан на случайной генерации новых конфигураций в пространстве параметров. В простейшем виде алгоритм строится следующим образом: на каждом шаге формируется новая точка пространства параметров путём добавления случайного приращения к текущему состоянию:

$$x_{(k+1)} = x_k + \Delta x,$$

где  $\Delta x$  - случайный вектор, компоненты которого выбираются из заданного распределения.

Полученная конфигурация оценивается с использованием целевой функции  $E(x)$ . В зависимости от изменения значения функции принимается решение о переходе к новой точке или сохранении текущей. Модификации метода Монте-Карло могут отличаться выбором распределения случайных приращений, стратегией генерации новых состояний и правилами принятия решений [4].

Благодаря своей простоте и универсальности метод Монте-Карло широко используется в задачах оптимизации с негладкими и невыпуклыми целевыми функциями, в том числе в задачах молекулярного докинга [5].

Алгоритм имитации отжига представляет собой развитие идей метода Монте-Карло и основан на аналогии с физическим процессом охлаждения твёрдых тел. Ключевым элементом данного подхода является введение параметра «температуры», определяющего вероятность принятия неулучшающих решений.

Температура меняется по заданному закону, например:

$$T_{(k+1)} = \alpha T_k, 0 < \alpha < 1.$$

На начальных этапах алгоритма высокая температура обеспечивает активное исследование пространства параметров, включая переходы к конфигурациям с большими значениями целевой функции. По мере уменьшения температуры алгоритм постепенно концентрируется вблизи областей с минимальными значениями энергии.

Имитация отжига доказала свою эффективность при решении задач глобальной оптимизации с множеством локальных минимумов и широко применяется в задачах молекулярного докинга и других задачах вычислительной химии [6, 7].

Ключевой особенностью стохастических методов является использование вероятностных правил принятия решений. Одним из наиболее распространённых критериев является правило Метрополиса, согласно которому переход к новой конфигурации осуществляется с вероятностью:

$$P = \min(1, \exp(-\Delta E / T)),$$

где  $\Delta E = E(x_{(k+1)}) - E(x_k)$  - изменение значения целевой функции;

$T$  - управляющий параметр (температура).

Данный критерий позволяет принимать решения, приводящие к увеличению значения целевой функции, с ненулевой вероятностью, что существенно повышает вероятность выхода из локальных минимумов. Использование вероятностных критериев делает стохастические методы устойчивыми к сложной структуре

энергетического ландшафта и обеспечивает более полный охват пространства параметров [3, 8].

### **Эволюционные алгоритмы и методы коллективного интеллекта**

Эволюционные алгоритмы и методы коллективного интеллекта занимают важное место среди математических методов решения задач глобальной оптимизации высокой размерности. В отличие от классических стохастических методов, данные подходы используют популяционные стратегии поиска и механизмы адаптации, что позволяет более эффективно исследовать пространство параметров и снижать вероятность преждевременной сходимости к локальным экстремумам. В задачах молекулярного докинга такие алгоритмы применяются для поиска оптимальных конфигураций в условиях сложного и многомодального энергетического ландшафта [1-3].

Генетические алгоритмы относятся к классу эволюционных методов оптимизации и основаны на моделировании процессов естественного отбора и наследования. В рамках математической модели каждая допустимая конфигурация лиганда представляется в виде хромосомы, соответствующей вектору параметров:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_d),$$

где  $d = 6 + n$  - размерность пространства параметров.

Процесс оптимизации осуществляется над популяцией решений:

$$P_k = \{x_1^k, x_2^k, \dots, x_N^k\}$$

На каждой итерации формируется новое поколение решений путём применения операторов селекции, кроссовера и мутации. Обобщённая схема перехода может быть записана в виде:

$$P_{(k+1)} = M( C( S(P_k) ) ),$$

где  $S$  - оператор селекции,

$C$  - оператор кроссовера,

$M$  - оператор мутации.

Генетические алгоритмы обладают способностью параллельного исследования различных областей пространства поиска, что особенно важно при наличии большого числа локальных минимумов. Благодаря этому они широко применяются для решения задач молекулярного докинга как в классических, так и в модифицированных формах [4-6].

Алгоритм роя частиц относится к методам коллективного интеллекта и основан на моделировании согласованного поведения группы агентов, совместно осуществляющих поиск оптимального решения. Каждая частица в пространстве параметров характеризуется положением и скоростью:

$$x_i^k, v_i^k.$$

Обновление скорости частицы на  $k$ -й итерации описывается выражением:

$$v_i^{(k+1)} = \omega v_i^k + c1 r1 (p_i - x_i^k) + c2 r2 (g - x_i^k),$$

где  $\omega$  - инерционный коэффициент;

$c1, c2$  - параметры ускорения;

$r1, r2 \in [0,1]$  - случайные величины;

$p_i$  - наилучшее положение частицы;

$g$  - глобально лучшее найденное решение.

Положение частицы обновляется согласно формуле:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^k + v_i^{(k+1)}.$$

Использование коллективной информации о лучших решениях позволяет алгоритму роя частиц эффективно балансировать между глобальным поиском и локальной эксплуатацией найденных экстремумов. Данный метод показал высокую эффективность при решении оптимизационных задач с непрерывными параметрами, в том числе в задачах молекулярного докинга [7, 8].

Стохастические и эволюционные методы имеют ряд общих черт, однако различаются по стратегии поиска и характеру использования информации о пространстве параметров. Стохастические методы, такие как метод Монте-Карло и имитация отжига, ориентированы на последовательное исследование пространства

решений и используют вероятностные критерии перехода между состояниями. Эволюционные алгоритмы, напротив, оперируют популяциями решений и реализуют параллельный поиск [12].

С математической точки зрения эволюционные методы обладают большей устойчивостью к застреванию в локальных минимумах за счёт разнообразия популяции и механизмов мутации. Однако они требуют большего числа вычислений на одной итерации [13]. Стохастические методы отличаются меньшей вычислительной нагрузкой, но могут демонстрировать более медленную сходимость в задачах высокой размерности.

### **Модельные примеры применения математических методов**

Рассмотрим задачу глобальной оптимизации в многомерном пространстве параметров, где требуется найти конфигурацию, минимизирующую целевую функцию энергии:

$$E(x) \rightarrow \min, x \in \Omega \subset \mathbb{R}^{(6+n)}.$$

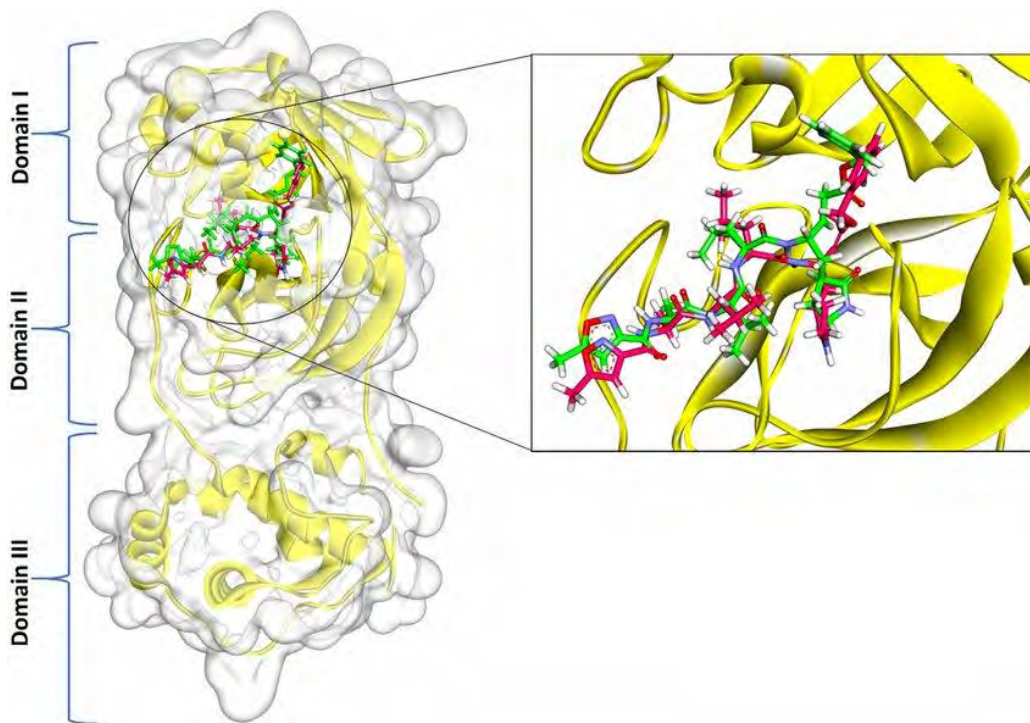
Здесь  $x = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \theta_1, \dots, \theta_n)$  - вектор параметров конфигурации (положение, ориентация и внутренние степени свободы), а  $E : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  - скалярная функция оценки. Оптимальная конфигурация определяется как:

$$x^* = \arg \min_{(x \in \Omega)} E(x)$$

Многомодальность функции  $E(x)$  означает существование множества локальных минимумов, каждый из которых соответствует “альтернативному устойчивому состоянию” в пространстве параметров. Данное свойство является типичным для задач с невыпуклой и нелинейной целевой функцией и непосредственно влияет на выбор метода глобального поиска.

В качестве прикладной интерпретации рассмотрим молекулярный докинг ингибитора N3 к основной протеазе SARS-CoV-2 (Mpro), для которого в литературе опубликована структура комплекса (PDB: 6LU7) и обсуждаются особенности связывания лиганда [14, 15].

Для подтверждения предложенной математической формализации задачи молекулярного докинга был выполнен численный эксперимент на реальной системе SARS-CoV-2 Mpro – ингибитор N3 (PDB: 6LU7). Структура белка была получена из базы Protein Data Bank.



**Рисунок 1.** Конфигурация связывания ингибитора N3 в активном центре основной протеазы SARS-CoV-2 (Mpro)

*Источник: составлено автором на основе опубликованных данных (PDB: 6LU7)*

Подготовка рецептора включала удаление молекул воды, добавление атомов водорода и выделение области активного центра. В качестве лиганда использовалась молекула ингибитора N3, извлечённая из кристаллографического комплекса. Поиск минимума функции энергии выполнялся методом стохастического глобального поиска с использованием программного пакета AutoDock Vina, что позволило получать значения функции энергии для различных конфигураций лиганда.

Полученная функция энергии рассматривалась как  $E(x)$ , что позволило исследовать задачу именно как задачу глобальной оптимизации.

### *Сравнение алгоритмов глобального поиска*

Для исследования эффективности методов глобальной оптимизации были реализованы четыре алгоритма поиска минимума функции энергии:

- случайный поиск (Monte-Carlo);
- имитация отжига;
- генетический алгоритм;
- алгоритм роя частиц (PSO).

Для корректного сравнения каждому алгоритму задавалось одинаковое число вычислений функции энергии.

#### *Метрики оценки*

Эффективность алгоритмов оценивалась по двум показателям:

1. минимальное найденное значение функции энергии  $E_{\min}$ ;
2. число итераций до достижения устойчивой сходимости.

**Таблица 1.** Результаты вычислительного эксперимента

Алгоритм	Лучшее значение энергии (kcal/mol)	Итерации до сходимости
Монте-Карло	-6.9	4500
Имитация отжига	-7.4	2200
Генетический алгоритм	-7.6	1400
Рой частиц (PSO)	-7.8	900

Минимальное значение функции энергии составило  $-7.8$  kcal/mol и соответствует наиболее устойчивой конфигурации комплекса лиганда с белком.

Получение нескольких близких по энергии решений подтверждает наличие множества локальных минимумов функции энергии докинга.

#### **Обсуждение результатов исследования**

Проведённый численный эксперимент подтвердил, что функция энергии молекулярного докинга имеет сложный многомодальный характер и содержит

несколько локальных минимумов, соответствующих различным конфигурациям связывания лиганда. Это согласуется с выполненным теоретическим анализом свойств целевой функции. Сравнение алгоритмов показало, что методы последовательного случайного поиска сходятся медленнее и находят менее глубокие минимумы. Использование вероятностных механизмов улучшает устойчивость поиска, однако наилучшие результаты обеспечивают популяционные алгоритмы. Генетический алгоритм и особенно алгоритм роя частиц продемонстрировали более быструю сходимость и наименьшие значения энергии.

Полученные результаты подтверждают, что свойства функции энергии докинга определяют необходимость применения алгоритмов глобальной оптимизации, прежде всего популяционных методов.

### **Выводы**

1. Молекулярный докинг представлен как задача оптимизации.
2. Функция энергии характеризуется сложной и многомодальной структурой.
3. Стохастические алгоритмы повышают вероятность нахождения глобального минимума.
4. Эволюционные методы обеспечивают устойчивый поиск в сложных пространствах решений.
5. Пример системы SARS-CoV-2 Mpro – ингибитор N3 подтверждает применимость математической модели для практических задач молекулярного докинга.

## Литература

1. Хамидова Д.Н. Молекулярный докинг как инструмент поиска биологически активных соединений / Д.Н. Хамидова, С.С. Курбонов // Естественные науки в эпоху перемен: вызовы и решения. Материалы Респуб. научно-практ. конф. (с междун. участием), Душанбе, 12–13 декабря 2025 года. – Душанбе: Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе, 2025. – С. 237-248. – EDN JSVQGW
2. Kurbonov S.S. Molecular modeling and docking of C15H10O7 as a prospective inhibitor of viral targets / S.S. Kurbonov, D.N. Khamidova // Endless Light in Science. 2025. № 3. P. 29-34. – DOI 10.24412/3007-8946-2025-31-29-34. – EDN XLPGKU.
3. Goldaeva K.V. Molecular docking in medicine. Literature review // J. of Bioinformatics and Genomics. 2024. № 4 (26). DOI: 10.60797/jbg.2024.26.6. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://journal-biogen.org/en/archive/4-26-2024-december/10.60797/jbg.2024.26.6> (дата обращения: 26.01.2026).
3. A systematic review on molecular docking algorithms and methods // Global Research J. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://globalresearchonline.net/journalcontents/v36-2/26.pdf> (дата обращения: 26.01.2026).
4. Progress in molecular docking // Quantitative Biology. – 2019. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – URL: <https://journal.hep.com.cn/qb/EN/10.1007/s40484-019-0172-y> (дата обращения: 26.01.2026).
6. Карпенко А.П., Матвеева К.О., Буланов В.А. Решение задачи молекулярного докинга модифицированным методом роя частиц // Наука и образование. 2014. – №4. – С. 339-353. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/reshenie-zadachi-molekulyarnogo-dokinga-modifitsirovannym-metodom-roya-chastits> (дата обращения: 26.01.2026).

7. Курбонов С.С. Формирование базы лигандов и генерация новых молекул методом SMILES-модификации / С.С. Курбонов // *Universum: технические науки*. – 2025. – № 12-2(141). – С. 30-35. – DOI 10.32743/UniTech.2025.141.12.21499. – EDN UZYVIK.
8. Ильяш М.Ю. Компьютерное моделирование взаимодействия лизиновых дендриграфтов с молекулами амилоидных пептидов / М.Ю. Ильяш, Д.Н. Хамидова, В.В. Безродный [и др.] // *Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета)*. – 2019. – № 50(76). – С. 85-91. – EDN IHHLKP.
9. Хамидова Д.Н. Сравнительный анализ архитектур нейросетей для генерации потенциальных ингибиторов / Д. Н. Хамидова // *Universum: технические науки*. – 2025. – № 8-1(137). – С. 60-63. – EDN XNWUSE
10. Хамидова Д.Н. Компьютерное моделирование и молекулярный докинг флавоноида  $c_{15}h_{10}o_7$  как потенциального ингибитора основного протеаза вируса SARS-COV-2 / Д. Н. Хамидова // *Наука и технология XXI века*. – 2025. – № 1(15). – С. 74-82. – EDN HPCPCZ
11. Neelov I. Complexes and conjugates of lysine dendrimer with therapeutic tetrapeptides. Molecular dynamics simulation / I. Neelov, E. Popova, D. Khamidova // *AIP Conference Proceedings: 2, Cambridge, 16–18 февраля 2018 года*. – Cambridge, 2018. – P. 020-028. – DOI 10.1063/1.5045434. – EDN YBOFUL
12. Chen G., Seukep A.J., Guo M. Recent Advances in Molecular Docking for the Research and Discovery of Potential Marine Drugs // *Marine Drugs*. 2020. Vol. 18, No. 11. P. 545-552.
13. Ferreira L.G., Dos Santos R.N., Oliva G., Andricopulo A.D. Molecular Docking and Structure-Based Drug Design Strategies // *Molecules*. 2015. Vol. 20, No. 7. P. 13384–13421.
14. Jin Z. et al. Structure of Mpro from SARS-CoV-2 and discovery of its inhibitors // *Nature*. 2020. Vol. 582. P. 289-293. – DOI: 10.1038/s41586-020-2223-y.

15. Patel C. N., Jani S. P., Jaiswal D. G., Kumar S. P., Mangukia N., Parmar R. M., Rawal R. M., Pandya H. A. Identification of antiviral phytochemicals as a potential SARS-CoV-2 main protease (Mpro) inhibitor using docking and molecular dynamics simulations // Scientific Reports. 2021. Vol. 11. Art. 20295. DOI: 10.1038/s41598-021-99165-4. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://www.nature.com/articles/s41598-021-99165-4> (дата обращения: 26.01.2026).

## УСУЛҲОИ МАТЕМАТИКИИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ ДОКИНГИ МОЛЕКУЛАВӢ

Курбонов С.С.

*Донишгоҳи технологии Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Дар ин кор масъалаи докинги молекулавӣ аз нуқтаи назари математикаи амалӣ ва назарияи оптимизатсия баррасӣ мегардад. Докинг ҳамчун масъалаи ҷустуҷӯи минимуми глобалии функсияи мақсаднокӣ гайрихаттӣ дар фазои бисёрченакаи параметрҳо формализатсия мешавад, ки дараҷаҳои озодии транслясионӣ, гардишӣ ва дохилии лигандаҳоро дар бар мегирад. Нишон дода мешавад, ки хосиятҳои маъмулии функсияи мақсаднок (гайрихаттӣ, гайриқавсӣ ва эҳтимолан гайриҳамворӣ) ба ташаккули манзараи энергетикӣ бисёрмодалӣ ва шумораи зиёди минимумҳои маҳаллӣ оварда мерасонанд, ки ин татбиқи усулҳои детерминистиро маҳдуд мекунад. Зарурати истифодаи алгоритмҳои стохастикӣ ва эволюсионӣ (Монте-Карло, моделсозии отжиг, алгоритмҳои генетикӣ, алгоритми рои зарраҳо) асоснок карда мешавад. Ҳамчун мисол, системаи мушаххаси SARS-CoV-2 Mpro – ингибитори N3 (PDB: 6LU7) оварда шудааст, ки ҳамчун масъалаи оптимизатсияи глобалӣ тафсир мегардад.

*Калидвожаҳо:* докинги молекулавӣ, оптимизатсияи глобалӣ, функсияи мақсаднок, гайриқавсӣ, усулҳои стохастикӣ, алгоритми генетикӣ, алгоритми рои зарраҳо.

# MATHEMATICAL METHODS FOR SOLVING THE MOLECULAR DOCKING PROBLEM

S.S. Kurbonov

*Technological University of Tajikistan*

**Annotation.** *This paper considers the molecular docking problem from the perspective of applied mathematics and optimization theory. Docking is formalized as a global minimization problem of a nonlinear objective function in a multidimensional parameter space that includes translational, rotational, and internal degrees of freedom of the ligand. It is shown that typical properties of the objective function—nonlinearity, non-convexity, and possible non-smoothness—lead to a multimodal energy landscape with a large number of local minima, thereby limiting the applicability of deterministic methods. The use of stochastic and evolutionary algorithms (Monte Carlo methods, simulated annealing, genetic algorithms, and particle swarm optimization) is therefore justified. As an illustrative example, the SARS-CoV-2 Mpro – N3 inhibitor system (PDB: 6LU7) is presented and interpreted as a global optimization problem.*

**Keywords:** *molecular docking, global optimization, objective function, non-convexity, stochastic methods, genetic algorithm, particle swarm optimization.*

**Маълумот дар бораи муаллиф:** Қурбонov Сафармухаммад Саидахмадович – докторанти курси 2-уми кафедраи система ва технологияҳои иттилоотии Донишгоҳи технологияи Тоҷикистон. **Адрес:** 734061, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Н. Қаробоев 63/3. **Телефон:** (+ 992 99) 900 90 09. **Email:** [ie.kurbonov@gmail.com](mailto:ie.kurbonov@gmail.com).

**Сведения об авторе:** Курбонov Сафармухаммад Саидахмадович - докторант 2-го курса кафедры систем и информационных технологий Таджикского технологического университета. **Адрес:** 734061, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Н. Каробоева, 63/3. **Телефон:** (+ 992 99) 900 90 09. **E-mail:** [ie.kurbonov@gmail.com](mailto:ie.kurbonov@gmail.com).

**Information about the author:** Kurbonov Safarmuhammad Saidakhmadovich – 2nd-year doctoral student of the Department of Systems and Information Technologies, Tajik Technological University. **Address:** 734061, Republic of Tajikistan, Dushanbe, N. Karoboeva Str., 63/3. **Phone:** (+9 92 99) 900 90 09. **E-mail:** [ie.kurbonov@gmail.com](mailto:ie.kurbonov@gmail.com).

# МНОГООБРАЗИЕ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНОГО ТИПА В ВИДЕ ОБОБЩЁННЫХ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ

Мирзоев С.С.

*Таджикский национальный университет*

*Аннотация.* Настоящая работа посвящена исследованию одной многомерной системы составного типа с частными производными. В зависимости от значения параметров системы, найдено представление решений в виде обобщённых степенных рядов. В полупространстве  $t > 0$  исследуется задача Коши – Дирихле с весом и некоторые другие видоизменённые задачи.

*Ключевые слова:* многообразие решений, уравнения с частными производными, система составного типа, степенные ряды, общее решение, бесконечно дифференцируемые функции, сингулярная поверхность.

Рассмотрим систему уравнений первого порядка

$$\sum_{i=1}^n A_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + B(x)u = C(x), \quad (1)$$

где  $C(x) = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ -заданная,  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  -искомая вектор функция, а  $A_i(x), B(x)$ - заданные квадратные матрицы  $n$  -го порядка,  $x \in R^n$ . Говорят, что система (1) в точке  $x \in R^n$  принадлежит составному типу, если его характеристическая форма состоит из двух множителей

$$Q(x, \xi) = \det \sum_{i=1}^n A_i(x) \xi_i = Q_1(x, \xi) \cdot Q_2(x, \xi), \xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n),$$

где первый из множителей является эллиптической формой, а второе является формой, порождающей вещественные характеристики [1, 3, с. 341].

Система

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

является частным случаем системы (1) при  $n = 3$  [см. 4]. Характеристическая форма системы (2) имеет вид:

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi_1 |\xi|^2, \quad |\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2,$$

т.е. эта система в каждой точке пространства  $R^3$  наряду с комплексными характеристиками имеет и вещественную характеристику. Следовательно, данная система является системой уравнений составного типа с частными производными первого порядка.

Системе (2) и её различным обобщениям посвящены много работ [1-5]. В работе [9] исследована следующее обобщение этой системы с сингулярной поверхностью:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\mu}{t} w = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\mu}{t} v - \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\mu}{t} u - \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \mu = const.$$

Систему

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x_k} = 0, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_j} - \frac{\partial u_{j+1}}{\partial t} = 0, \quad j = \overline{1, n-1}, \quad (3)$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ , называют  $n$ -мерным ( $n \geq 4$ ) аналогом системы (2) [3].

Многообразие решений системы (3) в виде обобщённых степенных рядов (класс  $A_0(D)$  [6-8]) найдено в работе [10]. В настоящей работе рассматривается следующее обобщение системы (3) с сингулярной поверхностью вида:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\mu_1}{t} u_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x_k} = 0, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_j} - \frac{\partial u_{j+1}}{\partial t} - \frac{\mu_{j+1}}{t} u_{j+1} = 0, \quad j = \overline{1, n-1}, \quad (4)$$

где  $\mu_m, m = \overline{1, n}$  – заданные вещественные числа (параметры системы).

Решение будем искать в виде обобщённых степенных рядов (класс  $A_\alpha(D)$ ,  $\alpha \neq 0$  [6-8]):

$$u_1(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i^{(1)}(x) t^{i+\alpha}, \quad u_{j+1}(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i^{(j+1)}(x) t^{i+\alpha}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  – неизвестное вещественное число (параметр рядов), а  $a_i^{(j+1)}(x)$  – достаточно гладкие неизвестные функции (коэффициенты рядов).

Пусть  $\mu_m = \mu \neq 0, m = 1, 2, \dots, n$ . Подставляя (5) в (4), для определения параметра  $\alpha$  получим следующие соотношения:

$$\begin{cases} (\mu + \alpha)a_0^{(1)}(x) = 0, \\ (\mu + \alpha)a_0^{(j+1)}(x) = 0. \end{cases}$$

Пусть  $a_0^{(1)}(x) \neq 0$ . Тогда  $\alpha = -\mu$  и  $a_0^{(k)}(x), k = \overline{1, n}$  – остаются произвольными функциями. Неизвестные функции  $a_i^{(j+1)}(x)$  через произвольные функции  $a_0^{(k)}(x)$  выражаются по следующим формулам:

$$a_{2m-1}^{(1)}(x) = \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)!} \Delta^{m-1} A, \quad a_{2m-1}^{(j+1)}(x) = \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)!} \frac{\partial \Delta^{m-1} a_0^{(1)}}{\partial x_k},$$

$$a_{2m}^{(1)}(x) = \frac{(-1)^m}{(2m)!} \Delta^m a_0^{(1)}, \quad a_{2m}^{(j+1)}(x) = \frac{(-1)^{m-1}}{(2m)!} \frac{\partial \Delta^{m-1} A}{\partial x_k}, \quad m = 1, 2, \dots,$$

где  $A(x) = -\sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_0^{(k+1)}}{\partial x_k}$ ,  $\Delta = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}$  – оператор Лапласа,  $\Delta^m = \Delta(\Delta^{m-1})$  – степени оператора

Лапласа,  $\Delta^0 F = F$ .

Таким образом, искомые функции  $u_m(x, t), m = \overline{1, n}$  представимы в виде

$$u_1(x, t) = t^{-\mu} \left[ a_0^{(1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \Delta^{i-1} A(x) t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i a_0^{(1)} t^{2i} \right],$$

$$u_{j+1}(x, t) = t^{-\mu} \left[ a_0^{(j+1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} A}{\partial x_j} t^{2i} \right], \quad j = 1, 2, \dots, n-1. \quad (6)$$

Очевидно, что поведение решений системы (4) при  $t \rightarrow 0$  зависит от знака параметра системы  $\mu$ .

Непосредственной проверкой убедимся, что найденное формальное решение (6) удовлетворяет систему (4). Пусть в некоторой области  $D \subset R^n$  ряды в правой части равенств (6) и ряды, полученные из них после дифференцирования по переменным  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t$ , сходятся абсолютно и равномерно. Тогда

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\mu}{t} u_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x_k} = -\mu t^{-\mu} \left[ a_0^{(1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \Delta^{i-1} A(x) t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i a_0^{(1)} t^{2i} \right] + \\
& + t^{-\mu} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-2)!} \Delta^{i-1} A(x) t^{2i-2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i-1)!} \Delta^i a_0^{(1)} t^{2i-1} \right] + \\
& + \mu t^{-\mu} \left[ a_0^{(1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \Delta^{i-1} A(x) t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i a_0^{(1)} t^{2i} \right] + \\
& + t^{-\mu} \left[ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_0^{(k+1)}}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial^2 \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j^2} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \sum_{k=j}^{n-1} \frac{\partial^2 \Delta^{i-1} A}{\partial x_j^2} t^{2i} \right] = 0. \\
& A(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i A(x) t^{2i} - A(x) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i A t^{2i} \equiv 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial u_1}{\partial x_j} - \frac{\partial u_{j+1}}{\partial t} - \frac{\mu_{j+1}}{t} u_{j+1} = t^{-\mu} \left[ \frac{\partial a_0^{(1)}}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} A}{\partial x_j} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^i a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i} \right] + \\
& + \mu t^{-\mu-1} \left[ a_0^{(j+1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} A}{\partial x_j} t^{2i} \right] - \\
& - t^{-\mu} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-2)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} A}{\partial x_j} t^{2i-1} \right] - \\
& - \mu t^{-\mu-1} \left[ a_0^{(j+1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} A}{\partial x_j} t^{2i} \right] = 0, \\
& \frac{\partial a_0^{(1)}}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^i a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i} - \frac{\partial a_0^{(1)}}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^i a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i} \equiv 0.
\end{aligned}$$

**Теорема.** Всякое решение системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$  представимо в виде (6).

Теперь рассмотрим случай, когда  $\mu_1 = \mu \neq 0$  и  $\mu_m \neq \mu$ ,  $m = \overline{2, n}$ , т.е.  $(\mu + \alpha)a_0^{(1)}(x) = 0, (\mu_m + \alpha)a_0^{(j+1)}(x) = 0, m = \overline{2, n}$ . Пусть  $\alpha = -\mu$ . Тогда  $(\mu_m - \mu)a_0^{(j+1)}(x) = 0, m = \overline{2, n}$ . Отсюда следует, что только  $a_0^{(1)}(x)$  остаётся произвольной функцией, а  $a_0^{(j+1)}(x) = 0, m = \overline{2, n}$ . В этом случае, решение системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$  зависит только от одной произвольной функции  $a_0^{(1)}(x)$  переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  и решение (6) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
u_1(x, t) &= t^{-\mu} \left[ a_0^{(1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i a_0^{(1)} t^{2i} \right], \\
u_{j+1}(x, t) &= t^{-\mu} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1.
\end{aligned} \tag{7}$$

Когда  $\mu_1 \neq \mu$  и  $\mu_m = \mu \neq 0$ ,  $m = \overline{2, n}$ , тогда  $a_0^{(1)}(x) = 0$  и функции  $a_0^{(j+1)}(x)$ ,  $m = \overline{2, n}$  остаются произвольными функциями переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  и решение системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$  зависит от  $n-1$  произвольных функции  $a_0^{(j+1)}(x)$  и решение (6) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
u_1(x, t) &= t^{-\mu} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \Delta^{i-1} A(x) t^{2i-1}, \\
u_{j+1}(x, t) &= t^{-\mu} \left[ a_0^{(j+1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} A}{\partial x_j} t^{2i} \right], \quad j = 1, 2, \dots, n-1.
\end{aligned} \tag{8}$$

Предположим, что  $\mu_m = \mu \neq 0$ , когда  $m = 1, 2, \dots, m_0$ , и  $\mu_m \neq \mu$  при  $m = m_0 + 1, m_0 + 2, \dots, n$ . Тогда

$$\begin{cases}
(\mu + \alpha) a_0^{(m)}(x) = 0, \quad m = 1, 2, \dots, m_0 \\
(\mu_m + \alpha) a_0^{(m)}(x) = 0, \quad m = m_0 + 1, m_0 + 2, \dots, n.
\end{cases}$$

Предположим, что  $a_0^{(1)}(x) \neq 0$ . Тогда  $\alpha = -\mu$  и функции  $a_0^{(m)}(x)$ ,  $m = 1, 2, \dots, m_0$  являются произвольными функциями переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ , а  $a_0^{(m)}(x) = 0$ ,  $m = m_0 + 1, m_0 + 2, \dots, n$ . В этом случае решение системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$  зависит от  $m_0$  произвольных функций  $a_0^{(m)}(x)$ ,  $m = 1, 2, \dots, m_0$  и оно примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
u_1(x, t) &= t^{-\mu} \left[ a_0^{(1)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \Delta^{i-1} B(x) t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \Delta^i a_0^{(1)} t^{2i} \right], \\
u_m(x, t) &= t^{-\mu} \left[ a_0^{(m)}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} B}{\partial x_j} t^{2i} \right], \quad m = 2, 3, \dots, m_0, \\
u_m(x, t) &= t^{-\mu} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i-1)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} a_0^{(1)}}{\partial x_j} t^{2i-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{(2i)!} \frac{\partial \Delta^{i-1} B}{\partial x_j} t^{2i} \right], \quad m = m_0 + 1, m_0 + 2, \dots, n-1,
\end{aligned} \tag{9}$$

где  $B(x) = -\sum_{k=1}^{m_0} \frac{\partial a_0^{(k)}}{\partial x_k}$ .

В частности, когда произвольные функции, входящие в формулы (7), (8) и (9) являются полиномами, эти формулы дают полиномиальные решения системы (4) с весом  $t^{-\mu}$ .

Пусть  $\mu_m = \mu \neq 0$ ,  $m = 1, 2, \dots, n$ . Тогда для системы (4) разрешима следующая задача:

**Задача 1.** Найти в области  $D = \{(x, t) : x \in R^{n-1}, t > 0\}$  решение  $U(u_1, u_2, \dots, u_n)$  системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$ , удовлетворяющее условиям

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^\mu u_i(x, t) = f_i(x), \quad i = \overline{1, n},$$

где  $f_i(x)$ ,  $i = \overline{1, n}$  - заданные бесконечно дифференцируемые функции и такие, что

$$|f_i(x)| \leq M, \quad \left| \frac{\partial^{\alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1}} f_i}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_{n-1}^{\alpha_{n-1}}} \right| \leq M, \quad M = \text{const}, \quad \alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1} \in N \text{ (класс } B^\infty [7]).$$

Когда  $\mu_1 = \mu \neq 0$  и  $\mu_m \neq \mu$ ,  $m = \overline{2, n}$ , для системы (4) разрешима следующая задача:

**Задача 2.** Найти в области  $D = \{(x, t) : x \in R^{n-1}, t > 0\}$  решение  $U(u_1, u_2, \dots, u_n)$  системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$ , удовлетворяющее условию

$$\lim_{t \rightarrow 0} u_1(x, t) = f(x), \quad \text{где } f(x) \text{ - заданная функция из класса } B^\infty.$$

Пусть  $\mu_m = \mu \neq 0$ ,  $m = 1, 2, \dots, m_0$ , и  $\mu_m \neq \mu$  когда  $m = m_0 + 1, m_0 + 2, \dots, n$ . В этом случае для системы (4) разрешима.

**Задача 3.** Найти в области  $D = \{(x, t) : x \in R^{n-1}, t > 0\}$  решение  $U(u_1, u_2, \dots, u_n)$  системы (4) из класса  $A_{-\mu}(D)$ , удовлетворяющее условиям

$$\lim_{t \rightarrow 0} u_i(x, t) = f_i(x), \quad i = \overline{1, m_0},$$

где  $f_i(x)$ ,  $i = \overline{1, m_0}$  - заданные функции из класса  $B^\infty$ .

## Литература

1. Джураев А.Д. Граничная задача для системы уравнений первого порядка составного типа // Доклады АН Тадж. ССР. 1964. – Т. 7. – № 10. – С. 3-7.
2. Джураев А.Д. Системы уравнений составного типа // – М.: Наука, 1972. – 227 с.
3. Джураев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений // – М.: Наука, 1987.

– 415 с.

4. Янушаускас А. Об одной системе первого порядка// СМЖ. – 1973. – Т. XIV. – № 5. – С. 1149-1152.
5. Сафаров Д.Х. Неклассические системы уравнений / Д.Х. Сафаров. – Душанбе. – Дониш. – 2008. – 432 с.
6. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики// – М. Изд.: Высшая школа. – 1970. – 710 с.
7. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных// – М.: Наука, 1981. – 449 с.
8. Раджабов Н., Болтаев К.С. Представление многообразия решений и краевые задачи типа Коши-Дирихле для модельных уравнений  $m$ -го порядка с сингулярной гиперплоскостью/ Н.Раджабов, К.С. Болтаев // Доклады АН РТ. – 1999. – Т. XLII. – №3. – С. 47-53.
9. Шукуров Х.Р., Мирзоев С.С. О влиянии младших членов на представление многообразия решений одной системы составного типа// Сб. ст. II межд. научно-теор. конф. «О применении дифференциальных уравнений при решении прикладных задач», Душанбе, 4 ноября 2021г. – С. 228-234.
10. Мирзоев С.С. Представление решений некоторых многомерных систем составного типа при помощи обобщённых степенных рядов// Материалы межд. конф. «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений», посв. 70-летию академика Национальной академии наук Таджикистана, д.ф.-м.н., профессора Бойматова К.Х. Душанбе, 25-26 декабря 2020 г. – С. 187-190.

**ҲАЛЛИ УМУМИИ ЯК СИСТЕМАИ БИСЁРЧЕНАКАИ МУОДИЛАҲОИ НАВЪИ  
ТАРКИБӢ ДАР НАМУДИ ҚАТОРҲОИ ДАРАҶАГӢ ТАЪМИМӢФТА**

**Мирзоев С.С.**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

*Аннотация.* Мақола ба таҳқиқи як системаи бисёрченакаи навъи таркибии муодилаҳои дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ бахшида шудааст. Вобаста ба қиматҳои параметрҳои система, тасвири ҳалл дар намуди қаторҳои дараҷагӣ ёфта шудааст. Дар нимфазои  $t > 0$  масъалаи Коши-Дирихле бо вазн ва баъзе масъалаҳои дигари тағйирёфта таҳқиқ карда мешаванд.

*Калидвожаҳо:* ҳалли умумӣ, муодила бо ҳосилаи хусусӣ, системаи навъи таркибӣ, қатори дараҷагӣ, функцияҳои бениҳоят дифференциалпазир, сатҳи сингулярӣ.

**MANIFOLD OF SOLUTIONS OF ONE MULTIDIMENSIONAL SYSTEM OF EQUATIONS  
OF COMPOSITE TYPE IN THE FORM OF GENERALIZED POWER SERIES**

**S.S. Mirzoev**

*Tajik National University*

*Annotation.* This paper is devoted to the study of one multidimensional system of partial differential equations of composite type. Depending on the system's parameter values, a representation of the solutions as generalized power series is found. The weighted Cauchy-Dirichlet problem and some other modified problems are studied in a half-space  $t > 0$ .

*Keywords:* variety solutions, partial differential equation, composite type system, power series, general solutions, infinitely differentiable functions, singular surface.

**Сведения об авторе:** Мирзоев Собирджон Содикович – ассистент кафедры высшей математики Таджикского национального университета. Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 17. Телефон: (+992 90) 415 58 88. E-mail: [Sobirjonm@mail.ru](mailto:Sobirjonm@mail.ru).

*Маълумот дар бораи муаллиф:* Мирзоев Собирҷон Содиқович – ассистенти кафедраи математикаи олии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 17. **Телефон:** (+992 90) 415 58 88. **E-mail:** [Sobirjonm@mail.ru](mailto:Sobirjonm@mail.ru).

*Information about the author:* Mirzoev Sobirjon Sodikovich - Assistant of the Department of Higher Mathematics Tajik National University. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 90) 415 58 88. **E-mail:** [Sobirjonm@mail.ru](mailto:Sobirjonm@mail.ru).

УДК 517.5

## О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ АБСОЛЮТНОЙ СХОДИМОСТИ ДВОЙНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ С МАЛЫМИ ПРОПУСКАМИ

Талбакзода Ф.М.

*Таджикский государственный педагогический университет  
имени Садриддина Айни*

*Аннотация.* В настоящей работе доказывается теорема об абсолютной сходимости двойных рядов Фурье с пропусками вида  $(m_{k+1} - m_k)(n_{l+1} - n_l) \geq \frac{16\pi^2}{\eta\theta}$ , если этот ряд Фурье имеет заданный модуль непрерывности на отрезках  $[-\eta, \eta] \subset [-\pi, \pi]$ ,  $[-\theta, \theta] \subset [-\pi, \pi]$ . В начале работы приведены вспомогательные утверждения, которые посвящены исследованию проблемы получения оценок сверху отклонения частных сумм ряда Фурье периодических функций, от последовательности первых арифметических средних этого ряда. Как сомножитель частных сумм рассматривается ядро Фейера, а в качестве структурной характеристики используется модуль непрерывности функций на заданных отрезках. Благодаря исследованиям С.Н. Бернштейна [1], М. Нобля [5], Зигмунда [6], Р. Кеннеди [7] и дальнейшему обобщению и развитию их результатов в работе Р. Бояничя, М. Томича [9] в настоящее время известны в некотором смысле исчерпывающие признаки абсолютной сходимости рядов Фурье для функции одной переменной. Результаты по абсолютной сходимости двойных рядов Фурье с малыми пропусками мало известны.

**Ключевые слова:** двойные ряды Фурье, почти-периодические функции, малые пропуски, частные суммы Фурье, ядро Фейера, коэффициенты Фурье, модуль непрерывности, ограниченная вариация.

1. Пусть  $L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) означает пространство измеримых периодических периода  $2\pi$  по каждой из переменных функций  $f(x, y)$ , удовлетворяющих условию

$$\|f(x, y)\|_{L_p} = \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(x, y)|^p dx dy \right\}^{1/p} < \infty,$$

$$\|f(x, y)\|_{L_\infty} = \text{vrai sup}_{x, y \in R} |f(x, y)| < \infty.$$

Обозначим  $Q = [-\pi, \pi]^2$  и рассмотрим класс  $L_1 = L(Q)$  функций  $f(x, y)$ . Для каждой  $f(x, y) \in L(Q)$  рассмотрим ее ряд Фурье (см., например, [3], [4]).

$$S[f](x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{m,n} (a_{m,n} \cos mx \cos ny + b_{m,n} \sin mx \cos ny + c_{m,n} \cos mx \sin ny + d_{m,n} \sin mx \sin ny),$$

где

$$\lambda_{m,n} = 1, \quad \lambda_{m,0} = \lambda_{0,n} = \frac{1}{2}, \quad m, n \geq 1, \quad \lambda_{0,0} = \frac{1}{4},$$

$$a_{0,0} = M\{f(x, y)\}, \quad a_{m,n} = M\{f(x, y) \cos mx \cos ny\},$$

$$b_{m,n} = M\{f(x, y) \sin mx \cos ny\}, \quad c_{m,n} = M\{f(x, y) \cos mx \sin ny\},$$

$$d_{m,n} = M\{f(x, y) \sin mx \sin ny\} \quad (m, n = 1, 2, \dots),$$

$$M\{g(x, y)\} = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(x, y) dx dy.$$

**Определение 1.** Примем, что ряд  $S[f]$  функции  $f(x, y)$  имеет пропуски, если для коэффициентов этого ряда выполняются следующие условия

$$a_{m,n}^2 + b_{m,n}^2 + c_{m,n}^2 + d_{m,n}^2 > 0$$

только для  $m = m_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n = n_l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , где  $m_1, m_2, \dots, m_k$   $n_1, n_2, \dots, n_l$  - натуральные числа, для которых

$$1 < m_1 < m_2 < \dots, \quad 1 < n_1 < n_2 < \dots.$$

Нобль [5] поставил следующую задачу: известно некоторое свойство функции не на  $[-\pi, \pi]$ , а лишь в окрестности какой-то точки  $x_0$ . Если это свойство, будучи выполнено на  $[-\pi, \pi]$  и влечет некоторые следствия для ряда Фурье

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x),$$

то при какой "лакунарности" те же результаты будут верны, когда это свойство выполнено лишь локально?

Известно, что если  $f(x)$  имеет ограниченное изменение на  $[-\pi, \pi]$ , то  $a_n = O\left(\frac{1}{n}\right)$ ,  $b_n = O\left(\frac{1}{n}\right)$ . Если  $f(x)$  удовлетворяет на  $[-\pi, \pi]$  условию Липшица порядка  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ , то  $a_n = O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$ ,  $b_n = O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$ . Допустим теперь, что  $f(x) \in L$  на  $[-\pi, \pi]$  и а) имеет ограниченное изменение для  $|x - x_0| \leq \delta$  или б) удовлетворяет условию Липшица порядка  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$  для  $|x - x_0| \leq \delta$ . Нобль в своей работе показал, что если коэффициенты ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} (a_{n_k} \cos n_k x + b_{n_k} \sin n_k x) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{n_k}(x)$$

удовлетворяют условию

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{N_k}{\log n_k} = \infty, \quad N_k = \min(n_k - n_{k-1}, n_{k+1} - n_k),$$

то в случаях а) и б) имеют место оценки

$$a_{n_k} = O\left(\frac{1}{n_k}\right), \quad b_{n_k} = O\left(\frac{1}{n_k}\right),$$

$$a_{n_k} = O\left(\frac{1}{n_k^\alpha}\right), \quad b_{n_k} = O\left(\frac{1}{n_k^\alpha}\right).$$

Доказательство Нобля опирается на тригонометрическую аппроксимацию.

Кеннеди [7] обобщил результат Нобля. Пользуясь методом Винера и Палея, он показал, что для абсолютной сходимости рядов  $\sum_{k=1}^{\infty} A_{n_k}(x)$  достаточно, чтобы  $n_{k+1} - n_k \rightarrow \infty, k \rightarrow \infty$ .

Мохаммед [8] доказал, что если  $f(x)$  имеет ограниченную  $r$ - вариацию и удовлетворяет условию Липшица порядка  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ) в некотором интервале, то

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n|^\beta + |b_n|^\beta) < \infty, \quad \left(\beta > \frac{2}{2 + \alpha}\right),$$

или

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\beta/2} (|a_n| + |b_n|) < \infty, \quad (\beta < \alpha).$$

Боянич, Томин [9] обобщил результаты Нобля, Кеннеди и Мохаммеда для рядов Фурье с малыми пропусками вида  $n_{k+1} - n_k \geq \frac{4\pi}{\delta}$  ( $0 < \delta < \pi, k = 0, 1, 2, \dots$ ). Они доказали, что если коэффициенты Фурье функции  $f(x)$  имеют малые пропуски  $n_{k+1} - n_k \geq \frac{4\pi}{\delta}$  и выполнено условие

$$\int_1^{\infty} \omega\left(f, \frac{1}{t}\right) \sum_{n_k \leq t} 1 \frac{dt}{t},$$

то сходится ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} (|a_{n_k}| + |b_{n_k}|) < \infty.$$

**2. Определения и формулировки результатов.** В настоящей работе исследуются достаточные условия абсолютной сходимости двойных рядов Фурье с малыми пропусками вида

$$(m_{k+1} - m_k)(n_{l+1} - n_l) \geq \frac{16\pi^2}{\eta\theta}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, m_0 = 1, n_0 = 1). \quad (1)$$

Доказательство этого обобщения основывается на ряде оценок выражений вида

$$U_{p,q} = \frac{1}{m_p n_q} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s m_\mu n_\nu (|a_{m_\mu, n_\nu}| + |b_{m_\mu, n_\nu}| + |c_{m_\mu, n_\nu}| + |d_{m_\mu, n_\nu}|)$$

( $p = 1, 2, \dots$ ,  $q = 1, 2, \dots$ ). Положим

$$|\rho_{m_\mu, n_\nu}| = |a_{m_\mu, n_\nu}| + |b_{m_\mu, n_\nu}| + |c_{m_\mu, n_\nu}| + |d_{m_\mu, n_\nu}|.$$

**Определение 2.** Скажем, что функция  $f(x, y)$  имеет в прямоугольнике  $a \leq x \leq b$ ,  $c \leq y \leq d$  ограниченное изменение в смысле Каратеодори, если

$$\sup \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |f(x_i, y_j) - f(x_{i+1}, y_j) - f(x_i, y_{j+1}) + f(x_{i+1}, y_{j+1})| < \infty,$$

где

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_i < x_{i+1} < \dots < x_m = b,$$

$$c = y_0 < y_1 < y_2 < \dots < y_j < y_{j+1} < \dots < y_n = d.$$

Пусть  $f(x, y)$  – непрерывная функция или функция с ограниченным изменением на каком-либо отрезках  $[-\eta, \eta]$ ,  $[-\theta, \theta]$ , где  $0 < \eta < \pi$   $0 < \theta < \pi$ , а последовательность  $\{m_k\}$ ,  $\{n_l\}$  удовлетворяет условию малых пропусков, то есть (1).

Пусть  $f \in L(Q)$ ,

$$S[f]f(x, y) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} \lambda_{m_\mu, n_\nu} (a_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \cos n_\nu y + b_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \cos n_\nu y + c_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \sin n_\nu y + d_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \sin n_\nu y)$$

и

$$\Delta_h^{(1)} f(x, y) = f(x + h, y) - f(x, y), \quad \Delta_r^{(2)} f(x, y) = f(x, y + r) - f(x, y);$$

$$\omega_1(\varepsilon, f) = \sup_{x, y} \sup_{|h| \leq \varepsilon} |\Delta_h^{(1)} f(x, y)|, \quad (2)$$

$$\omega_2(\delta, f) = \sup_{x, y} \sup_{|r| \leq \delta} |\Delta_r^{(2)} f(x, y)|, \quad (3)$$

$$\omega_{11}(\varepsilon, \delta, f) = \sup_{x, y} \sup_{|h| \leq \varepsilon} \sup_{|r| \leq \delta} |\Delta_h^{(1)} \Delta_r^{(2)} f(x, y)|. \quad (4)$$

Величина (2) и (3) называются частными, а (4) модулями непрерывности функции  $f(x, y)$ . Если  $\Omega(x, y) = \sum_{m_k \leq x} \sum_{n_l \leq y} 1$ , то имеет место следующая теорема Бернштейна и Зигмунда для двойных рядов Фурье с малыми пропусками вида (1).

**Теорема 1.** (С.Н. Бернштейн [1]). Если  $\omega(\delta, f)$  есть модуль непрерывности функции  $f(x)$  и ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega\left(\frac{1}{n}, f\right)}{\sqrt{n}}$$

сходится, то ряд Фурье функции  $f(x)$  сходится абсолютно

**Теорема 2.** (А. Зигмунд [6]). Пусть

$$P(x) = \sum_{k=-N}^N c_k e^{in_k \theta} \quad (n_k = -n_k)$$

- конечная сумма, где  $n_{k+1} - n_k \geq q > 0$  ( $k = 0, 1, \dots$ ), и пусть  $I$ -интервал, длина которого больше  $\frac{2\pi}{q}$ , т.е.

$$I = \frac{2\pi(1 + \delta)}{q} \quad (\delta > 0).$$

Тогда  $\sum |c_k|^2 \leq A_\delta \frac{1}{|I|} \int_I |P(x)|^2 dx$ ,  $\sum |c_k| \leq A_\delta \frac{1}{|I|} \int_I |P(x)| dx$ , где  $A_\delta$  зависит только от  $\delta$ .

**Теорема 3.** Пусть периодическая периода  $2\pi$  по каждой из переменных функция  $f(x, y) \in L(Q)$  и  $a_{m_\mu, n_\nu}, b_{m_\mu, n_\nu}, c_{m_\mu, n_\nu}, d_{m_\mu, n_\nu}$  - ее коэффициенты Фурье. Если этот ряд допускает малые пропуски вида (1) и выполнены условия

$$\int_1^\infty \int_1^\infty \omega_{11}\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}, f\right) \Omega^{\frac{1}{2}}(s, t) \frac{ds dt}{uv} < \infty, \quad (5)$$

или

$$\int_{-\eta}^{\eta} \int_{-\theta}^{\theta} |df((s, t))| < \infty, \quad \int_1^\infty \int_1^\infty \omega_{11}\left(f; \frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right) \Omega^{\frac{1}{2}}((s, t)) \frac{dudv}{(st)^{3/2}} < \infty, \quad (6)$$

то ряд

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} |\rho_{m_{\mu}, n_{\nu}}|$$

сходится.

Предположим, что  $\omega_{11}(f; \varepsilon, \delta) = O(\varepsilon^{\alpha}, \delta^{\beta})$  ( $\varepsilon \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0$ ), где  $\alpha > \frac{1}{2}, \beta > \frac{1}{2}$ .

С другой стороны, если считать, что пропуски малы (1) и

$$m_k \geq Ak^{\rho}, \quad n_l \geq Bl^q \quad (\rho, q \geq 1; k, l = 1, 2, \dots),$$

$$\text{то } \Omega(x, y) = \sum_{m_k \leq x} \sum_{n_l \leq y} 1 \leq \sum_{Ak^{\rho} \leq x} \sum_{Bl^q \leq y} 1 \leq \left(\frac{x}{A}\right)^{\frac{1}{\rho}} \left(\frac{y}{B}\right)^{\frac{1}{q}}.$$

В этом случае условие (5) примет вид

$$\int_1^{\infty} \int_1^{\infty} \omega_{11}\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}, f\right) u^{-1+\frac{1}{2p}} v^{-1+\frac{1}{2q}} ds dt < \infty.$$

Это условие будет выполнено, если, например  $\omega_{11}(f; \varepsilon, \delta) = O(\varepsilon^{\alpha}, \delta^{\beta})$  ( $\varepsilon \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0$ ), где  $\alpha > \frac{1}{2p}, \beta > \frac{1}{2q}, p \geq 1, q \geq 1$ .

Если  $f$  – функция с ограниченным изменением на отрезках  $[-\eta, \eta], [-\theta, \theta]$ , то условие (6) будет выполнено, если  $\omega_{11}(\varepsilon, \delta, f) = O(\varepsilon^{\alpha}, \delta^{\beta})$  ( $\varepsilon \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0$ ), где  $\alpha > 0, \beta > 0$ . С другой стороны, если  $f$  – функция с ограничением изменением и если предположить, что имеются малые пропуски и  $m_k \geq Ak^{\rho}, n_l \geq Bl^q$  ( $\rho, q \geq 1; k, l = 1, 2, \dots$ ), то условие (6) выполнено.

**3. Вспомогательные утверждения.** Обозначим через  $L$  наименьший пропуск, то есть

$$L = \min_{k \geq 0} \min_{l \geq 0} (m_{k+1} - m_k)(n_{l+1} - n_l).$$

**Лемма 1.** Пусть

$$F(x, y) = \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s (\alpha_{\mu, \nu} \cos m_{\mu} x \cos n_{\nu} y + \beta_{\mu, \nu} \sin m_{\mu} x \cos n_{\nu} y + \gamma_{\mu, \nu} \cos m_{\mu} x \sin n_{\nu} y + \delta_{\mu, \nu} \sin m_{\mu} x \sin n_{\nu} y),$$

$$F^*(x, y) = \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s (\alpha_{\mu,\nu}^* \cos m_\mu x \cos n_\nu y + \beta_{\mu,\nu}^* \sin m_\mu x \cos n_\nu y + \gamma_{\mu,\nu}^* \cos m_\mu x \sin n_\nu y + \delta_{\mu,\nu}^* \sin m_\mu x \sin n_\nu y),$$

где  $\alpha_{\mu,\nu}^* = \text{sign } \alpha_{\mu,\nu}$ ,  $\beta_{\mu,\nu}^* = \text{sign } \beta_{\mu,\nu}$ ,  $\gamma_{\mu,\nu}^* = \text{sign } \gamma_{\mu,\nu}$ ,  $\delta_{\mu,\nu}^* = \text{sign } \delta_{\mu,\nu}$  ( $\mu = 1, 2 \dots r, \nu = 1, 2, \dots s$ ). Если  $L \geq \frac{4\pi^2}{\epsilon^2}$  ( $0 < \epsilon < \pi$ ), то справедлива оценка

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|) \leq \\ & \leq \frac{144}{31\delta^2} \int_{-\delta}^{\delta} \int_{-\delta}^{\delta} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) F(x, y) F^*(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (7)$$

**Доказательство.** Пусть

$$I = \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) F(x, y) F^*(x, y) dx dy. \quad (8)$$

Для этой величины справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} & \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) \cos m_\mu x \cos n_\nu y dx dy = \epsilon^2 \quad (m_\mu = n_\nu = 0), \\ & \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) \cos m_\mu x \cos n_\nu y dx dy = \\ & = \frac{16}{m_\mu^2 n_\nu^2 \epsilon^2} \sin^2 \frac{m_\mu \epsilon}{2} \sin^2 \frac{n_\nu \epsilon}{2} \quad (m_\mu \neq 0, n_\nu \neq 0) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} & \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) \sin m_\mu x \cos n_\nu y dx dy = 0, \\ & \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) \cos m_\mu x \sin n_\nu y dx dy = 0, \end{aligned}$$

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left(1 - \frac{|x|}{\epsilon}\right) \left(1 - \frac{|y|}{\epsilon}\right) \sin m_{\mu} x \sin n_{\nu} y \, dx dy = 0.$$

Тогда с помощью этих равенств из (8) получим

$$\begin{aligned} I &= \frac{\epsilon^2}{4} \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|) + \\ &+ \frac{4}{\epsilon^2} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\substack{\zeta=1 \\ (\mu \neq \zeta)}}^r \sum_{\nu}^s \sum_{\substack{\xi=1 \\ (\nu \neq \xi)}}^s (\alpha_{\mu,\nu} \alpha_{\zeta,\xi}^* + \beta_{\mu,\nu} \beta_{\zeta,\xi}^* + \gamma_{\mu,\nu} \gamma_{\zeta,\xi}^* + \\ &+ \delta_{\mu,\nu} \delta_{\zeta,\xi}^*) \left( \frac{\sin \frac{1}{2} (m_{\mu} - m_{\zeta})}{m_{\mu} - m_{\zeta}} \right)^2 \left( \frac{\sin \frac{\delta}{2} (n_{\nu} - n_{\xi})}{n_{\nu} - n_{\xi}} \right)^2 + \\ &+ \frac{4}{\epsilon^2} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\zeta=1}^r \sum_{\nu}^s \sum_{\xi=1}^s (\alpha_{\mu,\nu} \alpha_{\zeta,\xi}^* + \beta_{\mu,\nu} \beta_{\zeta,\xi}^* + \gamma_{\mu,\nu} \gamma_{\zeta,\xi}^* + \\ &+ \delta_{\mu,\nu} \delta_{\zeta,\xi}^*) \left( \frac{\sin \frac{\delta}{2} (m_{\mu} + m_{\zeta})}{m_{\mu} + m_{\zeta}} \right)^2 \left( \frac{\sin \frac{\delta}{2} (n_{\nu} + n_{\xi})}{n_{\nu} + n_{\xi}} \right)^2 = I_1 + I_2 + I_3. \end{aligned}$$

Оценим  $I_2$  и  $I_3$ .

$$\begin{aligned} |I_2| &\leq \frac{4}{\epsilon^2} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\substack{\zeta=1 \\ (\mu \neq \zeta)}}^r \sum_{\nu}^s \sum_{\substack{\xi=1 \\ (\nu \neq \xi)}}^s \frac{|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|}{(m_{\mu} - m_{\zeta})^2 (n_{\nu} - n_{\xi})^2} \leq \\ &\leq \frac{4}{\epsilon^2} \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|) \sum_{\substack{\zeta=1 \\ (\mu \neq \zeta)}}^r \sum_{\substack{\xi=1 \\ (\nu \neq \xi)}}^s \frac{1}{(m_{\mu} - m_{\zeta})^2 (n_{\nu} - n_{\xi})^2}. \end{aligned}$$

Так как  $|m_{\mu} - m_{\zeta}| \geq |\mu - \zeta|L$ ,  $|n_{\nu} - n_{\xi}| \geq |\nu - \xi|L$ , то для внутренней суммы выполняется неравенство

$$\sum_{\substack{\zeta=1 \\ (\mu \neq \zeta)}}^r \sum_{\substack{\xi=1 \\ (\nu \neq \xi)}}^s \frac{1}{(m_{\mu} - m_{\zeta})^2 (n_{\nu} - n_{\xi})^2} \leq \frac{1}{L^4} \sum_{\substack{\zeta=1 \\ (\mu \neq \zeta)}}^r \sum_{\substack{\xi=1 \\ (\nu \neq \xi)}}^s \frac{1}{(\mu - \zeta)^2 (\nu - \xi)^2} \leq$$

$$\leq \frac{4}{L^4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 l^2} \leq \frac{\pi^4}{9L^4}.$$

Следовательно, окончательно имеем

$$|I_2| \leq \frac{4\pi^4}{9\epsilon^2 L^2} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|). \quad (9)$$

Далее,

$$\begin{aligned} |I_3| &\leq \frac{4}{\epsilon^2} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\zeta=1}^r \sum_{\nu=1}^s \sum_{\xi=1}^s \frac{|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|}{(m_{\mu} + m_{\zeta})^2 (n_{\nu} + n_{\xi})^2} \leq \\ &\leq \frac{4}{\epsilon^2} \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|) \sum_{\zeta=1}^r \sum_{\xi=1}^s \frac{1}{(m_{\mu} + m_{\zeta})^2 (n_{\nu} + n_{\xi})^2}. \end{aligned}$$

Так как  $m_{\zeta} \geq \zeta L$ ,  $n_{\xi} \geq \xi L$ , то

$$\sum_{\zeta=1}^r \sum_{\xi=1}^s \frac{1}{(m_{\mu} + m_{\zeta})^2 (n_{\nu} + n_{\xi})^2} \leq \frac{1}{L^2} \sum_{\zeta=1}^r \sum_{\xi=1}^s \frac{1}{\zeta^2 \xi^2} \leq \frac{\pi^4}{36L^4}.$$

Следовательно, имеем

$$|I_3| \leq \frac{\pi^4}{9\epsilon^2 L^2} \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|).$$

По условию леммы  $L \geq \frac{4\pi^2}{\epsilon}$ . Поэтому из неравенства  $|I| \geq I_1 - |I_2| - |I_3|$  и оценок

$I_2$  и  $I_3$  следует, что

$$|I| \geq \left( \frac{\epsilon^2}{4} - \frac{5\pi^4}{9\epsilon^2 L^2} \right) \sum_{\mu=1}^r \sum_{\nu=1}^s (|\alpha_{\mu,\nu}| + |\beta_{\mu,\nu}| + |\gamma_{\mu,\nu}| + |\delta_{\mu,\nu}|).$$

Отсюда получаем неравенство (7), что докажет лемму 1.

Пусть  $\{s_{k,l}(f; x, y)\}$  – последовательность частных сумм ряда  $S[f]$ , а  $\{\sigma_{k,l}(f; x, y)\}$  – последовательность первых арифметических средних ряда  $S[f]$ .

Имеем

$$\begin{aligned}
s_{k,l}(f; x, y) &= \sum_{m_\mu \leq k} \sum_{n_\nu \leq l} (a_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \cos n_\nu y + b_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \cos n_\nu y + \\
&\quad + c_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \sin n_\nu y + d_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \sin n_\nu y), \\
\sigma_{k,l}(f; x, y) &= \sum_{m_\mu \leq k} \sum_{n_\nu \leq l} \left(1 - \frac{m_\mu - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_\nu - 1}{l}\right) (a_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \cos n_\nu y + \\
&\quad + b_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \cos n_\nu y + c_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \sin n_\nu y + d_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \sin n_\nu y).
\end{aligned}$$

Пусть  $\Omega(x, y) = \sum_{m_\mu \leq x} \sum_{n_\nu \leq y} 1$ . Имеет место следующая

**Лемма 2.** Если  $L \geq \frac{4\pi^2}{\epsilon^2}$  и  $0 < \epsilon < \pi$ , то имеет место неравенство

$$\begin{aligned}
&\sum_{m_\mu \leq k} \sum_{n_\nu \leq l} \left(1 - \frac{m_\mu - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_\nu - 1}{l}\right) |\rho_{m_\mu, n_\nu}| |\sin m_\mu h \sin n_\nu r| \\
&\leq \frac{72\pi}{31\epsilon^2} \left\{ \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \left( \sigma_{k,l}(f; x+h, y+r) - \sigma_{k,l}(f; x+h, y-r) - \sigma_{k,l}(f; x-h, y+r) + \right. \right. \\
&\left. \left. \sigma_{k,l}(f; x-h, y-r) \right)^2 dx dy \right\}^{\frac{1}{2}} \Omega^{\frac{1}{2}}(k, l), \tag{10}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\sigma_{k,l}(F_{h,r}; x, y) &= \sigma_{k,l}(f; x+h, y+r) - \sigma_{k,l}(f; x+h, y-r) - \\
&\quad - \sigma_{k,l}(f; x-h, y+r) + \sigma_{k,l}(f; x-h, y-r)
\end{aligned}$$

**Доказательство.** Если

$$\begin{aligned}
S[f](x, y) &= \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} (a_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \cos n_\nu y + b_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \cos n_\nu y + \\
&\quad + c_{m_\mu, n_\nu} \cos m_\mu x \sin n_\nu y + d_{m_\mu, n_\nu} \sin m_\mu x \sin n_\nu y)
\end{aligned}$$

и если

$$\begin{aligned}
&F_{h,r}(x, y) = \\
&= f(x+h, y+r) - f(x+h, y-r) - f(x-h, y+r) + f(x-h, y-r),
\end{aligned}$$

то

$$S[F_{h,\eta}] = \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} (a'_{m_{\mu},n_{\nu}} \cos m_{\mu}x \cos n_{\nu}y + a'_{m_{\mu},n_{\nu}} \sin m_{\mu}x \cos n_{\nu}y + \\ + c'_{m_{\mu},n_{\nu}} \cos m_{\mu}x \sin n_{\nu}y + d'_{m_{\mu},n_{\nu}} \sin m_{\mu}x \sin n_{\nu}y),$$

где

$$a'_{m_{\mu},n_{\nu}} = 4 \sin m_{\mu}h \sin n_{\nu}r \ d_{m_{\mu},n_{\nu}}, \quad b'_{m_{\mu},n_{\nu}} = -4 \sin m_{\mu}h \sin n_{\nu}r \ c_{m_{\mu},n_{\nu}}, \\ c'_{m_{\mu},n_{\nu}} = -4 \sin m_{\mu}h \sin n_{\nu}r \ b_{m_{\mu},n_{\nu}}, \quad d'_{m_{\mu},n_{\nu}} = 4 \sin m_{\mu}h \sin n_{\nu}r \ a_{m_{\mu},n_{\nu}}.$$

Откуда следует, что

$$\sigma_{k,l}(F_{h,r}; x, y) = \sum_{m_{\mu} \leq k} \sum_{n_{\nu} \leq l} (\alpha_{\mu,\nu} \cos m_{\mu}x \cos n_{\nu}y + \beta_{\mu,\nu} \sin m_{\mu}x \cos n_{\nu}y + \\ + \gamma_{\mu,\nu} \cos m_{\mu}x \sin n_{\nu}y + \delta_{\mu,\nu} \sin m_{\mu}x \sin n_{\nu}y),$$

в котором

$$\alpha_{\mu,\nu} = \left(1 - \frac{m_{\mu} - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_{\nu} - 1}{l}\right) a'_{m_{\mu},n_{\nu}}, \\ \beta_{\mu,\nu} = \left(1 - \frac{m_{\mu} - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_{\nu} - 1}{l}\right) b'_{m_{\mu},n_{\nu}}, \\ \gamma_{\mu,\nu} = \left(1 - \frac{m_{\mu} - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_{\nu} - 1}{l}\right) c'_{m_{\mu},n_{\nu}}, \\ \delta_{\mu,\nu} = \left(1 - \frac{m_{\mu} - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_{\nu} - 1}{l}\right) d'_{m_{\mu},n_{\nu}}.$$

В силу леммы 1, используя неравенство Коши-Буняковского, получим

$$4 \sum_{m_{\mu} \leq k} \sum_{n_{\nu} \leq l} \left(1 - \frac{m_{\mu} - 1}{k}\right) \left(1 - \frac{n_{\nu} - 1}{l}\right) |\rho_{m_{\mu},n_{\nu}}| |\sin \Lambda_m h \sin \lambda_n r| \leq \\ \leq \frac{144}{31\delta^2} \left( \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} [\sigma_{k,r}(F_{h,\eta}(f; x, y))]^2 dx dy \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} [\sigma_{k,l}^*(F_{h,r}(f; x, y))]^2 dx dy \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

где  $\sigma_{k,l}^*(F_{h,r}(f; x, y)) = \text{sign } \sigma_{k,l}(F_{h,r}(f; x, y))$ .

Так как  $[\epsilon; -\epsilon] \subset [-\pi; \pi]$ , то

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} [\sigma_{k,l}^*(F_{h,r}(f; x, y))]^2 dx dy \leq \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\sigma_{k,l}^*(F_{h,r}(f; x, y)))^2 dx dy \leq$$

$$\leq \pi^2 \sum_{m_{\mu} \leq k} \sum_{n_{\nu} \leq l} (\alpha_{\mu, \nu})^2 + (\beta_{\mu, \nu})^2 + (\gamma_{\mu, \nu})^2 + (\delta_{\mu, \nu})^2 = 4\pi^2 \Omega(k, l). \quad (12)$$

Очевидно, что

$$\sigma_{k,l}(F_{h,r}(f; x, y)) = \sigma_{k,l}(f; x + h, y + r) - \sigma_{k,l}(f; x + h, y - r) - \sigma_{k,l}(f; x - h, y + r) + \sigma_{k,l}(f; x - h, y - r).$$

Подставляя оценку (12) в (11), получим неравенство (10). Лемма 2 доказана.

Пусть  $\omega_{11}(f; \epsilon, \delta)$  модуль непрерывности функции  $f(x, y)$  на отрезках  $[-\eta, \eta]$  и  $[-\theta, \theta]$ , причем  $0 < \eta < \pi$ ,  $0 < \theta < \pi$ . При дальнейшем доказательстве будем пользоваться следующими свойствами модуля непрерывности (см., например, [11]-[16])

$$\omega_{11}(f; 2\epsilon, 2\delta) \leq 4\omega_{11}(f; \epsilon, \delta), \quad (13)$$

$$\frac{1}{\epsilon_2, \delta_2} \omega_{11}(f; \epsilon_2, \delta_2) \leq \frac{4}{\epsilon_1, \delta_1} \omega_{11}(f; \epsilon_1, \delta_1), \quad (14)$$

$$0 < \epsilon_1 < \epsilon_2, \quad 0 < \delta_1 < \delta_2.$$

**Лемма 3.** Пусть  $\omega_{11}(f; \epsilon, \delta)$  модуль непрерывности функции  $f$  на отрезках  $[-\eta, \eta]$  и  $[-\theta, \theta]$ , а  $\{\sigma_{k,l}(f; h, r)\}$  - последовательность первых арифметических средних ряда  $S[f]$ . Пусть  $|x| \leq \frac{\eta}{2}$ ,  $|y| \leq \frac{\eta}{2}$ ,  $0 < \epsilon < \frac{\eta}{4}$ ,  $0 < \delta < \frac{\theta}{4}$ . Тогда справедлива оценка

$$|\sigma_{k,l}(F_{h,r}(f; x, y))| \leq 4\omega_{11}(f; \epsilon, \delta) + \frac{A_{\eta, \theta}}{(k+1)(l+1)}, \quad (15)$$

где

$$A_{\eta, \theta} = \frac{2}{\pi^2 \sin^2 \frac{\eta}{8} \sin^2 \frac{\theta}{8}} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(s, t)| ds dt.$$

**Доказательство.** Пусть  $f(x, y)$  - периодическая функция периода  $2\pi$  по общему переменным с рядом Фурье

$$f(x, y) \sim \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} c_{\mu, \nu} e^{i(\mu x + \nu y)},$$

$$c_{\mu, \nu} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-i(\mu x + \nu y)} dx dy = M\{f(x, y) e^{-i(\mu x + \nu y)}\}.$$

Вычисляя для функции  $f(x, y)$  сумму Фейера порядка  $m, n$ , получаем

$$\begin{aligned} s_{k, l}(x, y) &= \sum_{\mu=-k}^k \sum_{\nu=-l}^l c_{\mu, \nu} e^{i(\mu x + \nu y)} = \\ &= M_{s, t} \left\{ f(x + s, y + t) \sum_{\mu=-k}^k \sum_{\nu=-l}^l e^{-i(\mu s + \nu t)} \right\} = M_{s, t} \{f(x + s, y + t) D_{k, l}(s, t)\}, \end{aligned}$$

где  $D_{m, n}(s, t)$  – так называемое ядро Дирихле, которое может быть записано в форме (см., например, [2], с. 32)

$$D_{m, n}(s, t) = \sum_{\mu=-k}^k \sum_{\nu=-l}^l e^{-i(\mu s + \nu t)} = \frac{\sin(k + \frac{1}{2}) s \sin(l + \frac{1}{2}) t}{\sin \frac{s}{2} \sin \frac{t}{2}}.$$

Аналогично для среднего арифметического  $\sigma_{k, l}(f; x, y)$  имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{k, l}(f; x, y) &= \sum_{\mu=-k}^k \sum_{\nu=-l}^l \left(1 - \frac{|\mu|}{m}\right) \left(1 - \frac{|\nu|}{n}\right) c_{\mu, \nu} e^{i(\mu x + \nu y)} = \\ &= M_{s, t} \{f(x + s, y + t) K_{k, l}(s, t)\}, \end{aligned}$$

причем  $K_{k, l}(s, t)$  – ядро Фейера, которые может быть представлено в виде (см., например, [2], с. 32)

$$K_{k, l}(s, t) = \frac{1}{kl} \left( \frac{\sin \frac{ks}{2} \sin \frac{lt}{2}}{\sin \frac{s}{2} \sin \frac{t}{2}} \right)^2.$$

Ядро Фейера обладает двумя важными свойствами, которые следуют непосредственно из последнего равенства:

1) Функция  $K_{k,l}(s, t)$  неотрицательна и 2)  $M\{K_{k,l}(s, t)\} = 1$  (см., например, [2], [12-14]). Тогда из формулы

$$\sigma_{k,l}(f; x, y) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x + s, y + t) K_{k,l}(s, t) ds dt$$

следует, что

$$\begin{aligned} & \sigma_{k,l}(F_h; x, y) \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\frac{\eta}{4}}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\frac{\theta}{4}}^{\frac{\theta}{4}} f(x + s, y + t) - f(x + s, y - t) - f(x - s, y + t) \\ &+ f(x - s, y - t) K_{k,l}(s, t) ds dt + \\ &+ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\pi}^{\frac{\theta}{4}} f(x + s, y + t) - f(x + s, y - t) - f(x - s, y + t) \\ &+ f(x - s, y - t) K_{k,l}(s, t) ds dt + \\ &\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\frac{\eta}{4}}^{\pi} \int_{-\frac{\theta}{4}}^{\pi} f(x + s, y + t) - f(x + s, y - t) - f(x - s, y + t) \\ &+ f(x - s, y - t) K_{k,l}(s, t) ds dt = I_1 + I_2. \quad (16) \end{aligned}$$

Так как по условиям леммы

$$|x| \leq \frac{\eta}{2}, \quad |y| \leq \frac{\theta}{2}, \quad 0 < h < \frac{\eta}{4}, \quad 0 < r < \frac{\theta}{4}, \quad s \leq \frac{\eta}{4}, \quad t \leq \frac{\theta}{4},$$

то

$$(x + h, y + r), (x + h, y - r), (x - h, y + r), (x - h, y - r) \in [-\eta, \eta], [-\theta, \theta]$$

и

$$\begin{aligned} & (x + h + s, y + r + t) - (x + h + s, y - r + t) - (x - h + s, y + r + t) + \\ & + (x - h + s, y - r + t) = 4hr. \end{aligned}$$

Учитывая неравенство (13), получим

$$|f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) - f(x-h+s, y+r+t) + f(x-h+s, y-r+t)| \leq 4\omega_{11}(f; \varepsilon, \delta).$$

Отсюда следует, что

$$|I_1| \leq 4\omega_{11}(f; \varepsilon, \delta) \int_{-\frac{\eta}{4}}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\frac{\theta}{4}}^{\frac{\theta}{4}} K_{k,l}(s, t) ds dt \leq 4\pi^2 \omega_{11}(f; \varepsilon, \delta). \quad (17)$$

Далее, имеем

$$\begin{aligned} |I_2| &\leq \frac{1}{2\pi^2} \max_{\frac{\eta}{4} \leq s \leq \pi} \max_{\frac{\theta}{4} \leq t \leq \pi} K_{k,l}(s, t) \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} 4|f(s, t)| ds dt \leq \\ &\leq \frac{2}{\pi^2(k+1)(l+1)} \left( \sin \frac{\eta}{8} \sin \frac{\theta}{8} \right)^{-2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(s, t)| ds dt. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (17) и (18) в (16), получим неравенство (15). Отсюда и следует доказательство леммы 3.

**Лемма 4.** Если  $V_{-\eta, -\theta}^{\eta, \theta}(f) = \int_{-\eta}^{\eta} \int_{-\theta}^{\theta} |df(s, t)|$ ,  $0 \leq h \leq \frac{\eta}{4}$ ,  $0 \leq r \leq \frac{\theta}{4}$ , то

$$\left( \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} |\sigma_{k,l}(F_{h,r}; x, y)| dx dy \right)^{\frac{1}{2}} \leq B_{\eta, \theta} \sqrt{hr} + \frac{C_{\eta, \theta}}{\sqrt{kl}}, \quad (19)$$

$$\text{где } B_{\eta, \theta} = 2 \sqrt{V_{-\eta, -\theta}^{\eta, \theta}(f)}, \quad C_{\eta, \theta} = \sqrt{\eta \theta A_{\eta, \theta}}.$$

**Доказательство.** В силу леммы 3 имеем

$$\begin{aligned} &\sigma_{k,l}(F_{h,r}; x, y) = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) \\ &\quad - f(x-h+s, y+r+t) + f(x-h+s, y-r+t)) K_{m,n}(s, t) ds dt. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned}
& \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} |\sigma_{k,l}(F_h; x, y)| dx dy \leq \\
& \leq \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\eta}{4}}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{4}}^{\frac{\theta}{4}} |f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) \\
& \quad - f(x-h+s, y+r+t) + f(x-h+s, y-r+t)| \cdot \\
& \quad \cdot K_{m,n}(s, t) ds dt dx dy + \\
& \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} \left( \int_{-\pi}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\pi}^{\frac{\theta}{4}} |f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) \right. \\
& \quad \left. - f(x-h+s, y+r+t) + f(x-h+s, y-r+t)| \cdot \right. \\
& \quad \left. \cdot K_{m,n}(s, t) ds dt + \right. \\
& + \int_{-\pi}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\pi}^{\frac{\theta}{4}} |f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) - f(x-h+s, y+r+t) \\
& \quad \left. + f(x-h+s, y-r+t)| \cdot \right. \\
& \quad \left. \cdot K_{k,l}(s, t) ds dt \right) dx dy = I_1 + I_2. \tag{20}
\end{aligned}$$

Так как по условиям леммы

$$|x| \leq \frac{\eta}{2}, \quad |y| \leq \frac{\theta}{2}, \quad 0 < h < \frac{\eta}{4}, \quad 0 < r < \frac{\theta}{4}, \quad s \leq \frac{\eta}{4}, \quad t \leq \frac{\theta}{4},$$

и функция  $f(x, y)$  имеет ограниченную вариацию на отрезках  $[-\eta, \eta]$ ,  $[-\theta, \theta]$  то

$$\begin{aligned}
& \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} [f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) - f(x-h+s, y+r+t) \\
& \quad + f(x-h+s, y-r+t)] dx dy \leq
\end{aligned}$$

$$\leq \int_{-\frac{\eta}{2}-h+s}^{\frac{\eta}{2}+h+s} \int_{-\frac{\theta}{2}-r+t}^{\frac{\theta}{2}+r+t} \left( \int_{u-h+s}^{u+h+s} \int_{v-r+t}^{v+r+t} dx dy \right) |df(u, v)|.$$

Последнее неравенство можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{\eta}{2}-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\eta}{2}-\frac{\theta}{2}} [f(x+h+s, y+r+t) - f(x+h+s, y-r+t) - f(x-h+s, y+r+t) \\ & \quad + f(x-h+s, y-r+t)] dx dy \leq \\ & \leq 4hr \int_{-\frac{\eta}{2}-h+s}^{\frac{\eta}{2}+h+s} \int_{-\frac{\theta}{2}-r+t}^{\frac{\theta}{2}+r+t} |df(u, v)| \leq 4hr \int_{-\eta}^{\eta} \int_{-\theta}^{\theta} |df(u, v)| = 4hr V_{-\eta, \theta}^{\eta, \theta}(f). \end{aligned}$$

Оценим  $I_1$  в правой части (20):

$$I_1 \leq \frac{hr}{\pi^2} V_{-\eta, \theta}^{\eta, \theta}(f) \int_{-\frac{\eta}{4}}^{\frac{\eta}{4}} \int_{-\frac{\theta}{4}}^{\frac{\theta}{4}} K_{m, n}(s, t) ds dt \leq 4\pi^2 hr V_{-\eta, \theta}^{\eta, \theta}(f). \quad (21)$$

Пользуясь неравенством (18) для  $I_2$  получим

$$\begin{aligned} I_2 & \leq \frac{2}{\pi^2(k+1)(l+1)} \left( \sin \frac{\eta}{8} \sin \frac{\theta}{8} \right)^{-2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(s, t)| ds dt \int_{-\frac{\eta}{2}-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\eta}{2}-\frac{\theta}{2}} dx dy \leq \\ & \leq \frac{\eta\theta A_{\eta, \theta}}{(k+1)(l+1)}. \end{aligned} \quad (22)$$

Подставляя (21) и (22) в (20) и используя неравенство  $(a+b)^{\frac{1}{2}} \leq a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$ , получим оценку (19). Лемма 4 доказана.

**Теорема 4.** Пусть  $\{m_k\}$ ,  $\{n_l\}$ , – последовательность возрастающих положительных натуральных чисел и

$$\Omega(x, y) = \sum_{m_k \leq x} \sum_{n_l \leq y} 1.$$

Тогда

$$\omega\left(\frac{1}{m_p n_q}\right) \Omega^{\frac{1}{2}}(4m_p n_q) \leq 16 \int_1^\infty \int_1^\infty \omega\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right) \Omega^{\frac{1}{2}}(s, t) \frac{ds dt}{s t}, \quad (23)$$

для всех  $p = 1, 2, \dots$ ,  $q = 1, 2, \dots$  и

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^\infty \sum_{\nu=1}^\infty \left(\frac{m_{\mu+1} - m_\nu}{m_{\mu+1}}\right) \left(\frac{n_{\nu+1} - n_\nu}{n_{\nu+1}}\right) \omega\left(\frac{1}{m_\mu n_\nu}\right) \sqrt{\Omega(4m_\mu n_\nu)} \leq \\ \leq 16 \int_1^\infty \int_1^\infty \omega\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right) \sqrt{\Omega(s, t)} \frac{ds dt}{s t}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^\infty \sum_{\nu=1}^\infty \left(\frac{m_{\mu+1} - m_\nu}{m_{\mu+1}}\right) \omega\left(\frac{1}{m_\mu n_\nu}\right) \sqrt{\Omega(4m_\mu n_\nu)} \leq \\ \leq 16\Gamma_1 \int_1^\infty \int_1^\infty \omega\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right) \sqrt{\Omega(s, t)} \frac{ds dt}{s t}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^\infty \sum_{\nu=1}^\infty \left(\frac{n_{\nu+1} - n_\nu}{n_{\nu+1}}\right) \omega\left(\frac{1}{m_\mu n_\nu}\right) \sqrt{\Omega(4m_\mu n_\nu)} \leq \\ \leq 16\Gamma_2 \int_1^\infty \int_1^\infty \omega\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right) \sqrt{\Omega(s, t)} \frac{ds dt}{s t}, \end{aligned}$$

$$\Gamma_1 = \sup_\nu \frac{n_{\nu+1}}{n_{\nu+1} - n_\nu}, \quad \Gamma_2 = \sup_\mu \frac{m_{\mu+1}}{m_{\mu+1} - m_\nu}.$$

**Доказательство.** Из (14) следует, что

$$\frac{1}{s} \leq \frac{1}{m_p}, \quad \frac{1}{t} \leq \frac{1}{n_q}, \quad m_p m_q \omega\left(\frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q}\right) \leq 4st\bar{\omega}\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right).$$

Используя (23) и последнее неравенство, получаем

$$\begin{aligned} 4 \int_1^\infty \int_1^\infty \omega\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{t}\right) \sqrt{\Omega(s, t)} \frac{ds dt}{s t} &\geq \int_1^\infty \int_1^\infty \omega\left(\frac{2}{s}, \frac{2}{t}\right) \sqrt{\Omega(s, t)} \frac{ds dt}{s t} \geq \\ &\geq \frac{1}{4} m_p n_q \omega\left(\frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q}\right) \sqrt{\Omega(2n_q, 2n_q)} \int_{m_p}^\infty \int_{n_q}^\infty \frac{ds dt}{s^2 t^2}, \end{aligned}$$

что и доказывает неравенство (23). Далее,

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left( \frac{m_{\mu+1} - m_{\nu}}{m_{\mu+1}} \right) \left( \frac{n_{\nu+1} - n_{\nu}}{n_{\nu+1}} \right) \omega \left( \frac{1}{m_{\mu}}, \frac{1}{n_{\nu}} \right) \sqrt{\Omega(2m_{\mu}, 2n_{\nu})} &\leq \\ &\leq 4 \int_1^{\infty} \int_1^{\infty} \omega \left( \frac{1}{s}, \frac{1}{t} \right) \sqrt{\Omega(2s, 2t)} \frac{ds dt}{s t}. \end{aligned}$$

Так как

$$\int_1^{\infty} \int_1^{\infty} \omega \left( \frac{1}{s}, \frac{1}{t} \right) \Omega^{\frac{1}{2}}(2s, 2t) \frac{ds dt}{s t} \leq 4 \int_1^{\infty} \int_1^{\infty} \omega \left( \frac{1}{s}, \frac{1}{t} \right) \sqrt{\Omega(s, t)} \frac{ds dt}{s t},$$

отсюда вытекает неравенство (24). Теорема 4 доказана.

**3. Доказательство теоремы 3.** Теперь приводим основной результат.

Пусть  $[-\eta; \eta] \subset [-\pi, \pi]$ ,  $[-\theta; \theta] \subset [-\pi, \pi]$ ,  $L \geq \frac{16\pi^2}{\eta\theta}$ ,  $0 < \eta < \pi$ ,  $0 < \theta < \pi$  и

$\epsilon = \frac{\eta}{2} = \frac{\theta}{2}$ . Тогда согласно оценке (10), будем иметь

$$\begin{aligned} \sum_{|m_{\mu}| \leq k} \sum_{|n_{\nu}| \leq l} \left( 1 - \frac{m_{\mu} - 1}{k} \right) \left( 1 - \frac{n_{\nu} - 1}{l} \right) |\rho_{m_{\mu}, n_{\nu}}| |\sin \Lambda_{m_{\mu}} h \sin \lambda_{n_{\nu}} r| &\leq \\ &\leq \frac{144\pi}{31\eta\theta} \left\{ \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} (\sigma_{k,l}(F_{h,r}; x, y))^2 dx dy \right\}^{\frac{1}{2}} \Omega^{\frac{1}{2}}(k, l). \end{aligned}$$

(25)

Полагая  $k = 2m_p$ ,  $l = 2n_q$ , получим

$$\begin{aligned} \sum_{|m_{\mu}| \leq 2m_p} \sum_{|n_{\nu}| \leq 2n_q} \left( 1 - \frac{m_{\mu} - 1}{2m_p} \right) \left( 1 - \frac{n_{\nu} - 1}{2n_q} \right) |\rho_{m_{\mu}, n_{\nu}}| |\sin \Lambda_m h \sin \lambda_n r| &\geq \\ &\geq \frac{1}{4} \sum_{\mu=1}^p \sum_{\nu=1}^q |\rho_{m_{\mu}, n_{\nu}}| |\sin \Lambda_m h \sin \lambda_n r|. \end{aligned}$$

Следовательно, неравенство (25) запишется так:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sum_{\mu=1}^p \sum_{\nu=1}^q |\rho_{m_\mu, n_\nu}| |\sin \Lambda_m h \sin \lambda_n r| \leq \\ & \leq \frac{288\pi}{31\eta\theta} \left\{ \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} (\sigma_{k,l}(F_{h,r}; x, y))^2 dx dy \right\}^{\frac{1}{2}} \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)}. \end{aligned}$$

Выберем  $h, r$  таким образом, что было выполнено неравенство  $0 \leq hm_p \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq rn_q \leq \frac{\pi}{2}$ . Положим  $h = \frac{1}{m_p}$ ,  $r = \frac{1}{n_q}$  и в силу неравенств

$$\sin \frac{m_\mu}{m_p} \geq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m_\mu}{m_p}, \quad \sin \frac{n_\nu}{n_q} \geq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{n_\nu}{n_q},$$

получим

$$\begin{aligned} U_{p,q} &= \frac{1}{m_p n_q} \sum_{\mu=1}^p \sum_{\nu=1}^q m_\mu n_\nu |\rho_{m_\mu, n_\nu}| \leq \\ & \leq \frac{288\pi}{31\eta\theta} \left\{ \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} \left( \sigma_{2m_p, 2n_q} \left( F_{\frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q}}; x, y \right) \right)^2 dx dy \right\}^{1/2} \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)}. \quad (26) \end{aligned}$$

При  $p \geq p_0$ ,  $q \geq q_0$  найдутся такие числа  $p_0, q_0$ , для которых справедливо неравенство  $\frac{1}{m_p} < \frac{\eta}{4}$ ,  $\frac{1}{n_q} < \frac{\theta}{4}$ . Отсюда в силу оценки (15), для каждого

$|x| \leq \frac{\eta}{2}$ ,  $|y| \leq \frac{\theta}{2}$  имеет место

$$\left| \sigma_{2m_p, 2n_q} \left( F_{\frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q}}; x, y \right) \right| \leq 4\omega_{11} \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right)_B + \frac{A_{\eta, \theta}}{4m_p n_q}, \quad (27)$$

где  $A_{\eta, \theta}$  – константа, зависящая от  $\eta$  и  $\theta$ .

Подставляя оценку (27) в неравенство (26), получим:

$$U_{p,q} \leq \frac{288\pi^3}{31\sqrt{\eta\theta}} \left( 4\omega \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) + \frac{A_{\eta, \theta}}{4m_p n_q} \right) \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)} \quad (p \geq p_0, q \geq q_0). \quad (28)$$

Благодаря оценке (27), внутренний интеграл в неравенстве (26) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} \left( \sigma_{2m_p, 2n_q} \left( F_{\frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q}}; x, y \right) \right)^2 dx dy \leq \\ & \leq \left( 4\omega \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right)_{\mathbf{B}} + \frac{A_{\eta, \theta}}{4m_p n_q} \right) \int_{-\frac{\eta}{2}}^{\frac{\eta}{2}} \int_{-\frac{\theta}{2}}^{\frac{\theta}{2}} \left| \sigma_{2m_p, 2n_q} \left( F_{\frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q}}; x, y \right) \right| dx dy. \end{aligned}$$

Согласно условиям теоремы, функция  $f \in V_{-\eta, \theta}^{\eta, \theta}$ , поэтому, благодаря оценке (19) получим:

$$\begin{aligned} U_{p, q} \leq \frac{288\pi^3}{31\eta\theta} \left[ \left( 2\omega^{\frac{1}{2}} \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) + \frac{A_{\eta, \theta}}{2(m_p n_q)^{\frac{1}{2}}} \right) + \right. \\ \left. (2B_{\eta, \theta} + C_{\eta, \theta}) \frac{\Omega^{\frac{1}{2}}(2m_p, 2n_q)}{2\sqrt{m_p n_q}} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Так как  $\frac{1}{m_p} \leq \frac{\eta}{4}$ ,  $\frac{1}{n_q} \leq \frac{\theta}{4}$ , то

$$\frac{16}{\eta\theta} \omega \left( f, \frac{\eta}{4}, \frac{\theta}{4} \right) \leq 4m_p n_q \omega_{11}(f, m_p, n_q)$$

или

$$\frac{1}{4m_p n_q} \leq \frac{\eta\theta}{16} \frac{\omega_{11} \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right)}{\omega_{11} \left( f, \frac{\eta}{4}, \frac{\theta}{4} \right)}.$$

Тогда при  $p \geq p_0$ ,  $q \geq q_0$  неравенства (28) (29) принимают следующий вид:

$$U_{p, q} \leq L_{\eta, \theta} \omega_{11} \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)}, \quad (30)$$

$$U_{p,q} \leq M_{\eta,\theta} \omega_{11} \left( f, \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)}. \quad (31)$$

Неравенства (30) и (31) объединяются в одно неравенство

$$U_{p,q} \leq N_{\eta,\theta} \omega \left( \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)} \quad (p \geq p_0, q \geq q_0). \quad (31)$$

Далее, из формулы

$$\begin{aligned} |\rho_{m_\mu, n_\nu}| &= U_{\mu,\nu} - U_{\mu-1,\nu} - U_{\mu,\nu-1} + U_{\mu-1,\nu-1} + \\ &+ \frac{m_\mu - m_{\mu-1}}{m_\mu n_\nu} (U_{\mu,\nu-1} - U_{\mu-1,\nu-1}) + \frac{n_\nu - n_{\nu-1}}{m_\mu n_\nu} (U_{\mu,\nu-1} - U_{\mu-1,\nu-1}) + \\ &+ \frac{(m_\mu - m_{\mu-1})(n_\nu - n_{\nu-1})}{m_\mu n_\nu} U_{\mu-1,\nu-1} \quad (\mu, \nu = 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

следует, что

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=p_0+1}^p \sum_{\nu=q_0+1}^q |\rho_{m_\mu, n_\nu}| &\leq U_{p,q} + \sum_{\mu=p_0}^p \sum_{\nu=q_0}^q \left( \frac{m_\mu - m_{\mu-1}}{m_\mu n_\nu} + \frac{n_\nu - n_{\nu-1}}{m_\mu n_\nu} + \right. \\ &\left. + \frac{(m_{\mu+1} - m_\mu)(n_{\nu+1} - n_\nu)}{m_{\mu+1} n_{\nu+1}} \right) U_{\mu,\nu}. \end{aligned}$$

Используя неравенство (32), получаем

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=p_0+1}^p \sum_{\nu=q_0+1}^q |\rho_{m_\mu, n_\nu}| &\leq N_{\eta,\theta} \omega \left( \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)} + \\ &N_{\eta,\theta} \sum_{\mu=p_0}^p \sum_{\nu=q_0}^q \left( \frac{m_\mu - m_{\mu-1}}{m_\mu n_\nu} + \frac{n_\nu - n_{\nu-1}}{m_\mu n_\nu} + \right. \\ &\left. + \frac{(m_{\mu+1} - m_\mu)(n_{\nu+1} - n_\nu)}{m_{\mu+1} n_{\nu+1}} \right) \omega_{11} \left( \frac{1}{m_p}, \frac{1}{n_q} \right) \sqrt{\Omega(2m_p, 2n_q)}. \end{aligned}$$

Следовательно, при  $p \geq p_0, q \geq q_0$  выполняется

$$\sum_{\mu=p_0+1}^p \sum_{\nu=q_0+1}^q |\rho_{m_\mu, n_\nu}| \leq 64 \tilde{N}_{\eta,\theta} \int_1^\infty \int_1^\infty \omega_{11} \left( \frac{1}{s}, \frac{1}{t} \right) \Omega^{\frac{1}{2}}(s, t),$$

$\tilde{N}_{\eta,\theta} = \frac{2+\Gamma_1+\Gamma_2}{4} N_{\eta,\theta}$  и, так как по условиям теоремы интеграл в правой части последнего неравенства ограничен, отсюда следует доказательство теоремы 3.

### Литература

1. Бари Н.К. Тригонометрические ряды //– Москва. Изд.: Физматгиз, 1961. – 936 с.
2. Бор Г. Почти периодические функции// М.: ОГИЗ, 1934. – 128 с.
3. Голубов Б.И. Двойные рядов Фурье и функции ограниченной вариации// Известия вузов. Матем., (12), 55-68. – 1972. – № 12. – С. 55-68.
4. Жак И.Е. Тиман, М.Ф. О суммировании двойных рядов// Матем. сб., 1954. 35 (77). – С. 21-56.
5. Nobel M.E. Coefficient properties of Fourier series with a gap condition / M.E. Nobel // Math. Ann., 1954. Vol. 128. Pp. 55-62.
6. Zygmund A. Trigonometric series / A. Zygmund. Cambridge Univ. Press, 1959, 615 p.
7. Kennedy P.V. Fourier series with gaps / P. V. Kennedy // Quart, J. Math., 7. 1956. – Pp. 224-230.
8. Mohammad, M. On the absolute convergence of a Fourier series with gaps / M. Mohammad // Department of Mathematics, Allahabad University. 1959. Pp. 104-109.
9. Боянич Р. Об абсолютной сходимости рядов Фурье с малыми пропусками / Р. Боянич, М. Томин // Матем. сб. – 1966. – Т. 70 (112). – №3. – С. 297-309.
10. Талбаков Ф.М. Об абсолютной сходимости рядов Фурье с малыми пропусками / Ф.М. Талбаков // Вестник ТНУ. Серия естест. наук. – 2022. – № 4. – С. 146-160.
11. Тиман А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного / А. Ф. Тиман. – М.: Физмат, 1960. – 626 с.
12. Хасанов Ю.Х. О приближении почти-периодических функций двух переменных / Ю.Х. Хасанов // Известия вузов. Математика. – 2010. – № 12. – С. 82-86.

13. Талбаков Ф.М. Об абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций в равномерной метрике / Ф.М. Талбаков // Известия вузов. Математика. – 2023. – № 4. – С. 64-75.
14. Талбаков Ф.М. О некоторых оценках частичных сумм ряда Фурье функций Бора / Ф.М. Талбаков // Вестник ТНУ. Серия естеств. наук. – 2018. – № 2. – С. 28-34.
15. Талбаков Ф.М. Об абсолютной сходимости рядов Фурье равномерных почти-периодических функций и некоторые вопросы их аппроксимации / Ф.М. Талбаков. Дисс. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук Институт математики им. А.Джураева НАНТ, 2020. – С. 84.
16. Янушаускас А.И. Двойные ряды / А.И. Янушаускас // Новосибирск. Изд.: Наука, 1980. – С. 224.

## ДАР БОРАИ ШАРТҲОИ КОФИИ НАЗДИКШАВАНДАГИИ МУТЛАҚИ ҚАТОРҲОИ ДУКАРАТАИ ФУРЬЕИ ДОРОИ ФОСИЛАҲОИ ХУРД

Талбакзода Ф.М.

*Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садрӣддин Айни*

*Аннотатсия.* Дар ин мақола мо теоремаро дар бораи наздикшавандагии мутлақи қаторҳои дукаратаи Фурье бо фосилаҳои намуди  $(m_{k+1} - m_k)(n_{l+1} - n_l) \geq \frac{16\pi^2}{\eta\theta}$  исбот мекунем, агар ин қатори Фурье дар фосилаҳои  $[-\eta, \eta] \subset [-\pi, \pi]$ ,  $[-\theta, \theta] \subset [-\pi, \pi]$  модули додашудаи бефосилагиро дошта бошад. Дар ибтидои кор муқаррароти ёридиҳандае оварда шудаанд, ки ба омӯзиши масъалаҳои ёфтани ҳудудҳои болоии инҳирофи суммаҳои хусусии қатори функцияҳои даврии Фурье аз пайдарпаии миёнаҳои аввали арифметикии ин қатор бахшида шудаанд. Ядрои Фейер ҳамчун зареби суммаҳои хусусӣ баррасӣ шуда, модули бефосилагии функцияҳо дар порчаҳои додашуда ҳамчун мушаххасаи сохторӣ истифода мешавад. Ба туфайли тадқиқоти С.Н. Бернштейн [1], М. Нобл [5], Зигмунт [6], Р. Кеннеди [7] ва ҷамъбастуинкишофи минбаъдаи натиҷаҳои онҳо дар кори Р. Бояник, М. Томик [9], ба як маъно, аломатҳои мукаммали наздикшавандагии мутлақи қаторҳои Фурье барои функцияи як тағйирёбанда маълуманд.

Натиҷаҳои марбӯт ба наздикишавандагии мутлақи қаторҳои дукаратаи Фурье бо фосилаҳои хурд кам маълуманд.

**Калидвожаҳо:** қаторҳои дукаратаи Фурье, функцияҳои қариб даврӣ, фосилаи хурд, суммаи хусусии Фурье, ядрои Фейер, коэффисиентҳои Фурье, модули бефосилагӣ, вариатсияи маҳдуд.

## ON SUFFICIENT CONDITIONS FOR ABSOLUTE CONVERGENCE OF DOUBLE FOURIER SERIES WITH SMALL GAPS

F.M. Talbakzoda

*Tajik State Pedagogical University after Sadriiddin Aini*

**Annotation.** In this paper, we prove a theorem on the absolute convergence of double Fourier series with gaps of the form  $(m_{k+1} - m_k)(n_{l+1} - n_l) \geq \frac{16\pi^2}{\eta\theta}$ , if this Fourier series has a given modulus of continuity on the intervals  $[-\eta, \eta] \subset [-\pi, \pi]$ ,  $[-\theta, \theta] \subset [-\pi, \pi]$ . At the beginning of the work, auxiliary statements are given, which are devoted to the study of problems for obtaining upper bounds for the deviation of partial sums of the Fourier series of periodic functions from the sequence of the first arithmetic means of this series. The Fejér kernel is considered as a factor of partial sums, and the modulus of continuity of functions on given segments is used as a structural characteristic. Thanks to the research of S.N. Bernstein [1], M. Noble [5], Zygmunt [6], R. Kennedy [7] and the further generalization and development of their results in the work of R. Boyanic, M. Tomic [9], in a sense, exhaustive signs of absolute convergence of Fourier series for a function of one variable are now known. Results on the absolute convergence of double Fourier series with small gaps are little known.

**Keywords:** double Fourier series, almost periodic functions, small gaps, Fourier partial sums, Fejér kernel, Fourier coefficients, modulus of continuity, bounded variation.

**Сведение об авторе:** Талбакзода Фарходжон Махмадшо – к.ф.-м.н., доцент кафедры геометрии и высшей математики Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни. Адрес: 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121. Телефон: (+992 91) 844 90 66. E-mail: talbakov\_90@mail.ru.

**Information about the author:** Talbakzoda Farhodjon Mahmadscho – Cand. Sc. in Phys. & Math., Associate Professor of the Department of Geometry and Higher Mathematics of the Tajik State

Pedagogical University after S. Aini. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 121. **Phone:** (+992 91) 844 90 66. **E-mail:** [talbakov\\_90@mail.ru](mailto:talbakov_90@mail.ru).

**Маълумот дар бораи муаллиф:** Талбакзода Фарҳодҷон Маҳмадшо – н.и.ф. ва м., дотсенти кафедраи геометрия ва математикаи олии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Душанбе, х. Рӯдакӣ, 121. **Телефон:** (+992 91) 844 90 66. **E-mail:** [talbakov\\_90@mail.ru](mailto:talbakov_90@mail.ru).

УДК 517.968.73

## **ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРИДИНАМИКИ**

**Юлдашева А.В.**

***Филиал МГУ имени М. В. Ломоносова в городе Ташкенте***

**Аннотация.** В работе рассматривается двухточечная краевая задача по времени для сингулярного интегро-дифференциального уравнения, связанного с перидинамической моделью. Доказаны существование и единственность решения задачи.

**Ключевые слова:** перидинамика, сингулярное интегро-дифференциальное уравнение, краевая задача, метод разделения переменных.

Нелокальные теории в механике сплошной среды получили развитие ещё в 1970-е годы в работах Крёнера [1], Эделена, Эринджена и их соавторов [2], а начиная с 1982 года – в монографиях Кунина и Рогула. В последние годы интерес к данным моделям вновь существенно возрос [3,4], что подтверждается и многочисленными публикациями, приведёнными в цитируемой литературе. Среди различных нелокальных подходов особое место занимает так называемая перидинамическая теория, предложенная Силлингом [5] для моделирования процессов образования разрывов в поле перемещений – включая

трещинообразование и разрушение – возникающих вследствие деформаций (микро)упругих материалов. В отличие от классической локальной теории, а также других типов нелокальных моделей, перидинамическое уравнение движения формулируется в интегральной форме и полностью лишено пространственных производных, поскольку опирается на анализ конечных разностей перемещений в окрестности рассматриваемой точки.

В отличие от классической механики сплошных сред, в которой линейаризованная модель описывается уравнениями с частными производными, перидинамическая модель приводит к интегро-дифференциальному уравнению вида:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \int_D K(x, y)[u(x, t) - u(y, t)]dy = f(x, t), \quad x \in D, 0 < t < T \quad (1)$$

с данными

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u(x, T) = \psi(x), \quad x \in D, \quad (2)$$

где  $D \subset R^n$  с кусочно-гладкой границей, причем  $n \geq 3$ .

В данной работе рассматривается симплифицированная модель [6-9], в которой предполагается, что неизвестная функция  $u: D \times [0, T] \rightarrow R$ , ядро  $K: D \times D \rightarrow R$  и внешняя сила  $f: D \times [0, T] \rightarrow R$  являются скалярными функциями.

Интегральный оператор в левой части уравнения (1) имеет специальное сильно сингулярное ядро, особенность которого заключается в том, что вблизи диагонали  $x = y$  оно имеет вид

$$K(x, y) = \frac{c}{|x-y|^n} + \gamma(x, y),$$

где  $\gamma(x, y)$ - интегрируемая функция, и выполняется граничное условие

$$\frac{\partial}{\partial \nu_x} K(x, y) = 0, \quad x \in \partial D, y \in D. \quad (3)$$

Здесь  $\nu(x)$  - внешняя нормаль к границе  $\partial D$  в точке  $x \in \partial D$ .

Соответствующий интегральный оператор

$$Au(x) = \int_D K(x, y)[u(x, t) - u(y, t)]dy \quad (4)$$

является гиперсингулярным и неограниченным в классических функциональных пространствах, таких, как  $L_p(D)$  или соболевские пространства  $W_p^l(D)$ .

Рассмотрим самосопряжённое расширение оператора Лапласа  $-\Delta$ , порождённое граничными условиями Неймана. Спектр этого расширения состоит из собственных значений  $\{\lambda_k\}$ , а собственные функции  $\{v_k\}$  удовлетворяют соотношениям:

$$-\Delta v_k = \lambda_k v_k(x), \quad x \in D, \quad \frac{\partial v_k(s)}{\partial \nu} = 0, \quad s \in \partial D, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Решение этой спектральной задачи мы понимаем в смысле  $W_2^1(D)$ .

Для любого  $\beta \geq 0$  введём гильбертово пространство  $H^\beta(D) = D((I - \Delta)^{\beta/2})$  с нормой

$$\|u\|_\beta^2 = \sum_{k=0}^{\infty} (1 + \lambda_k)^\beta |(u, v_k)|^2.$$

Символом  $W_2^\alpha(D)$ , где  $\alpha > 0$ , обозначаются классические пространства Соболева (дробного) порядка  $\alpha$ .

Для любых  $T > 0$  и  $m = 0, 1, \dots$  и произвольного банахова пространства  $B$  обозначим символом  $C^m\{[0, T] \rightarrow B\}$  пространство  $m$  раз непрерывно дифференцируемых отображений отрезка  $[0, T]$  в  $B$ .

Решением задачи (1)-(2) из класса  $H^\beta(D)$  назовём функцию  $u \in C^m\{[0, T] \rightarrow H^\beta(D)\}$ , удовлетворяющую уравнению (1) и условиям (2).

Далее воспользуемся результатом работы [6, Lemma 3.1]

**Лемма 1.** Для любой функции  $u \in C_0^\infty(\Omega)$  выполняется равенство

$$Au(x) = - \sum_{k=1}^{\infty} \ln \lambda_k (u, v_k) v_k(x), \quad x \in D. \quad (6)$$

Теперь перейдем к решению уравнения (1).

Будем искать решение уравнения (1) в виде ряда по собственным функциям краевой задачи (5)

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) v_k(x), \quad x \in D, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (7)$$

Тогда, согласно лемме 1

$$Au(x, t) = -\sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \ln \lambda_k v_k(x).$$

В таком случае, из уравнения (1) получаем:

$$u_0''(t) = f_0(t), \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} u_k''(t) v_k(x) - \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \ln \lambda_k v_k(x) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) v_k(x),$$

где  $f_k(t) = (f(x, t), v_k)$ .

Следовательно, при  $k \geq 1$  выполняется уравнение

$$u_k''(t) - (\ln \lambda_k) u_k(t) = f_k(t).$$

Положим

$$\mu_k = \sqrt{\ln \lambda_k}, k = 1, 2, \dots \quad (9)$$

Тогда

$$u_k''(t) - \mu_k^2 u_k(t) = f_k(t) \quad (10)$$

Из (8) и (10) получаем

$$u_0(t) = a_0 + b_0 t + \int_0^t (t-s) f_0(s) ds,$$

и

$$u_k(t) = a_k \operatorname{ch} \mu_k t + b_k \frac{\operatorname{sh} \mu_k t}{\mu_k} + \frac{1}{\mu_k} \int_0^t \operatorname{sh} \mu_k (t-s) f_k(s) ds.$$

Принимая во внимание краевые условия (2), мы приходим к следующим соотношениям для коэффициентов Фурье искомого решения задачи (7):

$$u_0(t) = \varphi_0 + (\psi_0 - \varphi_0) \frac{t}{T} - \int_0^T G_0(t, s) f_0(s) ds, \quad (11)$$

$$G_0(t, s) = \begin{cases} \frac{s(T-t)}{T}, & 0 \leq s \leq t, \\ \frac{t(T-s)}{T}, & t \leq s \leq T, \end{cases} \quad (12)$$

$$u_k(t) = \varphi_k \operatorname{ch} \mu_k t + (\psi_k - \varphi_k \operatorname{ch} \mu_k t) \frac{\operatorname{sh} \mu_k t}{\operatorname{sh} \mu_k T} - \frac{1}{\mu_k} \int_0^T G_k(t, s) f_k(s) ds, \quad (13)$$

$$G_k(t, s) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh} \mu_k s \cdot \operatorname{sh} \mu_k (T-t)}{\operatorname{sh} \mu_k T}, & 0 \leq s \leq t, \\ \frac{\operatorname{sh} \mu_k t \cdot \operatorname{sh} \mu_k (T-s)}{\operatorname{sh} \mu_k T}, & t \leq s \leq T, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\varphi_k = (\varphi(x), v_k)$ ,  $\psi_k = (\psi(x), v_k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

Из (11) и (13) следует, что вторая производная по переменной  $t$ , входящая в уравнение (1), формально разлагается в следующий ряд Фурье:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(t) v_k(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \mu_k^2 u_k(t) v_k(x). \quad (15)$$

Для доказательства существования решения достаточно убедиться в сходимости в метрике пространства  $H^\beta(D)$  рядов (15).

Заметим, что  $|G_0(t, s)| \leq T$  и

$$|G_k(t, s)| \leq \begin{cases} e^{-\mu_k(t-s)}, & 0 \leq s \leq t, \\ e^{\mu_k(t-s)}, & t \leq s \leq T. \end{cases}$$

В этом случае нам понадобится следующая лемма.

**Лемма 2.** Пусть  $c_k \geq 0$  и пусть сходится ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k < \infty.$$

Тогда для любого  $\varepsilon > 0$  и любого  $T > 0$  ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{\lambda_k^\varepsilon} e^{\mu_k t}$$

сходится равномерно на отрезке  $0 \leq t \leq T$ .

**Доказательство.** Заметим, что согласно (9),

$$(e^{\mu_k})^{\mu_k} = \lambda_k.$$

Отсюда получаем

$$e^{\mu_k} = \lambda_k^{1/\mu_k}.$$

Следовательно, для любого  $T > 0$

$$e^{\mu_k T} = \lambda_k^{T/\mu_k}.$$

Для любого  $\varepsilon > 0$  выберем номер  $N = N(\varepsilon, T)$  так, чтобы при  $k \geq N$  выполнялось неравенство

$$\mu_k \geq \frac{T}{\varepsilon}, \text{ т.е. } \frac{T}{\mu_k} \leq \varepsilon.$$

Тогда при  $k \geq N$  будет выполняться неравенство

$$e^{\mu_k T} \leq \lambda_k^\varepsilon.$$

Следовательно, для всех  $t \in [0, T]$  выполняется оценка

$$\frac{c_k}{\lambda_k^\varepsilon} e^{\mu_k t} \leq c_k, k \geq N, 0 \leq t \leq T.$$

В таком случае, утверждение леммы следует из теоремы Вейерштрасса о равномерной сходимости функционального ряда, мажорируемого сходящимся числовым рядом.

Перейдём к доказательству теоремы о разрешимости задачи (1) - (2).

**Теорема.** Пусть  $\alpha \in (0, 1)$  и  $0 < \beta < \alpha/n$ . Для любых  $\varphi(x) \in W_2^\alpha(D)$ ,  $\psi(x) \in W_2^\alpha(D)$  и  $f(x, t) \in C\{[0, T] \rightarrow W_2^\alpha(D)\}$  существует и притом единственное решение задачи (1)-(2) из класса  $C^2\{[0, T] \rightarrow H^\beta(D)\}$ .

**Доказательство.** Согласно [6, Theorem 3], из условий, наложенных на заданные функции следует, что для любого положительного  $\beta_1 < \frac{\alpha}{n}$  сходится следующий ряд:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (|\langle \varphi, v_k \rangle|^2 + |\langle \psi, v_k \rangle|^2 + |(f, v_k)(t)|^2) \lambda_k^{\beta_1} < \infty. \quad (16)$$

Покажем, что в этом случае для любого положительного  $\beta < \alpha/n$  ряды (15) сходятся в метрике пространства  $H^\beta(D)$ . Согласно определению нормы в пространстве  $H^\beta(D)$ , для этого требуется доказать, что сходятся ряды

$$\sum_{k=1}^{\infty} |u_k(t)|^2 \mu_k^4 \lambda_k^\beta < \infty, \quad (17)$$

и

$$\sum_{k=1}^{\infty} |(f, v_k)(t)|^2 \lambda_k^\beta < \infty. \quad (18)$$

Необходимо отметить, что выполнение условия (16) обеспечивает сходимость ряда (18), причём, принадлежность функции  $f$  классу  $C\{[0, T] \rightarrow W_2^\alpha(D)\}$  гарантирует равномерную по  $t \in [0, T]$  сходимость указанного ряда.

Таким образом, для завершения доказательства теоремы остаётся доказать равномерную по  $t \in [0, T]$  сходимость ряда (17). Для этого воспользуемся леммой 2. Из этой леммы и условия (16) следует, что ряд (17) может быть мажорирован сходящимся числовым рядом, что и означает равномерную его сходимость.

## Литература

1. Kroner E. Elasticity theory of materials with long range forces // Int. J. Solids Struct., 1967, № 3, p. 731–742.
2. Eringen A.C. Vistas of nonlocal continuum physics // Int. J. Eng. Sci., 1992, v.30, p. 1551–1565.
3. Bažant Z.P. and Jirásek M. Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: survey and progress // J. Eng. Mech., 2002, v. 128, p.1119-1149.
4. Polizzotto C. Nonlocal elasticity and related variational principles // Int. J. Solids Struct., 2001, v.38, p. 7359-7380.
5. Silling S. A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces // J. Mech. Phys. Solids, 2000, v. 48, p. 175-209.
6. Alimov, S.A., Yuldasheva, A.V. On the Solvability of the Peridynamic Equation with a Singular Kernel // Diff. Equat., 2021, v.57, p. 353-365.
7. Alimov Sh. A., Yuldasheva A. V. A Solvability of Singular Equations of Peridynamics on Two- Dimensional Periodic Structures // J. Peridyn. Nonlocal Model, 2023, vol. 5, № 3, p. 241-259.
8. Yuldasheva A. V. Peridynamic model of vibrations in a two-dimensional periodic structure // Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2025, 50: 1, p. 78-91.
9. Yuldasheva A. Peridynamic model of membrane heating // UzMJ, 2025, v.69, № 2, p. 337-343.

## МАСЪАЛАИ НИСБАТ БА ВАҚТ КАНОРИИ ДУНУҚТАВЇ БАРОИ МУОДИЛАИ ПЕРИДИНАМИКИИ ИНТЕГРАЛИЮ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ

Юлдашева А.В.

*Филиали Тошкандии Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов*

*Аннотатсия. Дар ин мақола масъалаи нисбат ба вақт канорӣ дунуқтавӣ барои муодилаи интегралӣю дифференсиалии сингулярӣ, ки бо модели перидинамикӣ алоқаманд аст, баррасӣ мешавад. Мавҷудият ва ягонагии ҳалли масъала исбот шудааст.*

*Калидвожаҳо: перидинамика, муодилаи интегралю дифференциалии сингулярӣ, масъалаи канорӣ, ҷудокунии тағйирёбандаҳо.*

**A TWO-POINT TIME BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR AN INTEGRAL  
DIFFERENTIAL PERIDYNAMIC EQUATION**

**A.V. Yuldasheva**

*Lomonosov Moscow State University in Tashkent*

*Annotation.* This paper considers a two-point boundary value problem in time for a singular integro-differential equation associated with a peridynamic model. The existence and uniqueness of a solution to the problem are proven.

**Keywords:** peridynamics, singular integro-differential equation, boundary value problem, separation of variables.

**Сведения об авторе:** Юлдашева Асал Викторовна – д.ф-м.н., профессор кафедры прикладной математики и информатики Филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Ташкенте. **Адрес:** 100060, Республика Узбекистан, г. Ташкент, пр. Амира Темура, 22. **Телефон:** (+998 97) 766 37 67. **E-mail:** [a\\_v\\_yuldasheva@mail.ru](mailto:a_v_yuldasheva@mail.ru).

**Маълумот дар бораи муаллиф:** Юлдашева Асал Викторовна – д.и.ф. ва м., профессори кафедраи математикаи амалӣ ва информатикаи филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар ш. Москва. **Суроға:** 100060, Ҷумҳурии Ўзбекистон, ш. Тошканд, х. Амир Темура, 22. **Телефон:** (+998 97) 766 37 67. **E-mail:** [a\\_v\\_yuldasheva@mail.ru](mailto:a_v_yuldasheva@mail.ru).

**Information about the author:** Yuldasheva Asal Viktorovna – DSc in Phys. & Math., Professor of the Department of Applied Mathematics and Informatics, Lomonosov Moscow State University in Tashkent. **Address:** Amir Temur Aven., 22. Tashkent 100060, Republic of Uzbekistan. **Phone:** (+998 97) 766 37 67. **E-mail:** [a\\_v\\_yuldasheva@mail.ru](mailto:a_v_yuldasheva@mail.ru).

УДК 54.057:546.65/.66:615.9

**СИНТЕЗ НОВЫХ НАНО ОКСИДОВ НА БАЗЕ ПНИКТИДОВ  
РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ИЗУЧЕНИЕ ИХ ТОКСИКОЛОГИИ****Абдусалимова М.Н., Рахимов И.Ф., Махмудов Ф.А.***Институт химии имени В.И. Никитина**Национальной академии наук Таджикистана*

*Аннотация.* Рассмотрены возможности использования перовскитных наноструктурных оксидов редкоземельных элементов, на примере nano оксида гольмия в генераторах по переработке выбросного тепла в электричество- так называемая альтернативная энергетика. Рассмотрены методы синтеза nanoоксида, основные характеристики, их стабильность, температурный диапазон их работы. Поскольку nano соединения будут использоваться в генераторах и находиться непосредственно вблизи людей, то изучение их влияния на человека, животных и окружающую среду является актуальным. В работе приведены данные о влиянии оксидов на иммунную систему, острую токсичность на лабораторных животных, влияния оксидов на внутренние органы.

*Ключевые слова:* альтернативная энергетика, nano структурированные оксиды, токсикология.

Электроэнергия - наиболее универсальный вид энергии, поскольку она используется во многих отношениях: для привода машин, связи, освещения, датчиков и многого другого.

В настоящее время 80% энергии получают от сгорания ископаемого топлива: уголь, газ, нефть [1]. Природные запасы истощаются, потребление энергии увеличивается, кроме того сжигание органического топлива приводит к потеплению климата на Земле. В связи с этим поиск альтернативных источников энергии является актуальным. Альтернативные источники топлива: ветряные

мельницы, солнечные батареи и использование геотермальных вод позитивно сказываются на состоянии воздушной среды, но не всюду они доступны.

Первые высокотемпературные термоэлектрические генераторы были изготовлены в 1960 году на основе твердого раствора SiGe по использованию в космосе по рекомендации НАСА. Работа за длительный период времени показала, что генераторы термоэлектрических материалов неприхотливы в работе, являются экологически чистыми собирателями энергии. В связи с этим разработка новых материалов для электрических генераторов и их работы до высоких температур является актуальным.

Термоэлектрики (TE) - многообещающая технология преобразования энергии для систем выработки электроэнергии и охлаждения. Использование этого тепла является одной из целей развития термоэлектричества. Тепловые и электрические свойства материалов, составляющих основу термоэлектрических устройств, определяют эффективность преобразования и технологическую жизнеспособность. Изучение фундаментальных свойств потенциально новых термоэлектрических материалов имеет большое значение для повышения производительности устройств и понимания электронной структуры систем материалов. Эффективность характеристик материала TE измеряется безразмерной величиной качества  $ZT = S^2 \sigma T / \kappa$ , где  $S$  – коэффициент Зеебека,  $\sigma$  - электропроводность,  $\kappa$  - теплопроводность, а  $T$  - абсолютная температура. Соответственно, хороший ТЭ-материал с высоким значением  $ZT$  требует сочетания высокой электропроводности, низкой теплопроводности и высокой термоэдс или коэффициента Зеебека  $S$ . Материалы, которые удовлетворяют этим требованиям, обычно используются для сильно легированных полупроводников или полуметаллов с малой запрещенной зоной. Однако температурные диапазоны, в которых можно было бы использовать существующие материалы, а также их стабильность, стоимость и токсичность, привели к исследованию оксидных материалов. Высокая температурная стабильность оксидов в воздухе позволяет использовать их при температурах

выхлопных систем двигателей внутреннего сгорания и электростанций. Доступность, относительно низкая стоимость и меньшая токсикология оксидов были фундаментальными драйверами для исследований в этой большой группе материалов.

В настоящей работе приведены данные по синтезу нано оксида гольмия, их характеристик. Исследование магнитных показали, что  $\text{Ho}_2\text{O}_3$  перспективный материал для изготовления постоянных магнитов [2] параллельно с термоэлектрическими свойствами.

Впервые изучены различными методами токсикологии оксид гольмия.

## **Экспериментальная часть**

### **Синтез и характеристика оксида гольмия**

В настоящей работе была поставлена задача - синтезировать и охарактеризовать наноструктурированные оксиды гольмия. Для этого был использован метод термического разложения соединений редкоземельного металла. В качестве прекурсоров были выбраны хлорид, ацетат и карбамид гольмия. Полученные порошки были охарактеризованы методами элементного анализа, рентгенофазового анализа (РФА), инфракрасной (ИК) спектроскопии, термического анализа (ТА) и спектроскопии комбинационного рассеяния (КР).

Наноразмерные образцы оксида гольмия синтезировали 2-мя методами.

**Метод I** (через ацетат): к 2-м граммам оксида гольмия ОСЧ добавляли 15 мл концентрированной азотной кислоты и 15 мл 70% уксусной кислоты и перемешивали до полного растворения. Затем нагревали смесь до испарения жидкости. Осадок, оставшийся после испарения жидкости, использовали для получения наноразмерного оксида путем нагрева в течение 1 часа при температуре 600 и 700°C (образцы 1 и 2, соответственно).

**Метод II** (через карбамид): к 2-м граммам оксида гольмия ОСЧ добавляли при перемешивании 30 мл концентрированной азотной кислоты и 4 грамма мочевины. Затем нагревали смесь до испарения жидкости. Осадок, оставшийся после

испарения жидкости, использовали для получения наноразмерного оксида путем нагрева в течение 1 часа при температуре 700°C (образец 3). Все этапы синтеза проводили на воздухе.

Для сравнения был получен образец 4 с использованием в качестве прекурсора хлорида гольмия. Исходную гидролизную смесь получали по схеме  $2\text{HoCl}_3 + \text{H}_2\text{O} = \text{Ho}_2\text{O}_3 + 6\text{HCl}$  с последующей нейтрализацией NaOH до pH = 3.6-3.8 в охлаждаемом реакторе при температуре не выше 60°C. Выпаривание досуха производилось на плитке в графитовых тиглях при постоянном помешивании. Полученную смесь нагревали при 600°C на воздухе в течение часа и затем промывали на фильтре Бюхнера до полного удаления NaCl.

**Таблица 1.** Описание полученных образцов

Образец	прекурсор	T <sub>син</sub> , °C
1	ацетат гольмия	600
2	ацетат гольмия	700
3	карбамид гольмия	700
4	хлорид гольмия	600

Все образцы подвергались рентгеноструктурному анализу, были сняты ИК-спектры, КР-спектры, был проведен термический анализ.

Эти исследования показали, что оксид гольмия полученный разными способами имеет объемно-центрированную кубическую (ОЦК) решетку.

#### **Токсикология оксида гольмия**

Оксид гольмия, полученный через мочевины при 700°C, размером 10нм был подвергнут фармакологическому скринингу.

**Таблица 2.** Значения среднего размера частиц **d** и параметра кубической решётки **a** для изученных образцов  $\text{Ho}_2\text{O}_3$

Образец	Максимум пика 222, град	Полуширина пика 222, град.	<b>d</b> , нм	<b>a</b> , Å
1	28.9936	2.0162	8	10.6693±0.02355
2	28.9842	1.6946	10	10.6643±0.01634
3	28.9876	1.0948	16	10.6573±0,00846
4	29.0853	0.112	4000	10.6212±0.00487

Исследование общего действия и острой токсичности проводили на мышах при внутрижелудочном введении в виде 2% гольмия на крахмальном клейстере в дозах 900 и 1200 мг/кг живой массы животного. Во всех случаях, после введения препаратов особое внимание уделяли тем изменениям, которые наступали в поведении животных – скорость их наступления, положение тела, координацию движения, саливацию, потливость, взъерошенность, тонус сосудов уха, нервно-мышечную возбудимость.

При исследовании острой токсичности при однократном введении исследуемых веществ в дозах 1-2 мл 2% раствора на 25 г. массы животного, гибели животных не наблюдалось. Животные переносили введенные дозы по разному. В некоторых группах наблюдались случаи угнетенного состояния и малоподвижность, смертельных случаев не отмечалось. Реакции на механические, болевые и звуковые раздражения были слабо сохранены. Наблюдалось аналогичное состояние поведения у всех испытуемых групп. При увеличении дозы, токсической дозы установить не удалось, так как объем вводимых доз превышал критический.

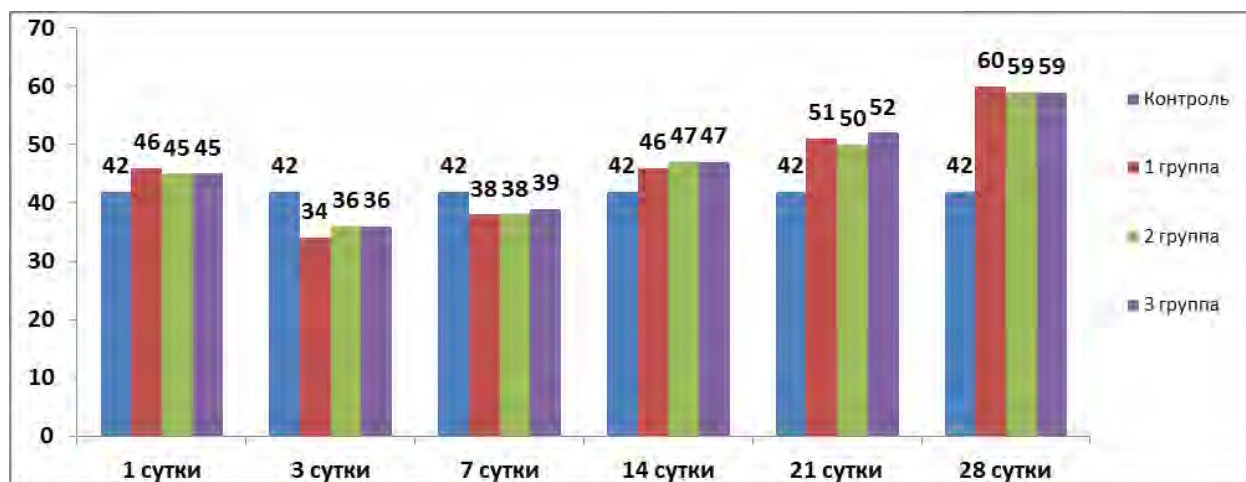
Следующей задачей являлось, определение воздействия наноструктур на морфофункциональное состояние органов и тканей лабораторных животных. Эти исследования проводили с использованием следующих методов

исследования: иммунологические (ИФА), патогистологические, клинико-лабораторные исследования (подсчет тромбоцитов в камере Горяева.

Полученные данные приведены в таблице 3 и на рис. 1.

**Таблица.** Показатели цитокинов PDGF (нг/мл) у крыс в различные периоды

№ группы	Контроль	1 сутки	3 сутки	7 сутки	14 сутки	21 сутки	28 сутки
1	42	46	34	38	46	51	60
2	42	45	36	38	47	50	59
3	42	45	36	39	47	52	59

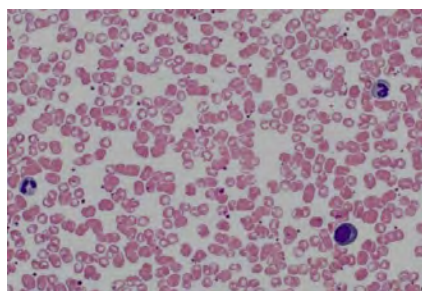


**Рисунок 1.** Диаграмма изменения цитокинов PDGF (нг/мл) у крыс

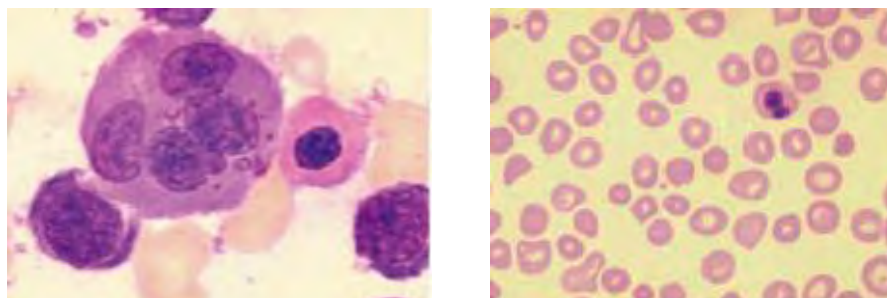
### Гистологические исследования

Гистологию проводили путем получения мазков крови и отпечатков костного мозга с использованием 0.9% NaCl и гепарина в пропорциях 5:1 из бедренной кости. Кровь брали из каудальной вены объёмом в 3 мл (для всех исследований).

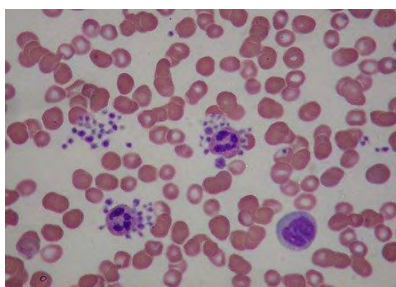
Гистологические исследования показали нарушения, как количества кровяных пластинок, так и качество мегакариоцитов (нарушение азурофильности) рис.2.



Мазок контрольной группы (окраска по Романовскому-Гимза)



Мегокарицит лишен азурофильности (3-7 суток)

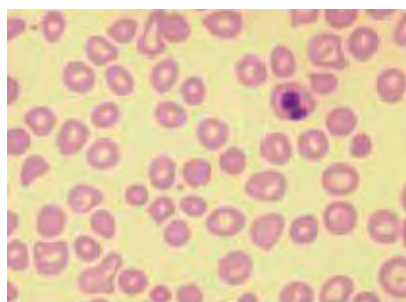
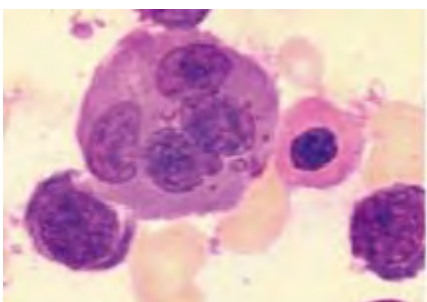


(21-28 суток) период восстановления тромбоцитопоза

**Рисунок 2.** Результаты гистологического исследования

Проведенное исследование показывает, что наноструктурированный оксид гольмия воздействует на раннюю стадию тромбоцитопоза. Выявленные нарушения также были подтверждены гистологическим исследованием отпечатков костного мозга (рис. 3).

Для получения относительно полной картины данного действия требовалось патогистологическое исследование органов животных на наличие повреждающего воздействия, а также определения кумулятивной способности наноструктурированного  $\text{Ho}_2\text{O}_3$ .



**Рисунок 3.** Мегокариоцит лишен азурофильности

### **Выводы**

Проведенные исследования указывают на то, что скормливание оксидом гольмия в виде 1-2% геля на 1.5% крахмальном клейстере, при длительном воздействии на организм крыс, приводит к нарушению тромбоцитопоза за счёт частичного поражения красного костного мозга, при котором увеличивается PDGF (таб. 1), что подтверждается клинико-лабораторными исследованиями, уменьшением количества тромбоцитов. Гистологические исследования показали наличие патологических процессов в органах и системах, выполняющих барьерную функцию организма, а данные полученные при изучении показателей IgG, указывают о кратковременном воздействии гольмия на органы иммунной системы, что позволяет говорить о вовлечении в процесс на ранних этапах введения лимфатических узлов.

### **Литература**

1. Шевельков А.В. Химические аспекты создания термоэлектрических материалов // Успехи химии. 2008. – Т. 77. – №1. – С. 3.
2. Abdusalyamova M.N., Makhmudov F.A., Shairmardanov E.N., Kovalev I.D., Fursikov P.V., Khodos I.I. & Y.M. Shulga//Structural features of nanocrystalline holmium oxide prepared by the thermal decomposition of organic precursors// J. of Alloys and Compounds. 2014, v. 601, p. 31-37.

3. M.N. Abdusalyamova, I.F. Rakhimov, K. Khaidarov, A. Sadirov, E. Shaimardanov, F. Makhmudov, R. Souhail //AL-Abed. “Synthesis of Nanostructured erbium oxides and investigation of influence oxides on the immune system and some animal tissues// J. Chemistry and Chemical Engineering. 2014, v. 8, N 5, p. 66-71.

### **СИНТЕЗИ НАНООКСИДҶОИ НАВ ДАР АСОСИ ПНИКТИДҶОИ ЭЛЕМЕНТҶОИ НОДИРЗАМИНӢ ВА ОМУӢЗИШИ ТОКСИКОЛОГИЯИ ОНҶО**

**Абдусалѡмова М.Н., Раҳимов И.Ф., Маҳмудов Ф.А.**

*Институти кимиѡи ба номи В.И. Никитини*

*Академияи миллии илмҶои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* ИмкониятҶои истифодаи оксидҶои перовскитии наноструктурии элементҶои нодирзаминӢ баррасӢ карда мешаванд, дар мисоли нанооксиди голмий, дар генераторҶое, ки гармии партовро ба барқ табдил медиҳанд – ба истилоҳ энергетикаи алтернативӢ. УсулҶои синтези нанооксид, хусусиятҶои асосии онҶо, устуворӢ ва диапазони ҳароратии кори онҶо мавриди омӯзиши қарор дода шудаанд. Азбаски наночузъҶо дар генераторҶо истифода мешаванд ва мустақиман дар наздикии одамон қарор мегиранд, омӯзиши таъсири онҶо ба инсон, ҳайвонот ва муҳити зист муҳим мебошад. Дар қор маълумот оид ба таъсири оксидҶо ба системаи масуният, захролудии шадид дар ҳайвоноти озмоишӢ ва таъсири оксидҶо ба узвҶои дарунӢ оварда шудаанд.

*КалидвожаҶо:* энергетикаи алтернативӢ, оксидҶои наноструктурӢ, токсикология.

### **SYNTHESIS OF NEW NANO-OXIDES BASED ON Pnictides of RARE-EARTH ELEMENTS AND STUDY OF THEIR TOXICOLOGY**

**M.N. Abdusalyamova, I.F. Rahimov, F.A. Mahmudov**

*V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

*Annotation.* The possibilities of using perovskite nanostructured oxides of rare-earth elements—using holmium nano-oxide as an example—in generators that convert waste heat into electricity, the so-called alternative energy sources, are considered. The methods of synthesis of the nano-oxide, its main

*characteristics, stability, and operating temperature range are studied. Since nanomaterials will be used in generators and will be located directly near humans, the study of their effects on humans, animals, and the environment is of great importance. The work presents data on the effects of the oxides on the immune system, their acute toxicity in laboratory animals, and the influence of the oxides on internal organs.*

**Keywords:** *alternative energy, nanostructured oxides, toxicology.*

**Сведения об авторах:** **Абдусалъмова Махсуда Негматуллоевна** – д.х.н., главный научный сотрудник лаборатории «Геохимия и аналитическая химия» Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** г. Душанбе, 734063, Республика Таджикистан, ул. Айни, 299/2. **E-mail:** [amahsuda@mail.ru](mailto:amahsuda@mail.ru).

**Рахимов Исматулло Фатхуллоевич** – д.м.н., профессор, член-корр. Национальной академии наук Таджикистана, заведующий лабораторией фармакологии Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** г. Душанбе, 734063, Республика Таджикистан, ул. Айни, 299/2. **E-mail:** [rif-52@bk.ru](mailto:rif-52@bk.ru).

**Махмудов Фарход Абдухоликович** – к.х.н., ведущий научный сотрудник лаборатории «Геохимии и аналитической химии» Института химии имени В. И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** г. Душанбе, 734063, Республика Таджикистан, ул. Айни, 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

**Information about the authors:** **Abdusaljamova Mahsuda Negmatulloevna** - DSc in Chem., Principal Researcher at the Laboratory of «Geochemistry and Analytical Chemistry», V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** Dushanbe, 734063, Republic of Tajikistan, 299/2 Ayni Str. **E-mail:** [amahsuda@mail.ru](mailto:amahsuda@mail.ru).

**Rakhimov Ismatullo Fatkhulloevich** - DSc in Med., Professor, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Tajikistan, Head of the Laboratory of Pharmacology, V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** Dushanbe, 734063, Republic of Tajikistan, 299/2 Ayni Str. **E-mail:** [rif-52@bk.ru](mailto:rif-52@bk.ru).

**Mahmudov Farhod Abdukholikovich** - Cand. Sc. in Chem., Leading Researcher at the Laboratory of «Geochemistry and Analytical Chemistry», V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** Dushanbe, 734063, Republic of Tajikistan, Ayni Str. 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

*Маълумот дар бораи муаллифон:* Абдусаломова Махсуда Негматуллоевна – д.и.х., профессор, сарҳодими илмии озмоишгоҳи «Геохимия ва химияи таҳлилӣ»-и Институти химияи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. Суроға: 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [amahsuda@mail.ru](mailto:amahsuda@mail.ru).

**Раҳимов Исмадулло Фатхуллоевич** – д.и. тиб, профессор, узви вобастаи Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. мудири озмоишгоҳи «Фармакология» Институти химияи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. Суроға: 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [rif-52@bk.ru](mailto:rif-52@bk.ru).

**Маҳмудов Фарҳод Абдухолиқович** – н.и.х., ходими пешбари илмии озмоишгоҳи «Геохимия ва химияи таҳлилӣ»-и Институти химияи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. Суроға: 734063, ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

УДК 54.057:546.65

## **SYNTHESIS, INVESTIGATION AND TOXICITY OF NANOCRYSTALLINE POWDER OF GADOLINIUM OXIDE**

**M.N. Abdusalyamova, S.S. Barotov, F.A. Makhmudov**

*V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

*Annotation.* Sesquioxide  $Gd_2O_3$  were synthesized in two different ways. Composition and structure of the prepared oxides by advanced methods.

**Keywords:** rare earth elements, nano, oxides.

### **Introduction**

Gadolinium oxide or more precisely, gadolinium sesquioxide  $Gd_2O_3$  aka gadolinium, occurs naturally, albeit as a minor constituent, in the mineral monazite that has been known ever since as *de Marigniac's* spectroscopic discovery of gadolinium metal itself in 1880.

While in powder form, gadolinium has white and odorless appearance, melts at about 2400°C and is insoluble in water. Both the attractive features of gadolinia and that it is used in a wide variety of practical applications mainly result from several fundamental structural properties, such as the nuclear and atomic structure of gadolinium on one hand, and the crystal, magnetic, and band structure of the solid oxide on the other hand. Firstly, the nuclear magnetic moment of some isotopes of gadolinium renders gadolinium excellent contrast agent in nuclear magnetic resonance imaging. Besides, the magnetic property of Gd-157 nucleus makes it superior to all other stable nuclides in capturing thermal neutrons due to the highest value of the thermal neutron capture cross section. As a result, gadolinium may become indispensable for effective thermal neutron shielding and for the control rods of nuclear reactors. Secondly, modern quantum theory easily explains optical and magnetic properties of gadolinium atoms and ions in terms of their electronic configuration [1, 2] (Herzberg 2010), (Van Vleck 1978). The study of phenomena in solids, when regardless of time reversal, should take into account the crystal structure in its narrow sense [4] (Landau and Lifshitz 1984, 130-131) [5]. Gadolinium sesquioxide may exist in several crystalline modifications (Eyring 1979, 341-352), (Adachi and Imanaka 1998) [6]. At normal conditions the most stable structure of the sesquioxide is so called Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> of *C*-type, also designated as *C*-Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (cubic crystal system, space group *Ia-3*; *Z* =16, the unit cell parameters at 25 C are: *a* = 1.0813 nm) [7] (Adachi and Imanaka 1998). But unlike yttrium and lanthanum gadolinium of the *C*-type is not stable up to its melting point, i.e. 2400°C, and at normal pressure there exist two phase transitions at different temperatures. At a temperature of about 1200 C cubic *C*-Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> transforms to a structure with monoclinic crystal system (space group: *C2/m*; *Z* =6, the unit cell parameters: *a* = 1.4061, *b* = 0.3566, *c* = 0.876 nm, and  $\beta = 100.10^\circ$ ), the so called *B*-type Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. At a temperature of about 2200 C *B*-Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> transforms to a structure with hexagonal crystal system (space group *P-3m1*; *Z* =1, the unit cell parameters at 2250 C are: *a* = 0.386, *c* = 0.616 nm), the so called *H*-type Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (Foëx and Traverse 1966) [8] that is stable only at temperatures higher than 2000 C (Bergmann 1974, C 1:

Sc:, Y:, La und Lanthanide:-Hydride:, Oxide:85) [9]. As the lanthanides may be divided into two distinct categories, light REs (La–Gd) and heavy ones (Tb–Lu), and these are the light REs that are mainly of technical importance (H. R. Kirchmayr 1996) [10], gadolinium oxide is widely used as a main component of luminescent materials, in the manufacture of fluorescent powders, in the fabrication of special optical glass with high refractive index, etc. Generally speaking, over the last several decades considerable researches have been carried out not only on the investigation of gadolinium binary but also a vast number of Gd-containing ternary oxides, including Fe-containing ones (spinel, perovskites, garnets, ferrites), as well as ionic conductors for  $\text{Li}^+$  solid electrolytes (Neelakanta 1995, 355) [11] in which gadolinium plays a key role.

Magnetic phenomena related to the subject are of particular importance. This is gadolinium  $3+$  free ion that has the highest total spin quantum number among all other  $\text{RE}^{3+}$  free ions (Hans R. Kirchmayr et al. 1979, 60) [12]. The coupling between the vectors of total orbital angular momentum and total spin (Tilley 2004, 518) [13] leads to that paramagnetic gadolinium ions occurring in the tripositive state in solids have a fairly high effective magnetic moment magnitude of  $7.94 \mu_B$  which is far above those of all other light REs and comparable to those of the heavy REs up to Tm (Hans R. Kirchmayr et al. 1979, 61) [14]. In the case of Gd-containing ternary oxides for instance, the magnetic ordering in the solids results in additional practically important properties. Thus, one gadolinium-containing ternary oxide, namely gadolinium gallium garnet (GGG –  $\text{Gd}_3\text{Ga}_2(\text{GaO}_4)_3$ ) has already found use as a substrate material for magneto-optical films in data storage devices [(Tang and Lee 2010, 91)] [15].

But what makes gadolinium of paramount importance is that this compound possesses a unique combination of exceptional properties, each of them being crucial for modern ultra-small electronics. Like silica it is a superb insulator (the band gap 5.3 eV (Самсонов 1978, 223)) [16] and its thin films can be obtained in a controllable way, but unlike silicon dioxide gadolinia has a substantially higher dielectric constant (12 versus 4). For the latter reason leakage electron currents arising from quantum mechanical tunnelling effect may

be substantially decreased and gadolinia thus is one of only a few materials suitable for the replacement of silica in ultra-small electronic devices that are still shrinking in size, which enables modern computer industry to keep pace with Moore's law (Schaefer 2010, 470–471) [17].

It is assumed that as particle sizes decrease down to nanoscale dimensions the ratio of surface to bulk atoms will be increased to endow gadolinia based materials with new properties

### **Experimental details. Synthesis**

Highly dispersed powders of gadolinium sesquioxide  $Gd_2O_3$  were synthesized in two different ways. According to the first one gadolinium hydroxide was thermally decomposed at different temperatures (350, 500, 650°C were employed). Later on the samples are referred to as GdO-I-0, GdO-I-500 and GdO-I-650, respectively. Alternatively, hydrated cellulose fibers (medical cotton) were impregnated with a gadolinium nitrate water solution of the concentration 5 times as less as it corresponds to the maximal stoichiometric value obtained when gadolinium metal is diluted in 63% nitric acid. These wet fibers were air-dried at 80°C for 3 hours and subsequently air-calcined for 5 hours at 650°C. The choice of the calcination temperature value was due to this value being as lower as possible, as low synthesis temperatures favor the formation of nanostructured particles, and because of that the complete thermal decomposition of cellulose fibers proceeds at temperatures well above 500°C.

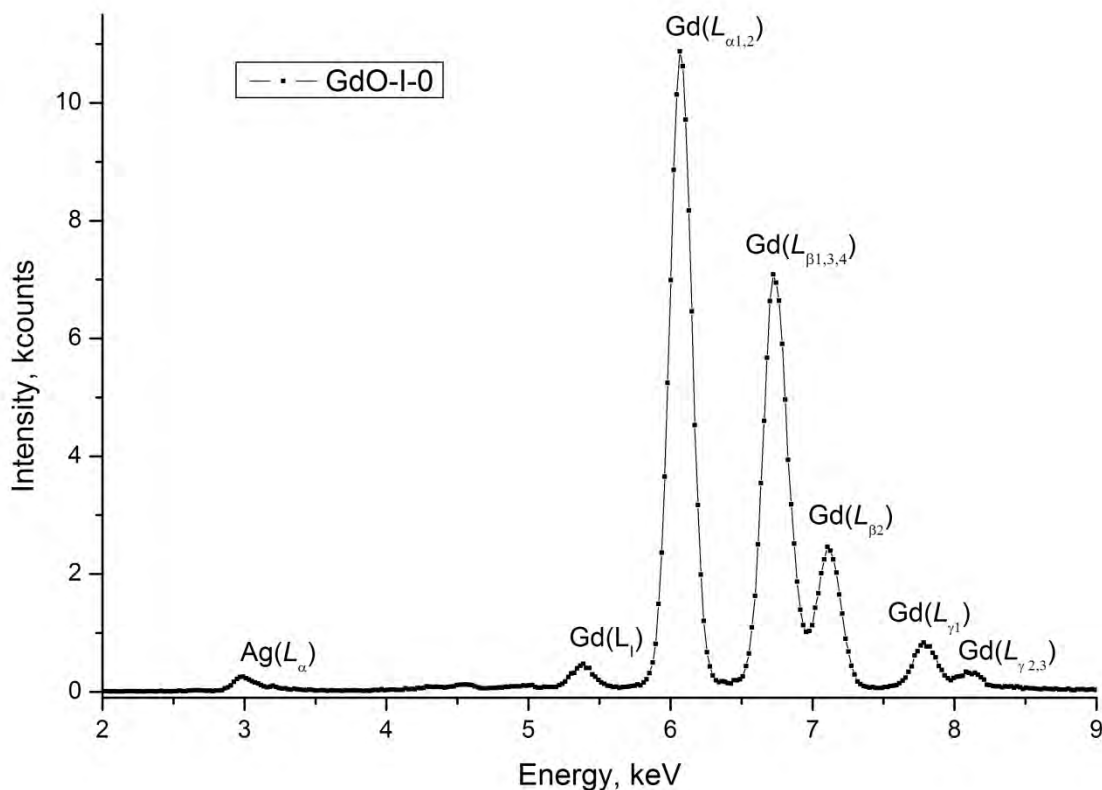
Composition and structure of the prepared oxides were studied by advanced methods. The distribution of structured areas in the powders was studied by high resolution transmission electron microscopy (HRTEM) using a JEM-2100 JEOL electron microscope. Elemental C, H, N and O analysis was conducted with the use of an analyzer CHNS/O «Vario Micro cube». X-ray fluorescence elemental (XRF) analysis was performed on an energy dispersion XRF spectrometer «X-Art M» COMITA. The bremsstrahlung from a silver anode X-ray tube was employed as the incident beam. Detector – Si (Li). Powder X-ray diffraction analysis was carried out at room temperature

on a diffractometer ARL X'TRA,  $\text{CuK}_\alpha$ -radiation. The unit cell parameters were refined by the Rietveld method with the use of PowderCell 2.x software (Kraus and Nolze 1996). The specific surface area (SSA) of the materials under study was measured by the BET method using a sorption analyzer QUADRASORB SI. Prior to the measurements samples were heated at  $300^\circ\text{C}$  for 2 hours in order to remove adsorbate. Thermal gravimetric and differential thermal analyses were carried out at a heating rate of  $10^\circ\text{C}/\text{min}$  in argon or air flow with a thermal analyzer STA 409 LUXX «Netzsch» which was connected to a synchronous thermal quadrupole mass spectrometer QMS 403 C Aëolos to determine the elemental composition of gases evolved from a heated sample.

### **Results and discussion**

XRF spectrum of the gadolinia prepared by the thermal decomposition of hydroxide (Fig.1) at  $350^\circ\text{C}$  shows no presence of the rare earth metals other than gadolinium.

Traces of titanium were also detected, which is likely due to accidental impurities presented in the sample chamber. The discussion of other results should take into account that like other RE sesquioxides gadolinia readily absorbs water vapours and carbon dioxide from the surrounding air (Adachi and Imanaka 1998). But the thermal decomposition of hydroxide at low temperatures may have resulted in that the content of “light” elements (i.e. oxygen and hydrogen) would be higher than it is if only the adsorption from the surrounding air takes place. This might be suggested by elemental analysis for “light” elements of the gadolinia prepared by the thermal decomposition of hydroxide (Table 1).

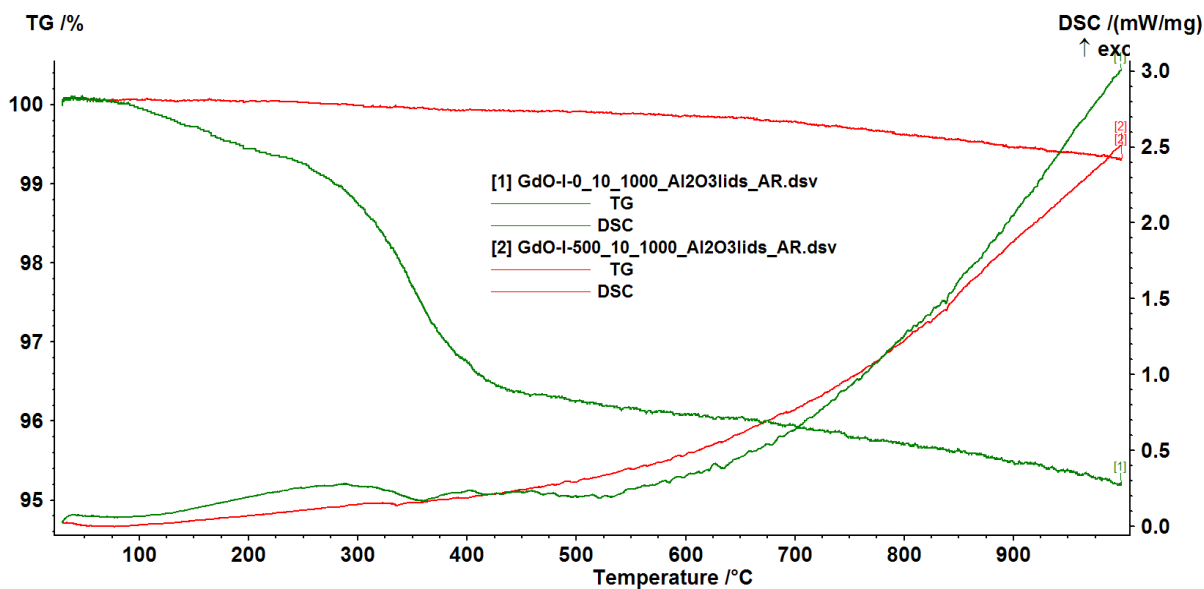


**Fig 1.** X-ray fluorescence spectrum of gadolinia obtained by the thermal decomposition of gadolinium hydroxide under air at 350°C. Ag( $L_{\alpha}$ ) peak arises due to the partial elastic scattering of the incident beam from the sample

**Table 1.** Results of the elemental combustion (for C and H) and pyrolysis (for O) analyses of gadolinia obtained by the thermal decomposition of gadolinium hydroxide under air at 350 and 500°C

sample	C, mass.%	H, mass.%	O, mass.%
Gd-I-0	0.20±0.01	0.43±0.03	3.2±0.6
Gd-I-500	0.14±0.01	0	0.7±0.3

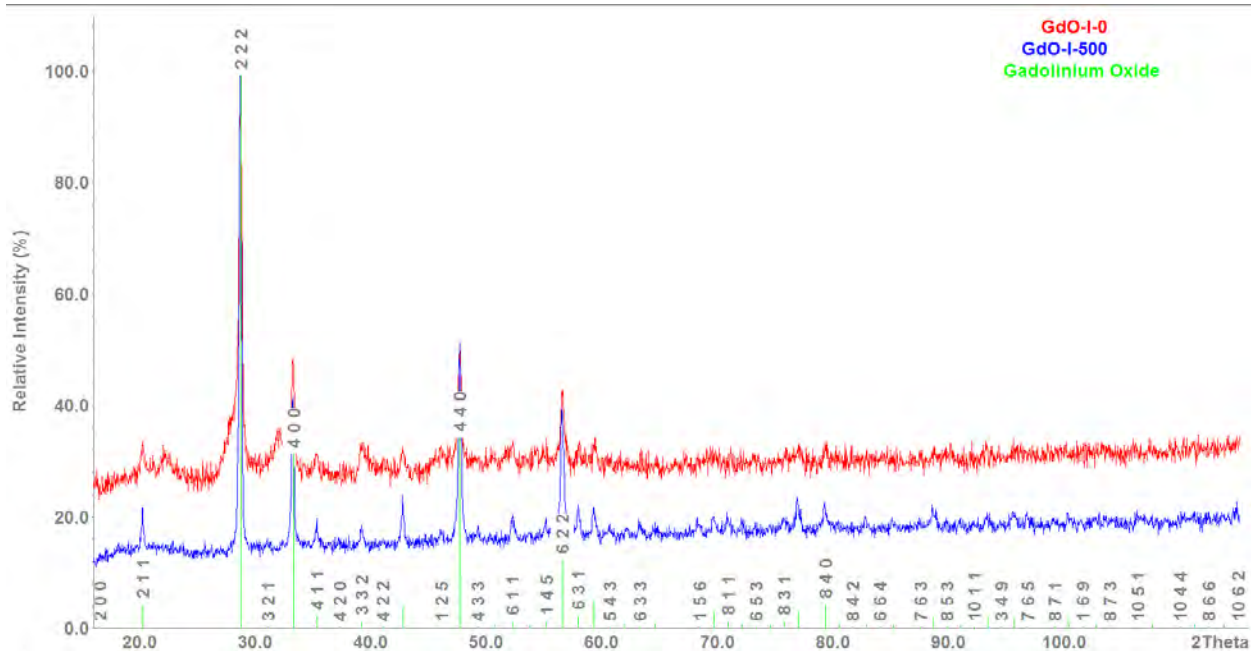
At heating all compounds, both presented in the bulk and on the surface (hydroxides and carbonates) will be decomposed, which is evidenced by elemental analysis of the sample prepared by the thermal decomposition of hydroxide at 500°C (Table 1) and thermal analysis of the gadolinia samples (Fig. 2).



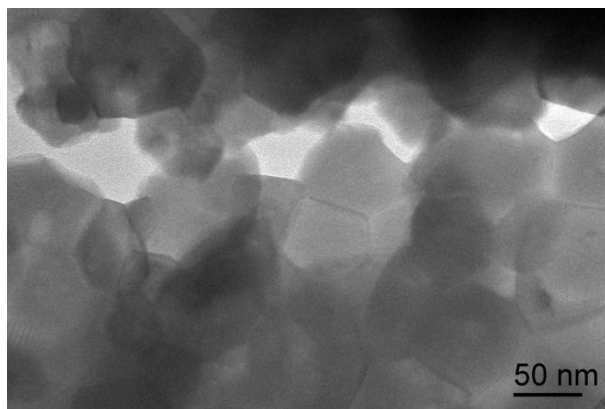
**Fig. 2.** Thermal analysis of gadolinia samples obtained by the thermal decomposition of gadolinium hydroxide under air at 350 and 500°C

The latter shows a substantial decrease in the sample weight as the temperature rises above 500°C. XRD analysis of gadolinia samples obtained by the thermal decomposition of gadolinium hydroxide under air at 350 and 500°C evidences (Fig. 3) the presence in both cases of only one crystal phase of  $Gd_2O_3$  with the structural bixbyite type of  $\alpha-Mn_2$ .

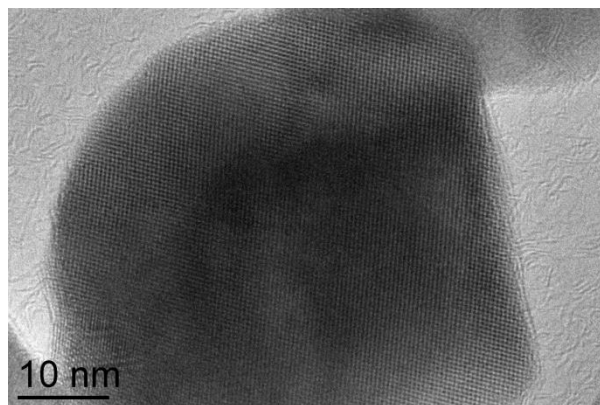
Lattice resolution TEM images of gadolinia prepared by the thermal decomposition of hydroxide at 350°C (Fig. 4a) show that the crystallites are quite large (50–100 nm) but the degree of crystallinity is low, which results in an additional broadening of the peaks in the X-ray diffraction pattern. An increase in the decomposition temperature up to 650°C leads to the agglomeration of the crystallites due to sintering (Fig.4b) while their size does not change. The thermal decomposition of the nitrate salt enables a noticeable decrease in the crystallite sizes of gadolinia. Even at a temperature of 650°C the crystallites are of about 20 nm (Fig. 4 c, d).



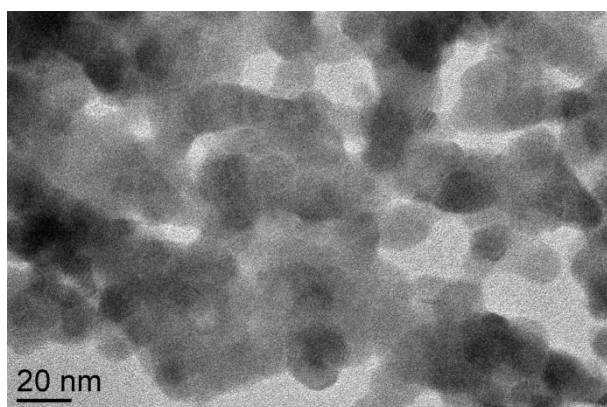
**Fig. 3.** Powder X-ray diffraction patterns of the gadolinia prepared by the thermal decomposition of hydroxide at 350 (the red histogram) and 500°C (the blue histogram), and theoretical reflections (the green lines) with appropriate indices of the Bragg reflections of the C-type  $Gd_2O_3$  phase taken from crystallographic database PDF-2, card # C43-1014. Structure visualization taken from the Web page [de.wikipedia.org/wiki/Datei: Kristallstruktur\\_Lanthanoid-C-Typ.png](http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Kristallstruktur_Lanthanoid-C-Typ.png) is depicted in the inset



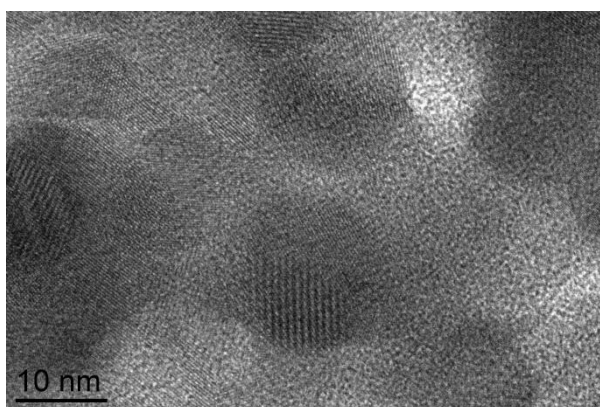
a) TEM image of GdO-I-0  
(GdO-I-0\_кадр19\_400k.jpg)



b) TEM image of GdO-I-650  
(GdO-I-650\_кадр7\_60k.jpg)



c) TEM image of GdO-I-650  
(GdO-650\_кадр6\_120k.jpg)



d) TEM image of GdO-I-650  
(GdO-650\_кадр7\_400k.jpg)

**Fig. 4.** TEM images of gadolinia prepared by a) and b) the thermal decomposition of hydroxide at 350°C (a) and 650°C (b) and by thermal decomposition of the nitrate salt (c) and d).

This corresponds to the average size of a coherent scattering domain evaluated from the diffraction patterns by using Sherrer method.

### References

1. Adachi, Gin-ya, and Nobuhito Imanaka// The Binary Rare Earth Oxides. *Chemical Reviews* 1998. 98 (4): 1479–1514. doi:10.1021/cr940055h
2. Bergmann H., ed. 1974. *Gmelin Handbuch der anorganischen Chemie. System-Nummer 39: Seltenerdelement*// 8th ed. Vol. C 1: Sc, Y, La und Lanthanide-Hydride, Oxide. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.
3. Eyring, LeRoy. The Binary Rare Earth Oxides// In *Non-metallic Compounds* 1979. - I, Vol. 3:337–399. Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths. Edited by Karl A. Gschneidner, Jr. and LeRoy Eyring. Elsevier. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-1273\(79\)03010-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-1273(79)03010-5) (дата обращения: 24.01.2026).

4. Foëx, Marc, and Jean-Pierre Traverse// Remarques sur les transformations cristallines présentées à haute température par les sesquioxides de terres rares/ Revue internationale des hautes températures et des réfractaires 1966. 3 (4): 429-453.
5. Herzberg, Gerhard. 2010. *Atomic Spectra and Atomic Structure*// 2nd ed. Dover Publications. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sahussaintu.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/07/02-atomic-spectra-and-atomic-structure.pdf> (дата обращения: 25.01.2026).
6. Kirchmayr H.R. Permanent Magnets and Hard Magnetic Materials //J. of Physics D: Applied Physics 1996. 29 (11) (November 14): 2763–2778. Doi:10.1088/0022-3727/29/11/007.
7. Kirchmayr, Hans R., Carl A. Poldy, R. Groessinger, R. Haferl, G. Hilscher, W. Steiner, and G. Wiesinger//Chapter 14 Magnetic Properties of Intermetallic Compounds of Rare Earth Metals/ In *Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths*, ed. Jr. and LeRoy Eyring Karl A. Gschneidner, 1979. Vol. 2:55–230. Elsevier.
8. Kraus, Werner, and Gert Nolze. POWDER CELL – a Program for the Representation and Manipulation of Crystal Structures and Calculation of the Resulting X-ray Powder Patterns// *J. of Applied Crystallography*. 1996. 29 (3) (June): 301–303. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <URL:https://opus4.kobv.de/opus4-bam/frontdoor/index/index/year/2015/docId/38033> (дата обращения: 27.01.2026).
9. Landau L.D., and Lifshitz E.M. Shock Fronts in Non-Polar Electro-Conducting Media// *J. of Applied Mathematics and Physics*, Vol.10 No.4, April 7, 2022. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-030275-1.50007-2>. (дата обращения: 27.01.2026).
10. Landau L.D., and Lifshitz E.M. 1984. *Electrodynamics of Continuous Media*. 2nd ed. Oxford, New York: Pergamon. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [www.scirp.org/journal/anp](http://www.scirp.org/journal/anp) (дата обращения: 27.01.2026).

11. Landau L. D., and E. M. Lifshitz. 1984. *Electrodynamics of Continuous Media*. 2nd ed. Oxford, New York: Pergamon. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [www.scirp.org/journal/csta](http://www.scirp.org/journal/csta) (дата обращения: 29.01.2026).
12. Landau L. D., and E. M. Lifshitz. 1984. *Electrodynamics of Continuous Media*. 2nd ed. Oxford, New York: Pergamon. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [www.scirp.org/journal/aces](http://www.scirp.org/journal/aces) (дата обращения: 29.01.2026).
13. Marezio M. Refinement of the Crystal Structure of In<sub>2</sub>O<sub>3</sub> at Two Wavelengths// *Acta Crystallographica* 1966. 20 (6) (June 10): 723–728. doi:10.1107/S0365110X66001749.
14. Neelakanta P. S. 1995. *Handbook of Electromagnetic Materials: Monolithic and Composite Versions and Their Applications*. 1st ed. CRC Press.
15. Perambur Neelakanta, Swee-Hock Lim. A Microwave-Based Invisible “Watermarking” Emulated by an Embedded Set of Electromagnetic Material in a Plastic Card // *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, Vol.2 No.3, April 12, 2010. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=28235> (дата обращения: 29.01.2026).
16. Rahaman, Mohamed N. *Ceramic Processing and Sintering*// *Materials Engineering*. Marcel Dekker.2nd ed. 2003. Vol. 10. P. 770. ISBN 0824795733, 9780824795733.
17. Schaefer, Hans-Eckhardt. *Nanotechnology for Computers, Memories, and Hard Disks in Nanoscience: The Science of the small in Physics, Engineering, Chemistry, Biology and Medicine*. 2010. 425-476/ *Nanoscience and Technology*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

## СИНТЕЗ, ИССЛЕДОВАНИЕ И ТОКСИЧНОСТЬ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ПОРОШКА ОКСИДА ГАДОЛИНИЯ

Абдусалямова М.Н., Баротов С.А., Махмудов Ф.А.

*Институт химии имени В. И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана*

*Аннотация.* Сесквиоксид  $Gd_2O_3$  был синтезирован двумя различными способами. Состав и структура полученных оксидов исследованы с использованием современных методов анализа.

*Ключевые слова:* редкоземельные элементы, наноразмерные материалы, оксиды.

## СИНТЕЗ, ТАҲҚИҚ ВА ЗАҲРОЛУДИИ ҲОКАИ НАНОКРИСТАЛЛИИ ОКСИДИ ГАДОЛИНИЙ

Абдусалямова М.Н., Баротов С.А., Махмудов Ф.А.

*Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Сесквиоксиди  $Gd_2O_3$  бо ду усули гуногун синтез карда шуд. Таркиб ва сохтори оксидҳои ҳосилшуда бо истифода аз усулҳои муосири таҳлилии мавриди таҳқиқ қарор дода шуданд.

*Калидвожаҳо:* элементҳои нодирзаминӣ, маводҳои наноандоза, оксидҳо.

**Сведения об авторах:** Абдусалямова Махсуда Негматуллоевна – д.х.н., главный научный сотрудник Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана.

**Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 299/2. **E-mail:** [amahsuda@mail.ru](mailto:amahsuda@mail.ru).

**Баротов Самариддин Сабзалиевич** – к.биол.н., старший научный сотрудник лаборатории биобезопасности Института ботаники, физиологии и генетики растений Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Каримова, 27.

**E-mail:** [barotov.ikai@mail.ru](mailto:barotov.ikai@mail.ru)

**Махмудов Фарход Абдухоликович** – к.х.н., ведущий научный сотрудник Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

**Information about the authors: Abdusaljamova Mahsuda Negmatulloevna** - DSc in Chem., Principal Researcher at the Laboratory of «Geochemistry and Analytical Chemistry», V. I. Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Ayni str., 299/2. **E-mail:** [amahsuda@mail.ru](mailto:amahsuda@mail.ru).

**Barotov Samariddin Sabzalievich** - Cand. Sc. in Biol., Senior Researcher at the «Biosafety Laboratory», Institute of Botany, Plant Physiology and Genetics, National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734017, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Karamova Str., 27. **E-mail:** [barotov.ikai@mail.ru](mailto:barotov.ikai@mail.ru).

**Mahmudov Farhod Abdukholikovich** - Cand. Sc. in Chem., Leading Researcher at the Laboratory of «Geochemistry and Analytical Chemistry», V. I. Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Ayni Str., 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

**Маълумот дар бораи муаллифон: Абдусалҷома Махсуда Негматуллоева** – д.и.х., сарҳодими илмии озмоишгоҳи «Геохимия ва химияи таҳлилӣ»-и Институти химияи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [amahsuda@mail.ru](mailto:amahsuda@mail.ru).

**Баротов Самариддин Сабзалиевич** – н.и.б., ходими калони илмии лабораторияи «Бехатарии биологӣ»-и Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734017, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Душанбе, к. Карамов, 27. **E-mail:** [barotov.ikai@mail.ru](mailto:barotov.ikai@mail.ru).

**Маҳмудов Фарҳод Абдуҳолиқович** – н.и.х., ходими пешбари илмии озмоишгоҳи «Геохимия ва химияи таҳлилӣ»-и Институти химияи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** ш. Душанбе, 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

## СИНТЕЗ И ИЗУЧЕНИЕ НОВЫХ ПРОИЗВОДНЫХ АМИНОКИСЛОТ, ПЕПТИДОВ, НОРАДРЕНАЛИНА С ЭПИХЛОРГИДРИНОМ

Кабирзода З.О., Якубов Н.Т., Бахтиёр Р., Раджабзода С.И.

*Таджикский национальный университет*

*Аннотация.* Для более глубокого познания внутренних процессов жизнедеятельности человека широко применяют биологически и физиологически активные соединения, которые далее могут использоваться в качестве лекарственных препаратов. Поэтому в настоящее время пристальное внимание уделяется синтезу и исследованиям новых синтетических биологически и физиологически активных соединений. Как указывалось, катехоламины, в частности норадреналин, играют важную роль в живых организмах. Представляются интересными модификации норадреналина, полученные с помощью присоединения к нему различных пептидов, что может привести к положительным сдвигам в биологических свойствах норадреналина.

**Ключевые слова:** катехоламины, адреналин, норадреналин, эpineфрин, норэpineфрин, аминокислоты, пептиды, карбобензоксипаланин, карбобензоксипаланилфенилаланил, карбобензоксиглицил.

### **Введение**

Катехоламины - адреналин и норадреналин, которые в американской литературе обычно называют эpineфрин и норэpineфрин, соответственно, синтезируются в специализированных популяциях эндокринных клеток, в частности в клетках мозгового слоя надпочечников. Катехоламины играют важнейшую роль в контроле углеводного и жирового обменов, регуляции деятельности сердечно-сосудистой системы, функций гладкой мускулатуры, свертывания крови и т.д.

Возрастающий интерес к продуктам, получаемым на основе катехоламинов, обусловлен тем, что в последнее время получен ряд интересных, с точки зрения медицины, препаратов. Эти продукты нашли широкое применение в диагностике

болезней, как сердечно-сосудистой системы, так и системы гормональной регуляции.

**Целью** данной работы является синтез и изучение производных аминокислот и пептидов с норадреналином, таких как: Z-D-Ala-Nor, Z-D-Ala-Phe-Nor, Z-Gly-D-Ala-Phe-Nor. Для синтеза различных биологически активных веществ в качестве исходных продуктов часто используют аминокислоты, пептиды и их различные производные.

Аминокислоты и пептиды часто применяются в качестве лекарств. Особый интерес представляют эти соединения для выяснения роли и функции различных белков, ферментов и гормонов в организме.

Представляет определенный интерес создание комплексов лекарственных препаратов с пептидами и аминокислотами. Они могут обладать рядом важных свойств, таких как усиление и пролонгированное действия лекарственного препарата, снижение его токсичности и т.д. При получении их образуется аминокислотно-имино-ацильная связь в отличие от обычного солеобразного типа связи с различными кислотами. В литературе уже встречались соединения такого типа, в частности, аминокислотные и пептидные производные никотиновой кислоты, которые использовались для изучения гидролитической активности химотрипсина, а также производные изоникотиновой кислоты, обладающие высокой фармакологической активностью.

Известно, что при конденсации аминокислот и их производных с эпихлоргидрином получают различные производные аминокислот, проявляющие физически активное действие. Заслуживает особого внимания продукты взаимодействия аминокислот (в частности ароматических) и их производных с катехоламинами.

### **Экспериментальная часть**

*Синтез производных аминокислот. Получение Z-D-аланин.* Раствор 10 г D-аланина в 120 мл 1н NaOH охлаждали на бане со льдом и с солью до 0°C. При

энергичном перемешивании попеременно добавляли; 19 г (22 мл) КБЗ-СІ и 120 мл 1н NaOH, так чтобы pH среды всегда поддерживалась 8-9.

После прохождения реакции реакцию смесь экстрагировали эфиром для удаления непрореагировавшего КБЗ-СІ. Водный слой подкисляли 6н HCl (pH-2-3), экстрагировали этилацетатом. Этилацетатные вытяжки нейтрализовали и оставили сушить над Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (безв.). Отфильтровали осушитель, раствор упаривали на роторном испарителе. Получившееся масло растворяли снова в этилацетате и осаждали гексаном, оставили в холодильнике в течение суток.

Выпавшие кристаллы отфильтровывали, промывали несколько раз гексаном и высушивали в вакуумэкксикаторе. Получено 18.4 г (73.5%) КБЗ-D-аланина. R<sub>f</sub> = 0.67 (A), R<sub>f</sub> = 0.91 (Б), R<sub>f</sub> = 0.79 (B).

*Получение ONP – эфира Z-D-аланин.* 4.46 г (0.02 моль) КБЗ-аланина растворили в 40 мл этилацетата. Реакционная смесь охлаждается на бане со льдом до 0°C. При энергичном перемешивании добавляли 2.62 мл (2.73 г) изобутилхлорформиата, далее 2.8 мл (2.02 г) триэтиламина. После 2-ух минут активации смеси, добавляли предварительно растворенный в этилацетате и охлажденный п-нитрофенол.

Перемешивание вели еще час при 0°C и три часа при комнатной температуре. Оставляли реакцию смесь на ночь. Затем вносили ее в делительную воронку и промывали сначала водой (2 раза), затем 0,5н NaHCO<sub>3</sub> (2 раза), 1н H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> и снова до нейтральной среды. Этилацетатный слой отделяли и сушили над MgSO<sub>4</sub>. После этого отфильтровывали от сушителя, промывали абсолютным этилацетатом и упаривали досуха. Перекристаллизацию вели из изопропанола. Получено 4,12 г продукта. Выход = 60%, R<sub>f</sub> = 0.82 (A). R<sub>f</sub> = 0.67 (Б), R<sub>f</sub> = 0.77 (B).

T<sub>пл</sub> = 79-80°C.

*Синтез Z-глицина.* 7.5 г глицина растворяли в 100 мл 1н раствора NaOH. Охлаждали смесь до 0°C на бане со льдом и с солью. При энергичном перемешивании добавляли попеременно; 20 мл КБЗ-СІ и 100 мл NaOH, pH среды должна оставаться 8-9. В случае необходимости можно добавлять еще NaOH. Через 1 час

экстрагировали эфиром три раза до исчезновения запаха КБЗ-Cl. Водный слой подкисляли 2%  $H_2SO_4$  (pH = 2-3), экстрагировали этилацетатом. Этилацетатные вытяжки нейтрализовали сначала насыщенным раствором  $Na_2SO_4$ , затем дистиллированной водой.

Оставили сушить: над  $Na_2SO_4$ , (безводным) до утра. Отфильтровали осушитель, раствор упаривали досуха на ротормном испарителе. Перекристаллизацию проводили из воды. Получено 17,7 г КБЗ-Gly - OH. Выход 85%.  $T_{пв} = 120-121^{\circ}C$ .  $R_f = 0.75$  (A);  $R_f = 0.67$  (B);  $R_f = 0.77$  (B).

*Получение ONP – эфира Z-глицина.* 10 г (0.05 моль) КБЗ-глицина растворили в этилацетате. В охлажденную до  $0^{\circ}C$  на бане со льдом смесь при энергичном перемешивании добавили 6.825 г (6.546 мл) изобутилхлорформиата, далее 5.05 г (7.014 мл) триэтиламина. Снова охлаждали и добавляли 7.645 г п-нитрофенола. Перемешивание вели еще час при  $0^{\circ}C$ , и три часа при комнатной температуре. Реакционную смесь промывали водой, 0,5  $NaHCO_3$ , затем 1н  $H_2SO_4$  и снова до нейтральной среды. Этилацетатный слой сушили над  $Na_2SO_4$  (безв.), отфильтровывали осушитель, упаривали досуха. Перекристаллизацию вели из изопропанола. Получено 12.9 г Z – Gly – ONP. Выход 82%.  $T_{пл.} = 128^{\circ}C$ .  $R_f = 0.846$  (A);  $R_f = 0.9$  (B);  $R_f = 0.82$  (B).

*Синтез пептидов. Синтез Z-D-Ala-Phe-OH.* 2,5 г Z-Ala-ONP растворяют в 40 мл ДМФА и к нему при перемешивании добавляют 1,15 г фенилаланина, растворенного в эквивалентном количестве щелочи. Перемешивание продолжают в течение 24-х часов при комнатной температуре. Затем растворитель упаривают под вакуумом. Остаток растворяют в дистиллированной воде и экстрагируют эфиром (3 раза) для удаления п-нитрофенола. Затем реакционную смесь подкисляют 1н  $H_2SO_4$  и экстрагируют этилацетатом.

Этилацетатный слой промывают сначала кислотой, затем (на- сыщ.)  $Na_2SO_4$  и далее дистиллированной водой. Реакционную смесь упаривают с изопропанолом. Оставшийся продукт растворяют в эфире и оставляют в холодильнике до полного

выпадения кристаллов. Получено 1,89 г. продукта. Выход 73.24%.  $T_{пл.} = 74^{\circ}\text{C}$ ,

$R_f = 0.583$  (А),  $R_f = 0.71$  (Б),  $R_f = 0.67$  (В).

*Синтез H-D-Ala-Phe-OH.* 1.8 г Z-D-Ala-Phe-OH растворяют в 30 мл метанола и пропускают ток сухого водорода. Гидрирование ведут над палладием, в обычных условиях при непрерывном перемешивании в течение 3-х часов. Раствор отфильтровывают от катализатора, упаривают в вакууме,

Выход 50%. Получили аморфный продукт массой 0.9 г.  $R_f = 0.07$  (А);  $R_f = 0.09$  (Б);  $R_f = 0.1$  (В).

*Синтез Z-Gly-D-Ala-Phe-OH.* 0.85 г п-нитрофенилового эфира карбобензоксиглицина растворяют ДМФА, затем добавляют 1.5 г H-D-Ala-Phe-OH, растворенного в эквивалентном количестве щелочи.

Перемешивание ведется в течение 12 часов при комнатной температуре. Затем растворитель упаривают в вакууме досуха, остаток растворяют в воде, экстрагируют эфиром (3x20 мл), водный слой подкисляют I н  $\text{H}_2\text{SO}_4$  и экстрагируют этилацетатом. Этилацетатный слой промывают водой, затем высушивают над  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ . Осушитель отфильтровывают, упаривают досуха в вакууме. Выход 70%. Получено 1.26 г продукта.  $R_f = 0.88$  (А);  $R_f = 0.75$  (Б);  $R_f = 0.80$  (В).

*Синтез производных аминокислот и пептидов с норадреналином. Синтез Z-D-аланил-норадреналина.* 0.344 г (0.001 моль) Z-D-Ala-ONP растворили в 2-х мл ДМФА. К этому раствору при перемешивании добавляют 0,319 г норадреналина битартрата и 0.14 шг (0.101 г) триэтиламина. Реакцию ведут в атмосфере азота в течение 18 часов при перемешивании. Далее растворитель отгоняли на вакуумном роторе. Остаток протирали в этилацетате, растворяли в метаноле и осаждали эфиром. Получено 0,34 г аморфного продукта. Выход: 86%.  $R_f = 0.51$  (А);  $R_f = 0.46$  (Б);  $R_f = 0.62$  (В).

*Синтез Z-D-Ala-Phe-Nor.* 0.37 г Z-D-Ala-Phe-OH растворяют в 3 мл ДМФМ и добавляют при перемешивании 0.319 г норадреналина битартрата. Смесь охлаждали на бане с сухим льдом в ацетоне и добавляли 0,13 мл

изобутилхлорформната и 0,14 мл триэтиламина. Реакционную смесь перемешивали 2 ч при  $-30^{\circ}\text{C}$ , затем при комнатной температуре в течение еще 2-ух часов. Реакционную смесь оставили на ночь. Затем ДМФА упаривали в вакууме. Остаток протирали этилацетатом. Перекристаллизацию проводили из эфира. Получено аморфного продукта. Выход продукта 81%.  $R_f = 0.60$  (А);  $R_f = 0.57$  (Б);  $R_f = 0.68$  (В).

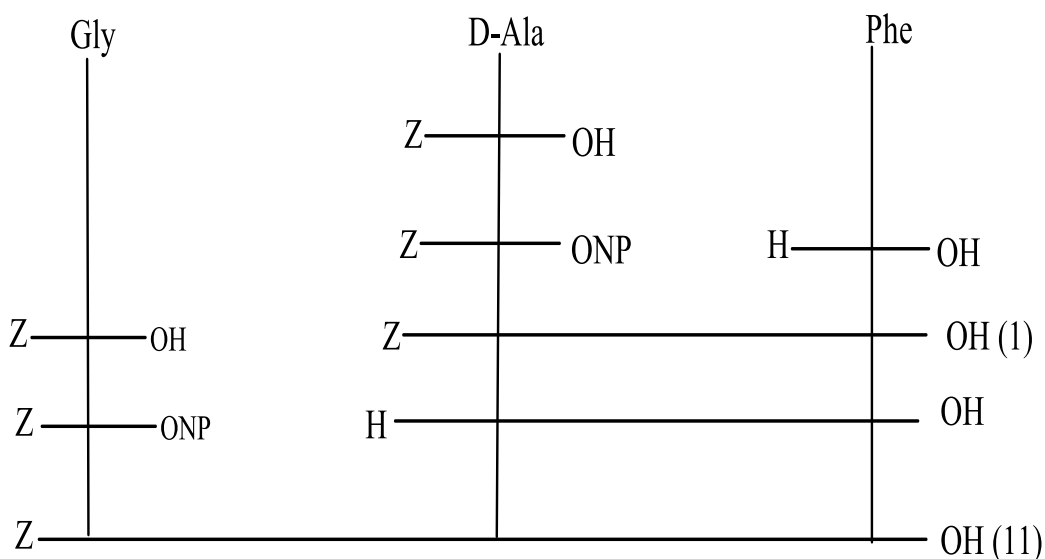
*Синтез Z-Gly-D-Ala-Phe-Nor.* 0.443 г Z-Gly-D-Ala-Phe-OH растворяют в ДМФА, перемешивание ведется на механической мешалке, температуру смеси понижали до  $-30^{\circ}\text{C}$ . В качестве охлаждающей системы использовали смесь из сухого льда с ацетоном. Далее добавляют 0.319 г норадреналина битартрата и 0,13 мл изобутилхлорформиата и 0,14 мл триэтиламина. Реакционную смесь перемешивали в течение 3-х часов при этой же температуре, а затем 2 часа при комнатной. Смесь упаривали от растворителя в вакууме. Остаток промывали этилацетатом, растворяли в метаноле и осаждали эфиром. Выход: 76%. Получено 0.44 г продукта.  $R_f = 0.79$  (А);  $R_f = 0,65$  (Б);  $R_f = 0,70$  (В).

### **Обсуждение результатов исследования**

Синтетические пептиды находят широкое применение в изучении связи между химической природой и биологическими свойствами белков, а также в моделировании биологических свойств белков.

Как уже указывалось, катехоламины, в частности норадреналин, играют важную роль в живых организмах. Представляются интересными модификации норадреналина, полученные с помощью присоединения к нему различных пептидов, что может привести к положительным сдвигам в биологических свойствах норадреналина.

Синтез производных норадреналина с карбобензоксид-аланином, карбобензоксид-аланил-фенилаланином (I) и карбобензоксид-глицил-Д-аланил-фенилаланином (II) проводили по схеме:



В общем виде синтез может быть представлен следующей последовательностью этапов:

1. Защитить аминогруппу ацильной компоненты от вступления в реакцию. В качестве защитной группы использовалась карбобензоксигруппа (Z), она вводится достаточно просто и удаляется гидрированием над палладиевой чернью. Z-D-Ala-OH и Z-Gly-OH получали в условиях Шоттен-Баумана при  $T = -5-0^{\circ}\text{C}$  и  $\text{pH} = 8-9$ .

Z-D-Ala-OH получен с выходом 73.5%, Z-Gly-OH с выходом 85%; их константы приведены в таблице 1 и соответствуют литературным данным.

2. Активировать карбоксильную группу защищенной ацильной компоненты таким образом, чтобы она легко реагировала с аминогруппой второго компонента. Для активации карбоксильной группы мы использовали п-нитробениловые эфиры. Их получали в данной работе методом смешанных ангидридов. В качестве конденсирующего агента использовали изобутилхлорформаат. Z-D-Ala-ONP был получен с выходом 60%, Z-Gly-OH-ONP с выходом 82%. Константы этих соединений приведены в таблице 1.

3. Пептиды получали методом активированных эфиров с использованием п-нитрофениловых эфиров по следующим причинам:

а) возможность получения дипептида непосредственно со свободной карбоксильной группой;

б) получение достаточно оптически чистого продукта;

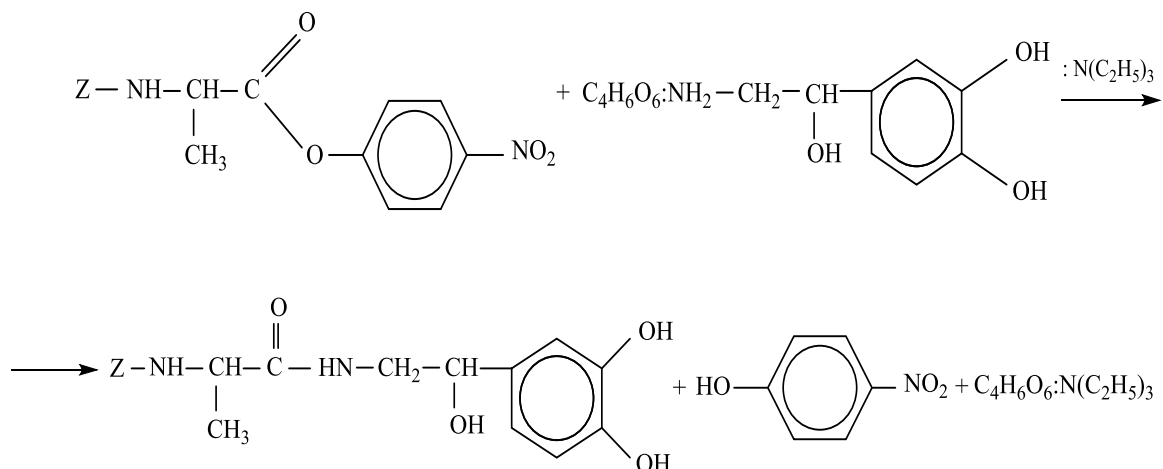
в) удобство выделения и очистки промежуточного эфира.

Дипептид Z-D-Ala-Phe-OH получали в ДМФА в присутствии одного эквивалента NaOH, использованного в качестве солеоб-разующей защиты. Реакцию проводили при комнатной температуре в течение суток. В процессе реакции в качестве защиты карбоксильной группы фенилаланина использовали солеобразование, так как эта защита легко удаляется подкислением. Выход Z-D-Ala-Phe-OH – 73.3%;  $T_{пл.} = 74^{\circ}\text{C}$ .

Для получения трипептида необходим свободный дипептид H-D-Ala-Phe-OH. Снятие карбобензоксигруппы проводили гидрированием над Pd – чернью в метаноле. Трипептид Z-Gly-D-Ala-Phe-OH получали в ДМФА в присутствии одного эквивалента щелочи при комнатной температуре. Продукт получен с выходом 70%. Константы этого соединения приведены в табл. 1.

Дальнейшая задача заключалась в получении пептидных производных норадреналина (Nor).

Синтез карбобензоксид-аланил-норадреналина проводился в ДМФА в присутствии триэтиламина по схеме:



Z-Ala-Nor был получен с выходом 86%, константы приведены в табл. 1.

**Таблица 1.** Синтезированные вещества и их константы

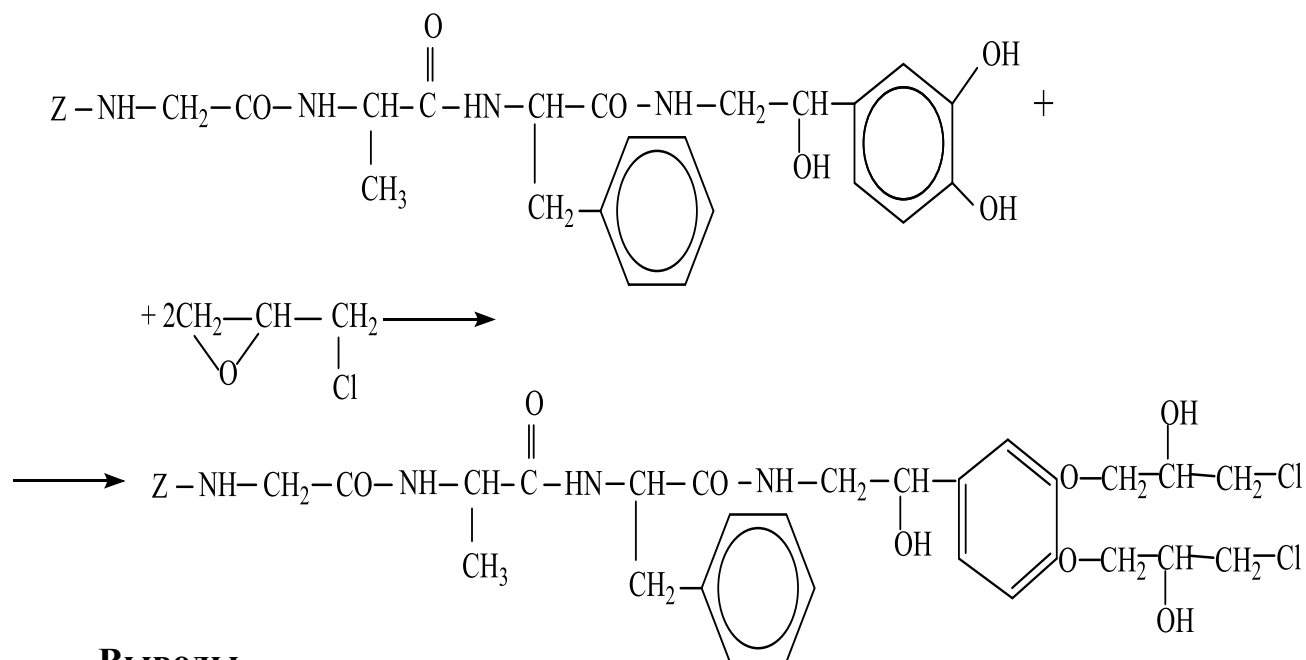
№ п/н	Соединение	Выход, %	Т <sub>пл.</sub> , °С	ТСХ		
				А	Б	В
1	КБЗ-С1	86	-	-	-	-
2	Изобутилхлорформиат	72	-	-	-	-
3	Z-D-Ala-OH	73.5	87	0,67	0,91	0,79
4	Z-Gly-OH	85	120-121	0,75	0,67	0,77
5	Z-D-Ala-ONP	60	79-80	0,82	0,69	0,77
6	Z-Gly-ONP	82	128	0,85	0,9	0,82
7	Z-Ala-Phe-OH	73.3	74	0,58	0,71	0,67
8	H-Ala-Phe-OH	50	аморф	0,07	0,09	0,1
9	Z-Gly-D-Ala-Phe-OH	70	аморф	0,88	0,75	0,80
10	Z-D-Ala-Nor	86	аморф	0,51	0,46	0,62
11	Z-D-Ala-Phe-Nor	81	аморф	0,60	0,57	0,68
12	Z-Gly-D-Ala-Phe-Nor	75	аморф	0,76	0,65	0,70
13	Z-Gly-Д-Ala-Phe-Nor-ЭПХ	86,7	аморф	0,75	0,67	0,77

Получение Z-D-Ala-Phe-Nor проводили методом смешанных ангидридов. Присоединение норадреналина идет за счёт NH<sub>2</sub> - группы норадреналина и COOH-группы пептида. В качестве конденсирующего агента применяли изобутиловый эфир хлоругольной кислоты:



Полученные продукты будут переданы для изучения биологических свойств.

Далее мы изучили реакцию сочетания 3-хлор-1,2-эпоксипропана (ЭПХ) с трипептидом Z-Gly-D-Ala-Phe-Nor в растворителе диметилформамиде при температуре 25-30°C. Основным продуктом реакции стал трипептид Z-Gly-D-Ala-Phe-Nor-3,4-ди(оксо-1-хлор-пропанол-2) с выходом 86.7%.



### Выводы

1. Синтезированны производные аминокислот, такие как: карбобензокси-глицин, карбобензокси-D-аланин, паранитрофениловый эфир карбобензокси-D-аланин и паранитрофениловый эфир карбобензокси-глицин.
2. Синтезированы следующие пептиды: карбобензокси-D-аланил-фенилаланин, карбобензокси-глицил-D-аланил-фенилаланин.
3. Изучен процесс конденсации аминокислот и пептидов с норадреналином.
4. С использованием метода активированных эфиров получен карбобензокси-D-аланил-норадреналин и методом смешанных ангидридов получены карбобензокси-глицил-D-аланил-фенилаланил-норадреналин, карбобензокси-D-аланил-фенилаланил-норадреналин.

## Литература

1. Рахманкулов Д. Л. Эпихлоргидрин. Методы получения, физические и химические свойства, технология производства// – М.: Химия, 2003. – 244 с.
2. Одинаев С.Х. Синтез и ростостимулирующая активность производных глицерина с аминокислотами /С.Х. Одинаев, Т.Ю. Юсупов// Вестник ТНУ. –Душанбе: Сино, – № 1/1(126). – С. 124-126.
3. Раджабов С.И. Антимикробная активность новых производных глицерина с остатками эфиров аминокислот и дипептидами / С.И. Раджабов, С.Х. Одинаев, Р.А. Мустафокулова// Вестник ТНУ. 2017. – № 1/2. – С. 148-151.
4. Кимсанов Б.Х. Биологически активные производные глицерина//– М.: Химия, 2003. – 96 с.
5. Раджабов С.И. Физиологическая активность производных эпихлоргидрина на основе эфиров аминокислот /С.И. Раджабов, С.Х. Одинаев, А.Б. Кимсанов, З. Ашурова //Вестник ТНУ. –Душанбе: Сино, 2014. – №1/4(153). – С. 199-203.
6. Одинаев С.Х. Синтез и исследование продуктов взаимодействия эпихлоргидрина с этиловыми эфирами аминокислот /С.Х. Одинаев, С.И. Раджабов, М.Б. Каримов// Вестник ТНУ. – Душанбе: Сино, 2015. № 1/6 (191). – С. 179-182.
7. Мустафокулова Р.А. Фармакокинетика конденсированных производных эпихлоргидрина на основе эфиров аминокислот /Р.А. Мустафокулова, С.И. Раджабов, С.Х. Одинаев, З.Д. Ашурова, М.Б. Каримов //Башкирский химический журнал. – Уфа, 2017. – Т. 24. – № 1. – С. 88-91.
8. Кимсанов А.Б. Фармакологическое изучение производных глицерина с остатками некоторых аминокислот /А.Б. Кимсанов, Т.Ю. Юсупов, С.Х. Одинаев //Материалы респ. конф. «Перспективы синтеза в области химии и технологии гетеросоединений», посв. 20-летию кафедры высокомолекулярных соединений и химической технологии (25-26 декабря). – Душанбе, 2012. – С. 104-105.
9. Мустафокулова Р.А. Взаимодействие некоторых эфиров аминокислот и дипептидов с 2-хлорметилоксирана /Р.А. Мустафокулова, С.Х. Одинаев, С.Э.

- Асоев, М.Б. Каримзода// Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – Душанбе: Сино, 2017. – №1/1. – С. 187-190.
10. Одинаев С.Х. Реакция взаимодействия 2-хлорметилоксирана со сложными эфирами аминокислотами /С.Х. Одинаев, С.И. Раджабов// Материалы научно-теор. конф. проф.-преп. состава и студентов, посвящ. году образования и технических знаний, – Душанбе, – 2010. – Ч. I. – С.75-76.
  11. Юсупов Т.Ю. Синтез и физиологическая активность некоторых 1-хлор-3-метилвых эфиров аминокислотпроизводных пропан-2-ол /Т.Ю. Юсупов, С.И. Раджабов С.Х. Одинаев // Материалы межд. конфер. «Синтез, выделение и изучение комплексных свойств новых биологически активных соединений» посв. 50-летию кафедры орган. химии и 70-лет. юбилею док. хим. наук, профессора Халикова Ш.Х. (3-4 октября). – Душанбе, 2011. – С. 186-190.
  12. Раджабов С.И. Синтез аминокислотных и пептидных производных эпихлоргидрина, моно- и дихлоргидрина глицерина: Автореф... дисс. к.х.н. - Душанбе, 2009, 24 с.
  13. Одинаев С.Х. Синтез и исследование продуктов взаимодействия эпихлоргидрина с этиловыми эфирами аминокислот / С.Х. Одинаев, С.И.Раджабов, М.Б.Каримов //Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2015. – № 1/6(191). – С. 179-182.
  14. Юсупов Т.Ю. Синтез и ростостимулирующая активность комплексных соединений Со (III) с аминокислот/ Т.Ю. Юсупов, С.И. Раджабов, Р.А. Олимов //Науковий ж. МОЗ України. – 2013. – №2 (3). – С.172-176.
  15. Кимсанов Б.Х. Алкиловые эфиры дибензилоксипропанола /Б.А. Кимсанов, С.А. Расулов, П.И. Арипжанова, А. Абдуразаков, М.С. Мухамеджанов// Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2002. – №4. – С.45-48.

## СИНТЕЗ ВА ОМУЌИШИ ҲОСИЛАҲОИ НАВИ АМИНОКИСЛОТАҲО, ПЕПТИДҲО, НОРАДРЕНАЛИН БО ЭПИХЛОРГИДРИН

Кабирзода З.О., Ёқубов Н.Т., Бахтиёр Р., Рачабзода С.И.

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Дар айни замон ба синтез ва тадқиқи пайвастаҳои нави синтетикии аз ҷиҳати биологӣ ва физиологӣ фаъол диққати ҷиддӣ дода мешавад. Тавре зикр гардид, катехоламинҳо, махсусан норадреналин, дар организмҳои зинда нақши муҳим доранд. Тағйир додани норадреналин, ки тавассути пайваст кардани пептидҳои гуногун ба он ба даст оварда шудааст, ҷолиб аст, зеро ин метавонад боиси тағирёбии мусбат дар хосиятҳои биологии норадреналин гардад.

**Калидвожаҳо:** катехоламинҳо, адреналин, норадреналин, эпинефрин, норэпинефрин, аминокислотаҳо, пептидҳо, карбобензоксиглицин, карбобензоксиглицилфенилаланил, карбобензоксиглицил.

## SYNTHESIS AND STUDY OF NEW DERIVATIVES OF AMINO ACIDS, PEPTIDES, NORADRENALINE WITH EPIHLORGIDRINOM

Z.O. Kabirzoda, N.T. Yakubov, R. Bakhtiyor, S.I. Rajabzoda

*Tajik National University*

*Annotation.* For a deeper understanding of the internal processes of human life, biologically and physiologically active compounds are widely used, which can then be used as medicinal preparations. Therefore, close attention is currently being paid to the synthesis and research of new synthetic biologically and physiologically active compounds. As noted, catecholamines, particularly norepinephrine, play an important role in living organisms. Modifications of norepinephrine obtained by attaching various peptides to it seem interesting, which can lead to positive shifts in the biological properties of norepinephrine.

**Keywords:** catecholamines, adrenaline, noradrenaline, epinephrine, norepinephrine, amino acids, peptides, carbobenzoxyalanine, carbobenzoxyalanylphenylalanyl, carbobenzoxyglycyl.

**Сведения об авторах: Кабирзода Зухро Одилшо** – к.х.н., ассистент кафедры органической химии химического факультета Таджикского национального университета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 17. **Телефон:** (+992 98) 586 61 06. **E mail:** [kabirzoda\\_z\\_o@mail.ru](mailto:kabirzoda_z_o@mail.ru).

**Якубов Нарзулло Темурович** – магистрант кафедры органической химии химического факультета Таджикского национального университета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 17. **Телефон:** (+992 90) 105 04 28. **E-mail:** [narzulloakubov04@gmail.com](mailto:narzulloakubov04@gmail.com).

**Бахтиёри Рабонӣ** - D. PhD лаборатории «Химия и технология лекарственных растений» Научно-исследовательского института Таджикского национального университета. **Тел.:** (+992 90) 711 00 71. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17. **E-mail:** [raboni\\_b@mail.ru](mailto:raboni_b@mail.ru)

**Раджабзода Сироджиддин Икром** – д.х.н., профессор Национального университета Таджикистана. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, ш. Душанбе, пр. Рудаки, 17. **Телефон:** (+992 90) 460 04 60. **Email:** [ikromovich80@mail.ru](mailto:ikromovich80@mail.ru).

**Маълумот дар бораи муаллифон: Кабирзода Зухро Одилшо** – н.и.х., ассистенти кафедри химии органикии факултети химии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рудаки 17. **Телефон:** (+992 98) 586 61 06. **E mail:** [kabirzoda\\_z\\_o@mail.ru](mailto:kabirzoda_z_o@mail.ru).

**Якубов Нарзулло Темурович** – магистранти кафедри химии органикии факултети химии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рудаки 17. **Телефон:** (+992 90) 105 04 28. **E-mail:** [narzulloakubov04@gmail.com](mailto:narzulloakubov04@gmail.com).

**Бахтиёри Рабонӣ** - D. PhD озмоишгоҳи «Химия ва технологияи растаниҳои доругӣ», Институти илмию таҳқиқотии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. **Суроға:** 734025. Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рудаки, 17. **Телефон:** (+992 90) 711 00 71. **Email:** [raboni\\_b@mail.ru](mailto:raboni_b@mail.ru).

**Рачабзода Сирочиддин Икром** – д.и.х., профессор Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, хиёб. Рудаки 17. **Телефон:** 904-60-04-60. **Email:** [ikromovich80@mail.ru](mailto:ikromovich80@mail.ru).

**Information about the authors: Kabirzoda Zuhro Odilsho** – Cand. Sc. in Chem., Assistant at the Department of Organic Chemistry, Faculty of Chemistry, Tajik National University. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 98) 586 61 06. **Email:** [kabirzoda\\_z\\_o@mail.ru](mailto:kabirzoda_z_o@mail.ru).

**Yakubov Narzullo Temurovich** – master's student of the Department of Organic Chemistry, Faculty of Chemistry, Tajik National University. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 90) 105 04 28. **Email:** [narzulloakubov04@gmail.com](mailto:narzulloakubov04@gmail.com).

**Bahtiyri Raboni** - D. PhD of the «Chemistry and technology of medicinal plants» Laboratory Research Institute of the Tajik National University. **Address:** Tajikistan, 734025, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 90) 711 00 71. **Email:** [raboni\\_b@mail.ru](mailto:raboni_b@mail.ru).

**Rajabzoda Sirojiddin Ikrom** - DSc in Chem., professor, National University of Tajikistan. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 17. **Phone:** (+992 90) 460 04 60. **E-mail:** [ikromovich80@mail.ru](mailto:ikromovich80@mail.ru).

УДК 544.35

## ҲАЛШАВАНДАГИИ СИСТЕМАИ $K^+$ , $Ca^{2+}$ , $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$ БАРОИ ҲАРОРАТИ $0^\circ C$

**Мухторов П.А., Усмонов М.Б., Умаралии С.**

*Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айни*

*Аннотатсия.* Дар мақола натиҷаҳои омӯзиши ҳалишавандагии системаи чоркомпонентаи намакҳои  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$  барои ҳарорати  $0^\circ C$  оварда шудаанд. Тадқиқот бо истифода аз усули транслятсия гузаронида шуда, дар системаи нав нуқтаҳои нонварианти, хатҳои моноварианти ва майдонҳои диварианти ошкор карда шуд. Таркиб ва мавқеи фазаҳои сахт, аз ҷумла арканит, гипс ва сульфати алюминий, тавассути таҳлили химиявӣ ва микрофотографӣ муайян карда шудаанд. Дар асоси маълумотҳои таҷрибавӣ диаграммаи ҳалишавандагӣ ва қисмати намакии он тартиб дода шуд, ки барои таҳияи равандҳои саноатии коркарди партовҳои дорои сульфатҳои калий, калсий ва алюминий аҳамияти амалӣ дорад.

*Калидвожаҳо:* ҳалишавандагӣ, системаҳои бисёркомпонента, фазаҳои сахт, диаграмми мувозинат, усули транслятсия, нуқтаҳои нонварианти.

## Муқаддима

Саноати муосири химиявӣ ва маъданкоркунӣ ба маълумоти дақиқ оид ба хосиятҳои нигоҳдории фазаҳо ва ҳалшавандагии системаҳои обӣ-намакии бисёркомпонента эҳтиёҷ дорад, зеро маҳз чунин системаҳо асоси бисёр равандҳои технологӣ – аз истеҳсоли нуриҳои мураккаб то коркарди партовҳои саноатӣ ва безаргардонии онҳо – мебошанд [1]. Дар байни пайвастагиҳои обӣ-намакии аниони сулфат, системаҳои дорои катионҳои калий, калсий ва алюминий аҳамияти махсус доранд, зеро сулфатҳои  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$  ва  $Al^{3+}$  ҳам дар хоки табиӣ, ҳам дар маҳсулоти партовҳои корхонаҳои химиявӣ, гидрометаллургӣ [2] ва коркарди маъдан ба миқдори назаррас дучор мегарданд [3]. Омӯзиши амиқӣ мувозинатҳои фазавӣ ва ҳалшавандагӣ дар чунин системаҳо имкон медиҳад, ки равандҳои кристаллизатсия, ташаккули таркиби маҳлулҳои модарӣ, инчунин механизмҳои ҷудошавӣ ва барқарорсозии ионҳо аз маҳлулҳо ба таври илмӣ асоснок карда шаванд.

Системаи чоркомпонентаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$  ҷузъи муҳими системаи панҷкомпонентии  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ ,  $F^-$  –  $H_2O$  ба ҳисоб меравад, ки барои коркард ва истифодаи комплекси ашӯи хоми сулфатдор ва партовҳои такрори аҳамияти амалӣ дорад. Дар чунин муҳитҳо фазаҳои саҳти гуногун, монанди арканит ( $K_2SO_4$ ), гипс ( $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ ), инчунин гидратҳои гуногуни сулфати алюминий ( $Al_2(SO_4)_3 \cdot nH_2O$ ) метавонанд вобаста ба ҳарорат, консентратсияи намакҳо ва таносуби ионҳо ба таври пайдарпай кристаллизатсия мешаванд [4]. Маҳз тақсимои фазаҳо дар диаграммаи мувозинат, мавқеи нуқтаҳои нонварианти ва хатҳои моноварианти имкон медиҳад, ки минтақаҳои устувории фазаҳои саҳт ва таркиби маҳлулҳои сершуда дар ҳарорати додашуда пешгӯӣ ва идора карда шаванд [8].

Тибқи маълумоти адабиёт [5-7] системаҳое, ки сулфатҳои калсий ва алюминийро дар бар мегиранд, дар як қатор равандҳои саноатӣ нақши калидӣ мебозанд: ҳангоми истеҳсоли моддаҳои ба монанди алюминатҳо ва коагулянтҳо, истеҳсоли технологияи нуриҳои минералӣ ва коркарди партовҳои саноати кислотаи

сулфат ва ғ. Ҳузури ҳамзамонии ионҳои  $K^+$  ва  $Al^{3+}$  дар заминаи сулфати калсий ба шаклгирии маҷмӯи фазаҳо оварда мерасонад, ки зарурати сохтани диаграммаҳои муфассали ҳалшавандагӣ ва мувозинатҳои фазагиро барои ҳароратҳои муайян ва барои шаклҳои муҳими гидратӣ асоснок месозад.

Аз нуқтаи назари ҳифзи муҳити зист, системаҳои дорои ионҳои калий, калсий ва алюминий аксар вақт дар партовҳои моеъи корхонаҳои гидрометаллургӣ, коркарди маъданҳои фосфатӣ ва корхонаҳои коркарди кислотаи сулфат ба қайд гирифта мешаванд [9]. Концентратсияи баланди  $SO_4^{2-}$ , эҳтимоли кристаллизатсияи гипс ва дигар сулфатҳо, инчунин тағйири ҳалшавандагӣ ҳангоми паст кардани ҳарорат (масалан, дар шароити иқлими мӯътадил ё хуноки ноҳияҳои кӯҳӣ) метавонанд ба амаломадани қабатҳои намакӣ дар таҷҳизот, ба маҳдуд шудани гузарониши ҳаво, об, маҳлулҳо дар кубурҳо ва ба хатарҳои ифлосшавии иловагии муҳити зист сабаб шаванд. Дар ин замина, ба даст овардани маълумоти дақиқ оид ба ҳалшавандагӣ дар ҳарорати паст, аз ҷумла дар  $0^\circ C$ , барои тарҳрезӣ ва оптимизатсияи схемаи технологӣ, мониторинги ҳолати партовҳо ва пешгирии номатлуби фазаҳои саҳт аҳамияти калон дорад [4, 8].

Ҳалли масъалаҳои марбут ба ин гуна системаҳои бисёркомпонента бе татбиқи принципҳои классикии химияи физикӣ ва термодинамикаи мувозинатҳои фазавӣ ғайриимкон аст. Сохтани диаграммаи ҳалшавандагӣ бисёркомпонентӣ, ба монанди  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$ , аз маълумоти пуриктидори таҷрибавӣ оид ба ҳалшавандагии фазаҳои алоҳида, таркиби маҳлулҳои сершуда ва муайянкунии дақиқи фазаҳои саҳти мувозинатиро талаб менамояд. Барои ин, маҷмӯи усулҳои таҳлилӣ аз таҳлили химиявии таркиби маҳлул ва таҳшинҳо то усулҳои муосири таҳлили фазаҳо, аз қабали кристаллооптика ва иммерсионӣ истифода бурда мешаванд [5-7, 10].

Таҳқиқоти охир, аз ҷумла корҳои марбут ба омӯзиши мувозинатҳои фазавии системаи  $K^+, Ca^{2+}, Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  дар ҳарорати  $0$  ва  $25^\circ C$ , нишон доданд, ки дар ин система як қатор нуқтаҳои нонвариантӣ ва майдонҳои кристаллизатсияи фазаҳои

инфиродин ва омехта мавҷуданд, ки онҳо ба таври худ тарҳи диаграммаро муайян мекунанд [4]. Истифодаи усули транслятсия, ки дар он маҳлулҳо аввал дар системаи секомпонента омода гашта, баъдан ба сатҳи чоркомпонентагӣ «интиқол» дода мешаванд, барои системаҳои бо иштироки се намак (сулфатҳои калий, калсий ва алюминий) махсусан мувофиқ аст. Ин усул имкон медиҳад, ки ҳамвории гузаришҳо аз системаи секомпонентагӣ ба чоркомпонента таъмин гардида, нуқтаҳои асосии мувозинат бо дақиқии баланд муайян карда шаванд.

Дар баробари аҳамияти назариявӣ, маълумотҳои дар чунин тадқиқот бадастомада барои ҳалли як қатор вазифаҳои амалӣ низ муҳим мебошанд. Пеш аз ҳама, сухан дар бораи такмил ва оптимизатсияи равандҳои коркарди партовҳои дорой сулфатҳои калий, калсий ва алюминий меравад, ки ҳадафи он, аз як тараф, кам кардани сарборӣ ба муҳити зист (бо роҳи ҷудо ва барқарор намудани ионҳои арзишманд аз маҳлул), ва аз тарафи дигар, баланд бардоштани дараҷаи истифодаи комплекси ашӯи хоми маъданӣ мебошад. Илова бар ин, фаҳмиши амиқи таркиби маҳлулҳои сершуда ва тартиби кристаллизатсияи фазаҳои алоҳида имконият медиҳад, ки давраҳои кории таҷҳизот беҳтар интихоб шуда, шароити пешгирии ташаккули қабатҳои ногувори намакӣ дар магистралҳо (шоҳқубурҳо) ва дастгоҳҳо таъмин карда шавад.

Зарурати инъикос ва таҳлили муфассали фазаӣ ва ҳалшавандагии системаи чоркомпонентаи  $K^+, Ca^{2+}, Al^{3+} // SO_4^{2-} - H_2O$  дар ҳарорати паст ( $0\text{ }^\circ\text{C}$ ) ҳам аз нуқтаи назариявӣ ва ҳам аз нуқтаи амалӣ пурра асоснок мебошад. Ҳадафи тадқиқоти пешниҳодгардида дар аввал муайян кардани мувозинатҳои фазаӣ, ҳисоб ва ҷойгиркунии нуқтаҳои нонварианти, хатҳои моноварианти ва майдонҳои диварианти, инчунин сохтани диаграммаи мукаммали ҳалшавандагӣ ва қисми намакии он барои ҳарорати  $0\text{ }^\circ\text{C}$  мебошад. Ҳамзамон тадқиқот ба муайянсозии таркиб ва хусусиятҳои фазаҳои саҳти мувозинатӣ тавассути усулҳои таҳлили химиявӣ ва микрофотографӣ равона гардида, бояд заминаи илмӣ-амалии тарҳрезии

равандҳои мутобиқшудаи коркарди партовҳои саноатии дорои сульфатҳои калий, калсий ва алюминийро фароҳам оварад [4-10].

**Методҳои тадқиқотӣ** дар ин кор ба маҷмӯи усулҳои химияи физикӣ ва таҳлили химиявӣ асос ёфта, ба муайян кардани мувозинатҳои фазаӣ ва ҳалшавандагии система равона шудаанд. Маҳлулҳои намунавии дорои намакҳои  $K_2SO_4$ ,  $CaSO_4$  ва  $Al_2(SO_4)_3$  бо массаҳои гуногун тайёр карда шуда, дар ҳарорати доимии  $0\text{ }^\circ\text{C}$  то ба мувозинат (сершавии изотермӣ) нигоҳ дошта шуданд; баъдан фазаҳои сахт тавассути филтратсия ҷудо, хушк ва барои таҳлил омода мегардиданд. Тақриби ионҳои ( $SO_4^{2-}$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}$ ) маҳлулҳои сершуда бо усулҳои таҳлили гравиметрӣ ва титрометрӣ барои  $SO_4^{2-}$  ва  $Ca^{2+}$ , фотометрӣ ва комплексометрӣ барои  $Al^{3+}$ , инчунин бо усули мувофиқ иони  $K^+$  муайян карда шуд. Ҳолати фазаҳои сахти мувозинатии ин система бошад, бо истифода аз микроскопи кристаллооптикӣ, усулҳои стандартии иммерсионӣ шинохта шуданд. Натиҷаҳои таҷрибавӣ бо риояи қоидаи фазаҳои Гиббс коркард шуда, нуктаҳои нонвариантӣ, хатҳои моновариантӣ ва майдонҳои дивариантӣ муайян гардида, дар асоси онҳо диаграммаи мукаммали ҳалшавандагӣ ва қисми намакии системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  дар  $0\text{ }^\circ\text{C}$  сохта шуданд.

**Таҷҳизот ва маводҳо.** Барои гузаронидани тадқиқот маҷмӯи таҷҳизот ва маводҳои стандартӣ озмоишгоҳӣ истифода шуд. Ҳамчун воситаҳои андозагирӣ тарозуи таҳлилий бо дақиқии на камтар аз  $0.0001\text{ г}$ , термостат ё гармитанзимкунанда DC-0506 барои нигоҳ доштани ҳарорат дар сатҳи  $0\text{ }^\circ\text{C}$ , омехтакунандаи магнитӣ барои таъмин намудани баробарандозии система, термометр ва рН-метр барои назорати параметрҳои муҳити маҳлулҳо истифода гардиданд. Барои ҷудо намудани фазаҳои сахт аз маҳлулҳо асбобҳои филтратсия – қифи Бюхнер, насос (тулумба) -и вакуумӣ WY-15L, колбаи Бунзен, қоғазӣ филтрӣ ва зарфҳои шишагии ченақдор (колбаҳо, пипеткаҳо, цилиндрҳо) ба кор бурда шудаанд. Таҳлили микроскопии фазаҳои кристаллӣ бо истифода аз микроскопи кристаллооптикаи поляризатсионӣ ва маҷмӯи моеъҳои иммерсионӣ анҷом дода шуд. Ҳамчун моддаҳои модарӣ

намакҳои  $K_2SO_4$ ,  $CaSO_4 \cdot 2H_2O$  ва  $Al_2(SO_4)_3 \cdot nH_2O$  «Аз ҷиҳати химиявӣ тоза» ё «тоза барои таҳлил» (бо сертификати заводӣ), инчунин оби дистиллятшуда истифода шудаанд. Ҳамаи маҳлулҳои корӣ дар зарфҳои ҳаҷман дақиқ омода гардида, пеш аз истифода ба ҳолати мувозинат дар ҳарорати  $0^\circ C$  дароварда шудаанд.

### **Баррасии натиҷаҳои тадқиқот**

Таҳқиқи системаҳои бисёркомпонентаи обӣ-намакии дорои сульфатҳои калий, калсий ва алюминий барои рушди корҳои илмӣ химия ва фаъолияти равандҳои корхонаҳои саноатӣ аҳамияти калон дорад. Дар байни системаҳои чоркомпонента, ки қисми системаи панҷкомпонентаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+} // SO_4^{2-}$ ,  $F^- - H_2O$  -ро ташкил медиҳанд, системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+} // SO_4^{2-} - H_2O$  мавқеи махсусро ишғол менамояд, зеро ин система дар таркиби партовҳои саноатӣ дучор мегардад, ки омӯхтани он барои ҳифзи муҳити зист ва коркарди дубораи ашёи хом муҳим мебошанд.

Дар қори тадқиқоти мо [4] мувозинатҳои фазагии системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+} // SO_4^{2-} - H_2O$  дар ҳарорати  $0^\circ C$  бо усули транслятсия муайян карда шудааст, ҳалшавандагии системаи мазкур бо усули то серкунӣ гузаронида шуд, ки мувофиқи он маҳлулҳо аз рӯи системаҳои секомпонента ( $K_2SO_4 - CaSO_4 - H_2O$ ,  $CaSO_4 - Al_2(SO_4)_3 - H_2O$  ва  $K_2SO_4 - Al_2(SO_4)_3 - H_2O$ ) омода гардиданд. Баъдан дар сатҳи чоркомпонентагӣ гузаронида шуданд.

Маҳлулҳо дар давоми 80–120 соат бо ёрии омехтакунаки магнити омехта гардиданд ва ҳарорат бо дақиқии  $\pm 0.1^\circ C$  танзим карда шуд. Ҷудокунии фазаҳои сахт тавассути филтратсия, шустан бо спирти этил хушк карданион то ҳарорати  $120^\circ C$  дар ҷевони хушккунаки барқи бароҳ монда шуд. Барои муайян кардани фазаҳо, методҳои маъмули таҳлилий истифода карда шуд [5-7].

Фазаҳои саҳти системаи мазкур дар ҳарорати  $0^\circ C$  инҳо мебошанд:  $K_2SO_4$  – арканит (Ар),  $CaSO_4 \cdot 2H_2O$  – гипс (Гп),  $Al \cdot 18 - Al_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O$ .

Дар ҷадвали 1 маълумотҳои ҳалшавандагии маҳлулҳо ва нуктаҳои нонварианти оварда шудаанд.

Тибқи маълумотҳои дар ҷадвал овардашуда маротибаи аввал диаграммаи ҳалшавандагии системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  барои ҳарорати  $0\text{ }^\circ\text{C}$  (расми 1) сохта шуда, қисми намакии он дар расми 2 оварда шудааст.

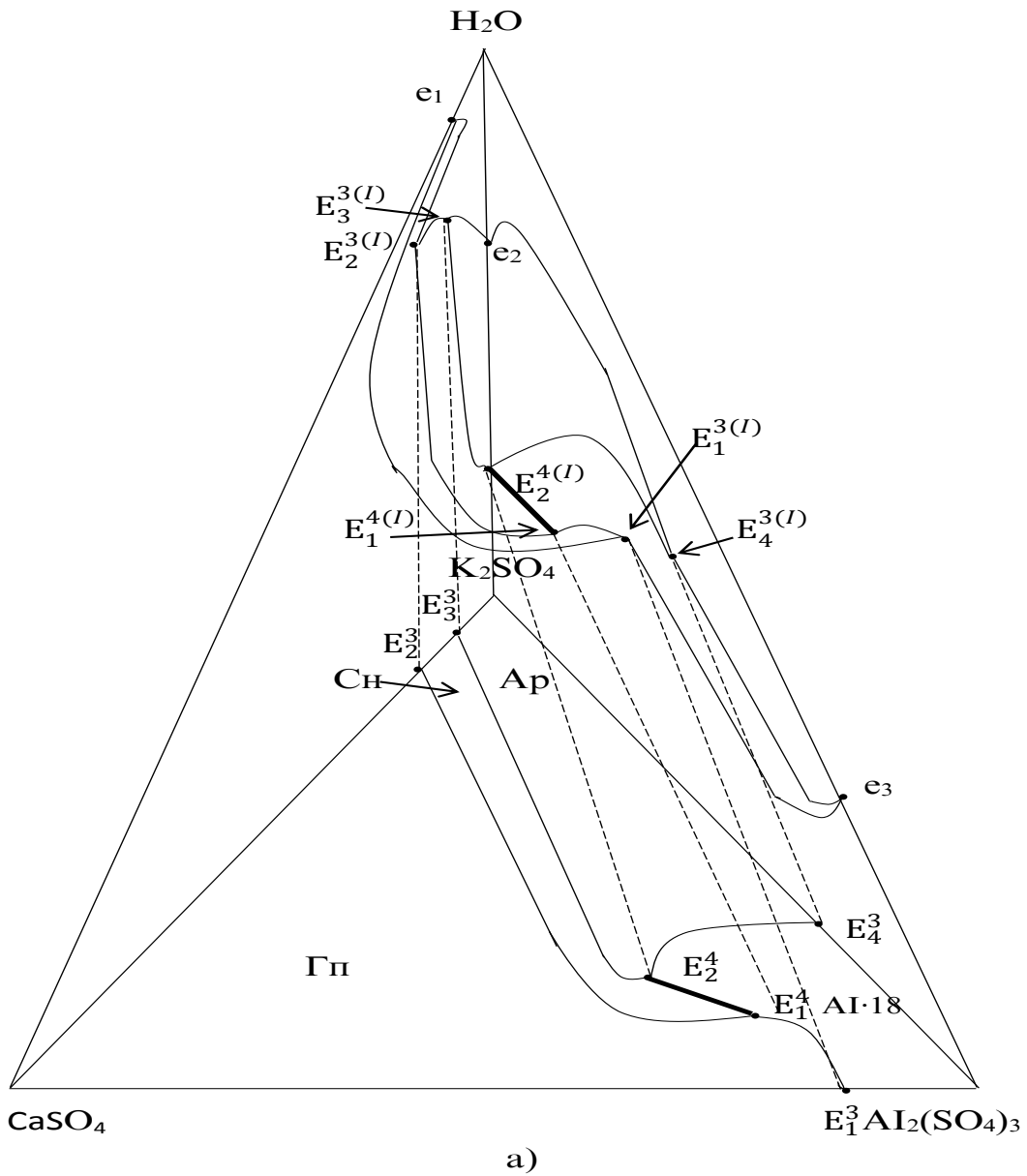
Дар асоси маълумотҳои ҳалшавандагӣ мавқеи нуқтаҳои нонвариантии муайян гардида мавқеи элементҳои геометрӣ бо усули массентрӣ [8] ҳисоб карда шудааст ва тасвири он дар диаграммаи зерин ҷойгир кунонида шудааст.

**Ҷадвали 1.** Ҳалшавандагӣ ва нуқтаҳои нонвариантии системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  барои ҳарорати  $0^\circ\text{C}$

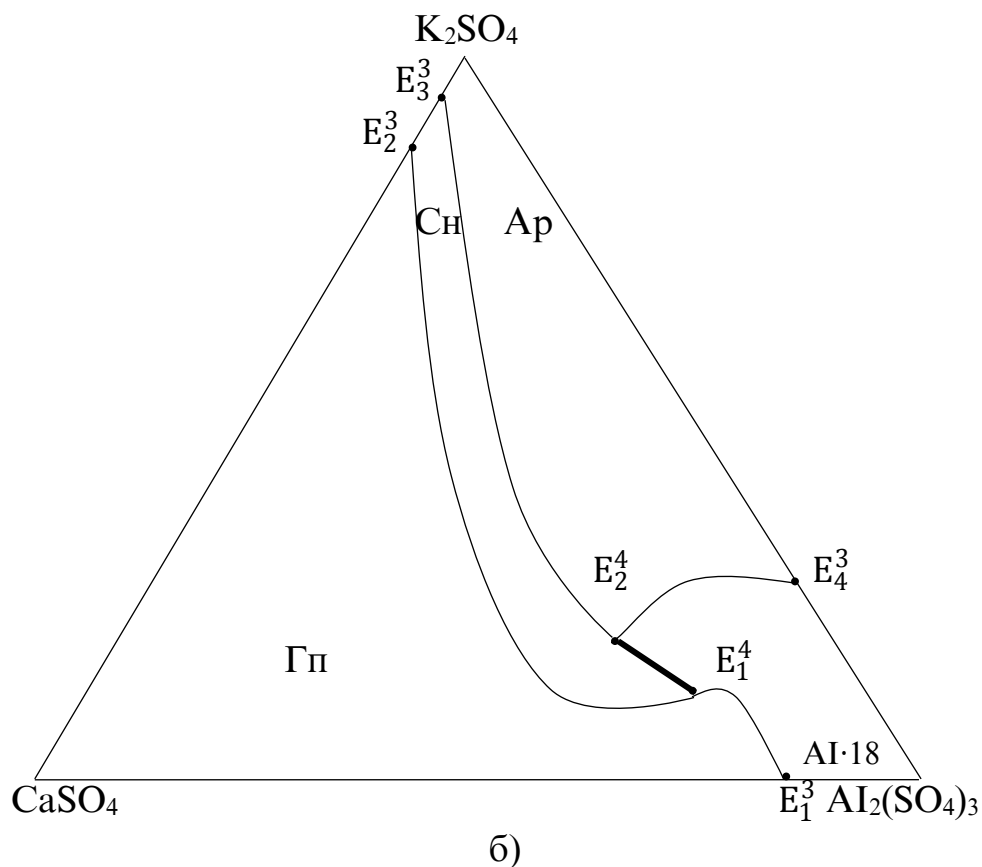
р/т нуқтаҳо	Таркиби фазаҳои моеъ, мас. %				Таркиби фазаҳои сахт
	$K_2SO_4$	$CaSO_4$	$Al_2(SO_4)_3$	$H_2O$	
$e_1$	7,5	-	-	92,5	Ар
$e_2$	-	0,210	-	99,79	Гп
$e_3$	-	-	23,92	76,08	АI·18
$E_1^3$	-	0,333	6,52	93,14	Гп+АI·18
$E_2^3$	6,99	0,022	-	92,98	Гп+Сн
$E_3^3$	1,99	0,083	-	97,9	Сн+Ар
$E_4^3$	8,87	-	22,166	91,29	АI·18+Ар
$E_1^4$	8,03	0,711	33,2	58,05	Сн+АI·18+Гп
$E_2^4$	13,166	0,615	31,22	54,99	Сн+Ар+АI·18

Тавре аз диаграмма маълум аст, қисми асосии диаграмма ба майдони гипс ( $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ ) рост меояд. Ин аз камҳалшаванда будани фазаи гипс дар ҳарорати додашуда шаҳодат медиҳад.

Номгӯи элементҳои геометрӣ (майдонҳо, хатҳо ва нуқтаҳо) дар ҷадвали 1 оварда шудааст.



**Расми 1.** Диаграммаи ҳалшавандагии системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+} // SO_4^{2-} - H_2O$   
барои ҳарорати  $0^\circ C$



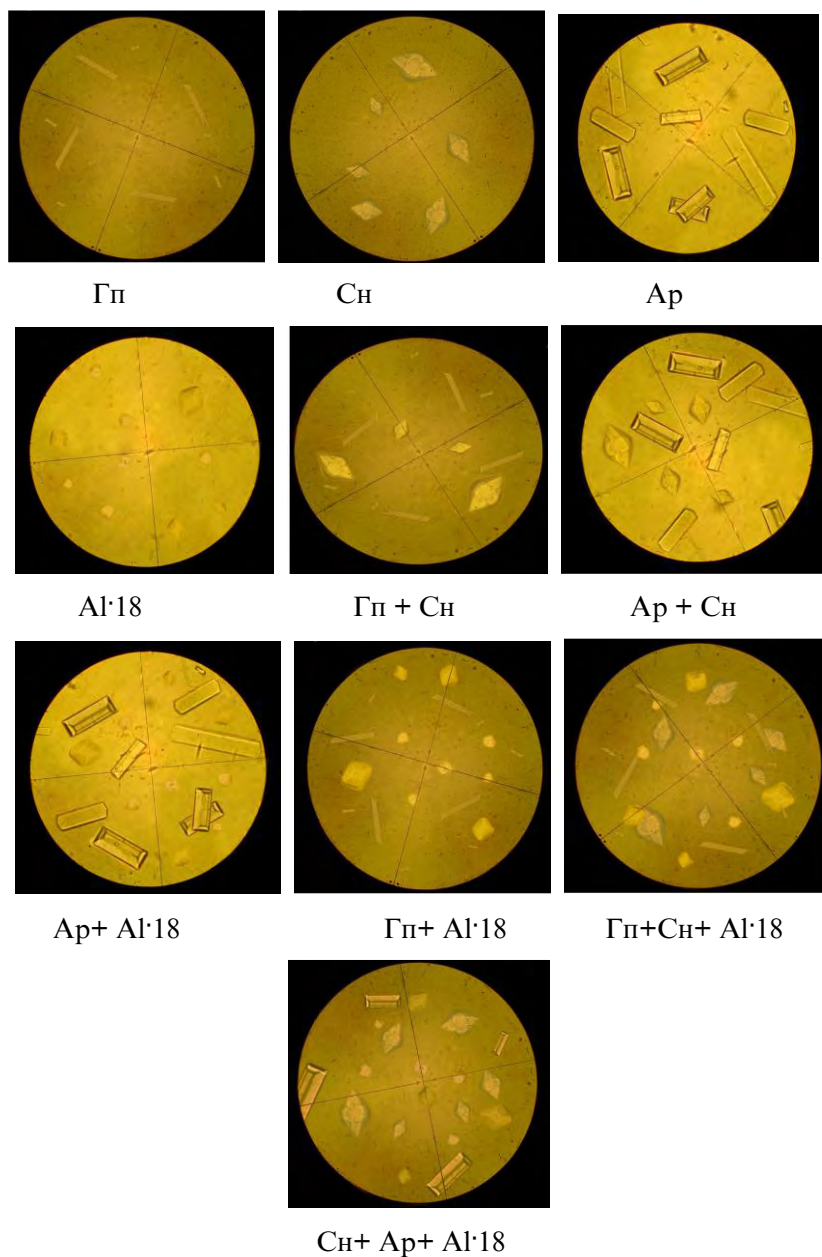
**Расми 2.** Қисми намакии диаграммаи ҳалшавандагии  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  барои ҳарорати  $0^\circ C$

Дар расми 3. микрофотографаҳои фазаҳои саҳти мувозинатӣ дар системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  барои ҳарорати  $0^\circ C$  тибқи талаботҳои адабиёт [10] гирифта шудааст, ки баъд аз ҷудо намудани маҳлул аз таҳшин фазаи саҳт бо спирти этил шуста мешавад. Таҳлили регенофазавии ин система дар яке аз системаҳои секомпонента гузаронида шуд, ки дақиқи ин системаро тасдиқ менамояд.

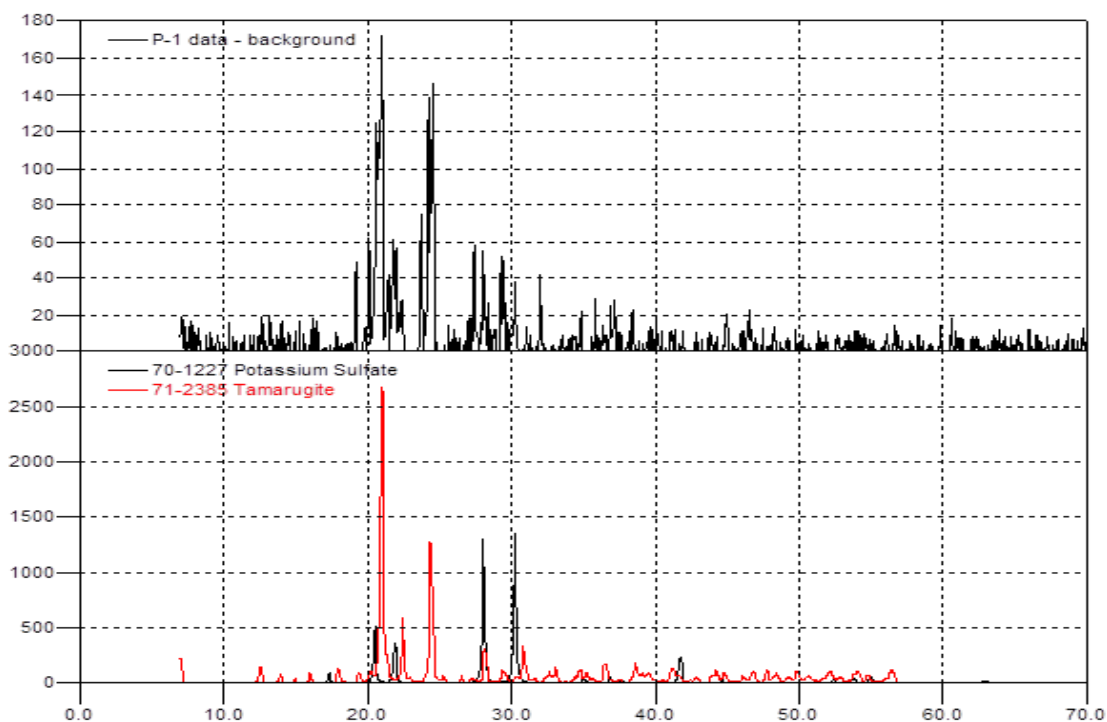
**Ҷадвали 1.** Номгӯи элементҳои геометрии системаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$   
барои ҳарорати  $0^\circ C$

<b>Ишораи элементҳои геометрӣ</b>	<b>Мавқеи элементҳои геометрӣ дар диаграмма</b>
$e_1$	Ҳалшавандагии сулфати калсий дар об
$e_2$	Ҳалшавандагии сулфати калий дар об
$e_3$	Ҳалшавандагии сулфати алюминий дар об
$E_1^3$	Нуқтаи якҷоя кристаллизатсияшавии Гп + АI·18 дар системаи $CaSO_4-Al_2(SO_4)_3-H_2O$
$E_2^3$	Нуқтаи якҷоя кристаллизатсияшавии Сн + Гп дар системаи $K_2SO_4-CaSO_4-H_2O$
$E_3^3$	Нуқтаи якҷоя кристаллизатсияшавии Сн + Ар дар системаи $K_2SO_4-CaSO_4-H_2O$
$E_4^3$	Нуқтаи якҷоя кристаллизатсияшавии Ар + АI·18 дар системаи $K_2SO_4-Al_2(SO_4)_3-H_2O$
$E_1^3 - E_1^4$	Хати якҷоя кристаллизатсияшавии Гп + АI·18 дар системаи $CaSO_4-Al_2(SO_4)_3-H_2O$
$E_2^3 - E_1^4$	Хати якҷоя кристаллизатсияшавии Гп + Сн дар системаи $K_2SO_4-CaSO_4-H_2O$
$E_3^3 - E_2^4$	Хати якҷоя кристаллизатсияшавии Ар+ Сн дар системаи $K_2SO_4-CaSO_4-H_2O$
$E_4^3 - E_2^4$	Хати якҷоя кристаллизатсияшавии Ар + АI·18 дар системаи $K_2SO_4-Al_2(SO_4)_3-H_2O$
$E_2^3 CaSO_4 E_1^3 E_1^4 E_2^3$	Майдони кристаллизатсияи Гп
$E_2^3 E_3^3 E_2^4 E_1^4 E_2^3$	Майдони кристаллизатсияи Сн
$E_3^3 K_2SO_4 E_4^3 E_2^4 E_3^3$	Майдони кристаллизатсияи Ар
$E_1^3 E_1^4 E_2^4 E_4^3 Al_2(SO_4)_3 E_1^3$	Майдони кристаллизатсияи АI·18

Таҳлили рентгенофазавии мавқеи нуқтаи нонварианти ошкор гардида дар расми 4 оварда шудааст.



**Расми 3.** Микрофотографияҳои фазаҳои саҳти мувозинатӣ дар системаи  $K^+, Ca^{2+}, Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  барои ҳарорати  $0^\circ C$



**Расми 4.** Таҳлили рентгенофазавии мавқеи нуқтаи нонвариантӣ

### Хулоса

Дар натиҷаи тадқиқоти гузаронидашуда мувозинатҳои фазавӣ ва ҳалшавандагии системаи чоркомпонентаи  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}/SO_4^{2-}-H_2O$  дар ҳарорати  $0^\circ C$ , таркиби маҳлулҳои сершуда, инчунин маҷмӯи фазаҳои саҳти мувозинатӣ муайян ва тавсиф карда шудаанд. Нуқтаҳои нонвариантӣ, хатҳои моновариантӣ ва майдонҳои дивариантӣ муайян шуда, дар асоси онҳо диаграммаи мукаммали ҳалшавандагӣ ва қисми намакии система сохта шуда имкон медиҳад, ки минтақаҳои устувории арканит, гипс ва сульфати алюминий пешбинӣ ва идора карда шаванд. Натиҷаҳои бадастомада нишон медиҳанд, ки тағйири таносуби ионҳои  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$  ва  $Al^{3+}$ , инчунин шароити ҳароратӣ ба тартиби кристаллизатсия ва таркиби маҳлул таъсири назаррас мерасонад, ки ин барои интихоби оқилонаи режимҳои технологӣ муносибати муҳимро талаб менамояд. Маълумоти гирифташуда метавонанд ҳамчун асоси илмӣ барои оптимизатсияи равандҳои коркарди партовҳои саноатӣ ва истифодаи комплекси ашёи хоми сульфатдор хидмат намоёнд, инчунин барои

пешгирӣ ва идоракунии ташаккули таҳшинҳои намакӣ дар таҷҳизоти гидрометаллургии мушкилотҳои экологӣ ва коркарди минералҳои маъданию ғайримаданӣ истифода шаванд.

### Адабиёт

1. Коротаева А.Э. Ликвидация последствий загрязнения сточных вод горных предприятий методами биологической очистки: дис. ... канд. техн. наук: 1.6.21. Геоэкология. - Санкт-Петербург, 2024. – 183 с.
2. Холов Х.И., Шарифбоев Н.Т., Джуракулов Ш.Р., Самихов Ш.Р. Гидрометаллургическая обработка золотосодержащих руд месторождения «Истиклол» (Тутли) // Политехнический вестник. Серия: Инжен. иссл. – 2025. – № 1(69). – С. 25-32. EDN: WVPGNL.
3. Асланова Э.Г., Гулиева М.А., Аллахвердиева Т.Р. Загрязнение почвы промышленными отходами // Бюллетень науки и практики. – 2024. – Т. 10. – № 11. – С. 103-107.
4. Мухторов П.А. Сравнительный анализ фазовых равновесий системы  $K_2SO_4 - CaSO_4 - Al_2(SO_4)_3 - H_2O$  при 0 и 25°C / П.А. Мухторов, А. Махмадмуродов, М.Б. Усмонов // Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук: Материалы респ. научно-практ. конф., Душанбе, 28-29 октября 2022 года / – Душанбе: Изд.: Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе, 2022. – С. 107-112.
5. Резников А.А. Методы анализа природных вод / А.А. Резников, Е.П. Муликовская, И.Ю. Соколов / – М.: Недра, 1970. – 488 с.
6. Анализ минерального сырья / – Под общей ред. Ю.Н. Книпович, Ю.В. Морачевского. – Л.: Госхимиздат, 1959. – 947 с.
7. Крешков А.П. Основы аналитической химии. Т.2 / А.П. Крешков. – Л.: Химия, – 1970. – 456 с.

8. Горощенко Я.Г. Массцентрический метод изображения многокомпонентных систем / Я.Г. Горощенко, – Киев: Наукова думка, 1982. – 264 с.
9. Карамбахшов Х. З., Курбонов, Ш. А., Холов, Х. И., Исмоилова, М. С., Самихов, Ш. Р. Разработка реагентного режима фосфоритовой флотации Риватского месторождения // Известия НАНТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук. – 2024. – № 4(197). – С. 100-109.
10. Татарский В.Б. Кристаллооптика и иммерсионный метод исследования минералов / В.Б. Татарский. – М.: Недра, 1965. – 306 с.

#### **РАСТВОРИМОСТЬ СИСТЕМЫ $K^+$ , $Ca^{2+}$ , $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$ ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ $0^\circ C$**

**Мухторов П.А., Усмонов М.Б., Умаралии С.**

*Таджикский государственный педагогический университет имени Садрриддина Айни*

***Аннотация.** В статье приведены результаты изучения растворимости четырёхкомпонентной системы солей  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$  при температуре  $0^\circ C$ . Исследование проведено методом трансляции. В новой системе определены неинвариантные точки, моноинвариантные линии и дивариантные области. Состав и положение твёрдых фаз - арканита, гипса и сульфата алюминия - определены химическим и микрофотографическим анализами. На основе экспериментальных данных построена диаграмма растворимости и её солевая часть, что имеет практическое значение для переработки промышленных отходов, содержащих сульфаты калия, кальция и алюминия.*

***Ключевые слова:** растворимость, многокомпонентная система, твёрдые фазы, диаграмма равновесий, метод трансляции, неинвариантные точки.*

## SOLUBILITY OF THE $K^+$ , $Ca^{2+}$ , $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$ SYSTEM AT 0 °C

P.A. Mukhtorov, M.B. Usmonov, S. Umarali

*Tajik State Pedagogical University after Sadriiddin Aini*

**Annotation.** The paper presents the results of studying the solubility of the quaternary system  $K^+$ ,  $Ca^{2+}$ ,  $Al^{3+}$ // $SO_4^{2-}$ - $H_2O$  at 0 °C. The research was carried out using the translation method. Nonvariant points, monovariant lines, and divariant fields were identified. The composition and position of solid phases such as arcanite, gypsum, and aluminum sulfate were determined by chemical and microphotographic analysis. Based on the experimental data, a solubility diagram and its salt section were constructed. The results are of practical importance for industrial waste processing containing potassium, calcium, and aluminum sulfates.

**Keywords:** solubility, multicomponent system, solid phases, phase diagram, translation method, nonvariant points.

**Маълумот дар бораи муаллифон:** Мухторов Парвиз Алимахмадович – ассистенти кафедраи технология ва экологияи химиявии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни. Суроға: 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 121. **Телефон:** (+992) 98-550-85-35. **E-mail:** [parvizm1993@mail.ru](mailto:parvizm1993@mail.ru).

**Усмонов Муҳаммадсалим Бозорович** – н.и.х., дотсент, мудири кафедраи технология ва экологияи химиявии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни. Суроға: 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 121. **Телефон:** (+992 91) 888 78 12. **E-mail:** [usmonov.86@mail.ru](mailto:usmonov.86@mail.ru).

**Умарали Сафарали** – муаллими калони кафедраи технология ва экологияи химиявии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айни. Суроға: 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 121. **Телефон:** (+992 91) 786 12 26. **E-mail:** [safarali.umarali91@mail.ru](mailto:safarali.umarali91@mail.ru)

**Сведения об авторах:** Мухторов Парвиз Алимахмадович – ассистент кафедры «Химическая технология и экология» Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни. Адрес: 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121. **Телефон:** (+992 98) 550 85 35. **E-mail:** [parvizm1993@mail.ru](mailto:parvizm1993@mail.ru).

**Усмонов Мухаммадсалим Бозорович** – к.х.н., доцент кафедры «Химическая технология и экология», Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121. **Телефон:** (+992 91) 888 78 12. **E-mail:** [usmonov.86@mail.ru](mailto:usmonov.86@mail.ru).

**Умарали Сафарали** – старший преподаватель кафедры «Химическая технология и экология» Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 121. **Телефон:** (+992 91) 786 12 26. **E-mail:** [safarali.umarali91@mail.ru](mailto:safarali.umarali91@mail.ru).

**Information about the authors: Muhtorov Parviz Alimahmadovich** – assistant of the Department "Technology and Ecology" of the Tajik State Pedagogical University after S. Aini. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 121. **Phone:** (+ 992 98) 550 85 35. **E-mail:** [parvizm1993@mail.ru](mailto:parvizm1993@mail.ru).

**Usmonov Muhammadsalim Bozorovich** – Cand. Sc. in Chem., Associate Professor of the Department of “Chemical Technology and Ecology” at the Tajik State Pedagogical University after S. Ayni. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 121. **Phone:** (+ 992 91) 8 88 78 12. **E-mail:** [usmonov.86@mail.ru](mailto:usmonov.86@mail.ru).

**Umarali Safarali** – Senior lecturer of the Department of Chemical technology and ecology, Tajik State Pedagogical University after S. Ayni. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 121. **Phone:** (+992 91) 786 12 26. **E-mail:** [safarali.umarali91@mail.ru](mailto:safarali.umarali91@mail.ru).

**ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ И РАСТВОРИМОСТЬ В СИСТЕМЕ Na, Ca//SO<sub>4</sub>,  
F-H<sub>2</sub>O ПРИ 75 °С**

**Усмонов М.Б.**

***Таджикский государственный педагогический университет  
имени Садриддина Айни***

*Аннотация.* В данной работе исследованы фазовые равновесия и растворимость четырёхкомпонентной системы Na,Ca//SO<sub>4</sub>,F-H<sub>2</sub>O при температуре 75°C. Исследование выполнено на основе сочетания метода трансляции фазовых диаграмм и экспериментального определения неинвариантных точек. Определены составы насыщенных растворов и равновесные твёрдые фазы, установлены моновариантные кривые и дивариантные поля. Построена сольватная диаграмма системы, отражающая равновесие между фазами Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, CaSO<sub>4</sub>·2H<sub>2</sub>O, NaF, CaF<sub>2</sub> и двойными солями NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (шейерерит) и Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·CaSO<sub>4</sub> (глауберит). Обнаружено, что присутствие фторидов существенно влияет на структуру диаграммы, способствуя формированию доминирующих полей флюорита и двойных солей. Полученные результаты важны для минералогии, геохимии рассолов и процессов переработки природного и техногенного сырья, содержащего сульфаты и фториды натрия и кальция.

*Ключевые слова.* Фазовые равновесия, растворимость, четырёхкомпонентные системы, Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, CaSO<sub>4</sub>, NaF, CaF<sub>2</sub>, глауберит, шейерерит, неинвариантные точки, моновариантные кривые.

**Введение.** Изучение фазовых равновесий в солевых системах имеет важное прикладное значение для геохимии и технологий переработки минералов и отходов. Так, закономерности фазовых равновесий в сложных водно-солевых системах служат теоретической основой для разработки оптимальных условий обработки природного и техногенного полиминерального сырья, содержащего сульфаты, карбонаты и фториды Na и Ca [1]. Системы с участием фторидов и сульфатов кальция и натрия особенно актуальны в прикладных задачах осаждения минералов

(например, при тушении хвостов обжига фосфорсодержащих руд) и моделировании эвтектических концентратов рассолов. Фазовые диаграммы и кривые растворимости этих систем позволяют прогнозировать последовательность выпадения кристаллов и устойчивость образующихся фаз в различных условиях. В данной работе рассмотрена четырёхкомпонентная система Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F– H<sub>2</sub>O при 75 °С. Используются экспериментальные данные (таблица неинвариантных точек и фаз), на основе которых построены диаграммы растворимости и проведён анализ фазовых полей.

**Обзор литературы.** Существуют многочисленные исследования фазовых равновесий близких систем при других температурах. Так, мы изучали систему Na,Ca//SO<sub>4</sub>,F– H<sub>2</sub>O при 0°С и при 25°С методами трансляции [2-3]. Установлено, что при 0°С для этой системы характерно наличие нескольких неинвариантных точек и полей кристаллизации однофазных соединений [3], а при 25°С в диаграмму вступают новые фазы – шейерерит (NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) и глауберит (Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·CaSO<sub>4</sub>) [4]. Аналогичные подходы применялись и к другим четырёхкомпонентным системам: например, Л. Солиев с соавторами изучали систему K,Ca//HCO<sub>3</sub>, F–H<sub>2</sub>O при 0°С [5], где обнаружили 4 дивариантных поля, 5 моновариантных кривых и 2 неинвариантных точки. В более сложных многокомпонентных системах на основе Na, K, Ca, Mg и т. д. также получены полные фазовые диаграммы при различных температурах. В отличие от систем, включающих фториды натрия и кальция, системы без фторидов характеризуются меньшим числом твердых фаз (отсутствуют двойные соли NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> и CaF<sub>2</sub>) и иным строением диаграмм. Таким образом, литература показывает, что совокупность присутствующих фаз и их устойчивость существенно зависят от состава и температуры, что требует детального анализа каждого конкретного случая.

**Теоретические основы.** Фазовая диаграмма четырёхкомпонентной системы Na,Ca//SO<sub>4</sub>,F–H<sub>2</sub>O может быть представлена в виде трёхмерной фигуры (призмы или тетраэдра), в основании которой лежит «солевое» четырехугольное сечение

( $\text{Na}_2\text{SO}_4 - \text{NaF} - \text{CaSO}_4 - \text{CaF}_2$ ). При фиксированной температуре и давлении фазы находятся в равновесии согласно правилу фаз Гиббса: число степеней свободы системы  $F = C - P + 2$  ( $C$  – число компонентов,  $P$  – число фаз). В нашем случае  $C = 4$ , так что при наличии трёх твердотельных фаз и раствора (жидкая фаза)  $F = 3$ . Если на диаграмме встречаются точки с  $F = 0$  (трёх фаз плюс раствор), такие точки называются нонвариантными или инвариантными. Если  $F = 1$  (две фазы + раствор), то это моновариантные точки или кривые равновесия. Таким образом, нонвариантная точка характеризуется тем, что при данной температуре и давлении состав раствора и присутствующих фаз фиксирован. Моновариантная кривая – это линия в диаграмме, вдоль которой меняются составы раствора и прилегающих фаз при неизменной температуре; изменение температуры приводит к пересечению такой кривой на диаграмме.

В рассматриваемой системе наряду с простыми солями ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{NaF}$ ,  $\text{CaSO}_4$ ,  $\text{CaF}_2$ ) могут образовываться двойные соли – соединения, содержащие ионы двух различных солей. В частности, из компонентов  $\text{NaF}$  и  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  может образоваться двойная соль  $\text{NaF} \cdot \text{Na}_2\text{SO}_4$  (шейерерит), а из  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  и  $\text{CaSO}_4$  –  $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot \text{CaSO}_4$  (глауберит). Известно, что натриевые и кальциевые фториды и сульфаты характеризуются очень низкой растворимостью (например, флюорит  $\text{CaF}_2$  занимает в аналогичной диаграмме большую область, что указывает на его малую растворимость. При повышении температуры обычно повышается растворимость большинства солей, однако в системе  $\text{Na}_2\text{SO}_4 - \text{H}_2\text{O}$  происходит обратный эффект выше  $32.4^\circ\text{C}$  [6]: при переходе из декагидрата (миробилита) в ангидрат (тенардит) растворимость натриевой соли резко падает. Аналогично, сульфат кальция существует в формах: дигидрат (гипс), полугидрат (бессанит) и ангидрит [7], что означает, что при  $75^\circ\text{C}$   $\text{CaSO}_4$  будет стабилен в своей гидратированной форме (гипс). Это важно для понимания фазовых полей: при  $75^\circ\text{C}$  мирабилит не могут существовать и заменяется соответствующей фазой  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  (это тенардит). Гипс остаётся стабильным.

Метод трансляции фазовых диаграмм позволяет строить многокомпонентные равновесия на основе известных диаграмм для меньшего числа компонент [8]. Суть его в том, что невариантные точки (например, трёхкомпонентных систем) «переносятся» на более высокий компонентный уровень, образуя на их основе моновариантные кривые и дивариантные поля исследуемой четырехкомпонентной системы. Принцип совместимости структурных элементов диаграмм  $n$ - и  $(n+1)$ -компонентных систем позволяет предсказать число моновариантных кривых и фазовых полей без непосредственного перебора всех возможных сочетаний [9].

**Методика эксперимента.** Исследование системы  $\text{Na, Ca//SO}_4, \text{F} - \text{H}_2\text{O}$  при  $75^\circ\text{C}$  основано на комбинировании метода трансляции с экспериментальными определениями растворимости. В частности, для построения диаграмм сначала использовались данные о невариантных точках составляющих трёхкомпонентных систем:  $\text{Na}_2\text{SO}_4\text{--CaSO}_4\text{--H}_2\text{O}$ ,  $\text{Na}_2\text{SO}_4\text{--NaF--H}_2\text{O}$ ,  $\text{CaSO}_4\text{--CaF}_2\text{--H}_2\text{O}$  и  $\text{NaF--CaF}_2\text{--H}_2\text{O}$ . В этих системах определяли координаты точек совместного равновесия раствора с двумя твердыми фазами. Затем по принципу трансляции готовили смеси: к растворам, насыщенным согласно этим точкам, добавлялись осадок второй компоненты четвертой компоненты так, чтобы получить составы четырехкомпонентной системы. Смеси устанавливали в термостате при  $75^\circ\text{C}$  и выдерживали до достижения равновесия. Компоненты системы и их твердотельные фазы использовались аналитической чистоты ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NaF}$ ,  $\text{CaF}_2$ ). После достижения равновесия анализировали состав насыщенного раствора и идентифицировали фазы осадка. На основе полученных данных о составе жидкой фазы в ключевых точках был составлен список невариантных точек системы при  $75^\circ\text{C}$  (приведён в табл. 1). Данные таблицы приведены по результатам экспериментальных работ. Затем по этим точкам и с учётом принципа совместимости составлена сольватная (растворимостная) диаграмма системы: определены моновариантные кривые и фазовые поля (рис. 1).

**Таблица 1.** Состав жидкой фазы (в мас. %) и равновесные твёрдые фазы  
 нонвариантных точек (E) системы Na, Ca||SO<sub>4</sub>,F–H<sub>2</sub>O при 75°C

№	Состав насыщенных растворов, масс %					Состав твёрдых фаз
	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	CaSO <sub>4</sub>	NaF	CaF <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	
1	2	3	4	5	6	7
e <sub>1</sub>	30,40	-	-	-	69,60	Te
e <sub>2</sub>	-	0,176	-	-	99,82	Гп
e <sub>3</sub>	-	-	4,33	-	95,67	Во
e <sub>4</sub>	-	-	-	0,017	99,99	Фo
E <sub>1</sub> <sup>3</sup>	-	0,151	-	0,01	99,48	Фo+Гп
E <sub>2</sub> <sup>3</sup>	7,09	-	2,89	-	90,02	Во+Шр
E <sub>3</sub> <sup>3</sup>	28,32	-	0,29	-	71,39	Шр+Te
E <sub>4</sub> <sup>3</sup>	-	-	3,90	0,01	96,09	Во+Фo
1	2	3	4	5	6	7
E <sub>5</sub> <sup>3</sup>	30,35	0,025	-	-	69,25	Te+Гб
E <sub>6</sub> <sup>3</sup>	15,07	0,221	-	-	84,70	Гб+5Ca.Na.3
E <sub>7</sub> <sup>3</sup>	12,42	0,175	-	-	87,40	5Ca.Na.3+Гп
E <sub>1</sub> <sup>4</sup>	8,40	-	2,20	0,02	89,38	Фo+Во+Шр
E <sub>2</sub> <sup>4</sup>	25,10	0,03	1,50	-	73,37	Шр+Te+Гб
E <sub>3</sub> <sup>4</sup>	19,80	0,18	-	0,02	79,99	Шр+Гб+5Ca.Na.3
E <sub>4</sub> <sup>4</sup>	10,50	0,20	2,60	-	86,70	Фo+Гп+5Ca.Na.3
E <sub>5</sub> <sup>4</sup>	18,0	0,17	1,0	-	80,83	5Ca.Na.3+Шр+Фo

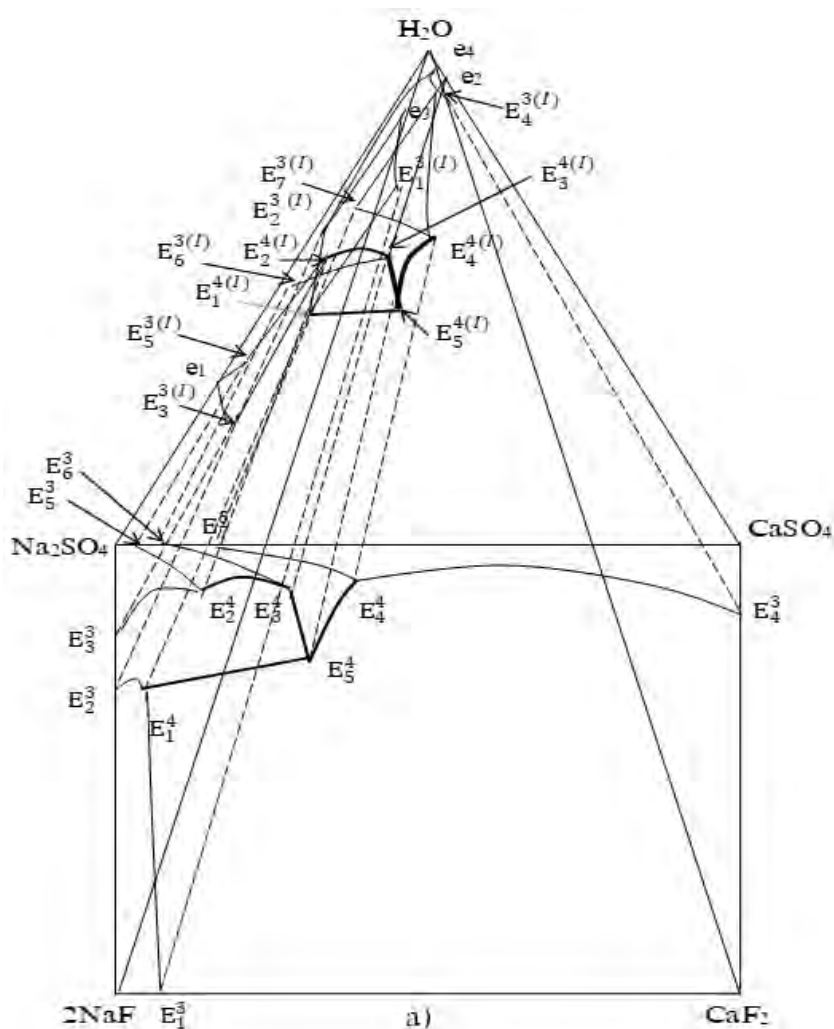
Анализ проводился в рамках классического подхода, с учётом потенциального образования двойных солей и фаз перегрева (метастабильности).

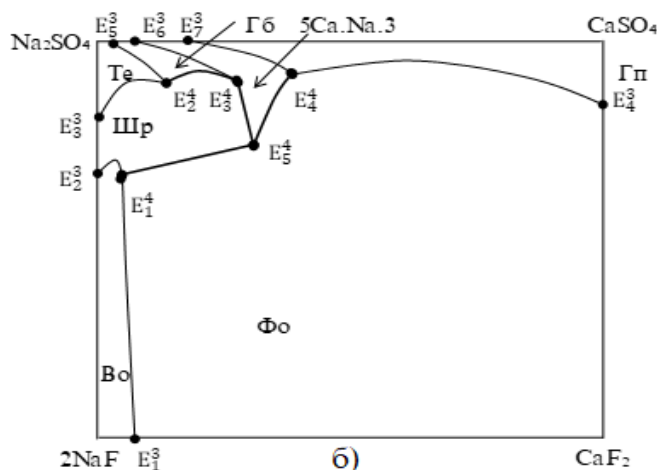
**Результаты.** На основе экспериментальных данных и метода трансляции установлено строение фазового пространства системы Na, Ca||SO<sub>4</sub>, F–H<sub>2</sub>O при 75 °C. Диаграмма замкнутая: она представлена в виде «сольватной призмы» с вершинами, соответствующими солям Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, NaF, CaSO<sub>4</sub>, CaF<sub>2</sub> и водой (рис. 1).

Всего выявлено несколько нонвариантных точек (равновесных составов насыщенного раствора с тремя твёрдыми фазами), приведённых в таблице 1. Эти

точки обозначены  $E_1^3$  до  $E_7^3$  и  $E_1^4$  до  $E_5^4$ , где индексное «4» указывает на то, что на уровне четырёх компонент осуществлялась совместная кристаллизация четырёх фаз. Например, точки  $E_1^3$  до  $E_7^3$  представляют условные «тройные» равновесия, а  $E_1^4$  до  $E_5^4$ , – «четверные» (с включением фаз трёхкомпонентных систем в четыре компонента).

Из анализа состава жидкой фазы видно, что в системе на уровне  $75^\circ\text{C}$  в равновесии могут присутствовать следующие фазовые комбинации: флюорит ( $\text{CaF}_2$ ), вильомит ( $\text{NaF}$ ), гипс ( $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ), тенардит ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) и двойные соли шейрерит ( $\text{NaF} \cdot \text{Na}_2\text{SO}_4$ ) и глауберит ( $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot \text{CaSO}_4$ ).





**Рисунок 1.** Диаграмма растворимости системы Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F – H<sub>2</sub>O при 75°C  
а) водно - солевая часть б) солевая часть

Так, например, поле, характеризующееся выпадением лишь флюорита, по аналогии с данными при 0 °С занимает большую часть диаграммы (флюорит обладает крайне малой растворимостью) [10]. Поле CaSO<sub>4</sub>·2H<sub>2</sub>O (гипса) оказалось расширенным по сравнению с низкотемпературным случаем из-за существенного снижения растворимости CaSO<sub>4</sub> выше 40 °С [11]. Поле Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (тенарадита) также занимает заметную часть, поскольку растворимость Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> резко падает при температуре выше 32.4 °С. Поле NaF (вильомита) по-прежнему невелико, так как NaF хорошо растворим. Присутствуют полевые области, где совместно выпадают двойные соли: так, в области совместной насыщенности раствора по NaF и Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> наблюдается кристаллизация шейерерита, а по Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> и CaSO<sub>4</sub> – глауберита. Моновариантные кривые на диаграмме соответствуют изменению состава раствора при смене равновесного набора фаз: в частности, одна кривая проходит между полем CaF<sub>2</sub> и полем NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (переход CaF<sub>2</sub> ⇌ NaF + Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) и т.п.

Структурно установлено, что повышение температуры до 75 °С приводит к изменению набора устойчивых фаз по сравнению с 25 °С. В частности, на диаграмму вступают двойные соли NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> и Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·CaSO<sub>4</sub>, которые отсутствовали при 0 °С. Налицо интенсификация полей двойных солей, что

усложняет топологию диаграммы по сравнению с более низкими температурами. При 75 °С отсутствие гидратированных кристаллов (миробилита) приводит к полному замещению безводными фазами (тенарадитом), что придает диаграмме иную симметрию. Соливолюметрические кривые солей  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  и  $\text{CaSO}_4$  в отличие от данных при 25 °С демонстрируют обратный температурный эффект: их растворимость падает, расширяя соответствующие поля. В результате общее число фазовых полей и конфигурация моновариантных кривых при 75 °С отличаются от 25 °С. Например, при 25 °С имелись два дивариантных поля ( $E_1^4$  и  $E_2^4$ ) и ряд моновариантных кривых, тогда как при 75 °С благодаря дополнительным фазам число полей увеличивается.

**Обсуждение результатов.** Сравнение полученных результатов с известными данными при более низких температурах показывает существенное влияние температуры и фторидов на фазовую диаграмму системы. Во-первых, как упоминалось, при температуре 75 °С недоступны гидратная фаза  $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$  (миробилит). Это согласуется с общим правилом: выше 32.4 °С декагидрат  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  кристаллизуется в безводном состоянии, тогда как  $\text{CaSO}_4$  стабилен в виде гипса даже при высоких температурах. Удаление гидратов приводит к быстрому образованию новых фаз. Во-вторых, присутствие фторидов существенно расширяет поля соответствующих фаз. Так, низкая растворимость  $\text{CaF}_2$  формирует доминирующее поле флюорита [11]. Фториды также дают начало двойным солям, что придаёт диаграмме дополнительную сложность. Например, шейерерит ( $\text{NaF} \cdot \text{Na}_2\text{SO}_4$ ) возникает при относительно высоких концентрациях  $\text{NaF}$  и  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , и его появление отличает диаграмму при 25 °С и 75 °С от диаграммы при 0 °С. Таким образом, влияние  $\text{F}^-$  и  $\text{SO}_4^{2-}$  проявляется в появлении новых фаз и расширении соответствующих полей. Сравнение с системой при 50 °С показало бы, что уже вблизи 40-50 °С начинают проявляться эффекты перехода анодридов: число фаз и точек равновесия быстро меняется при прохождении критических температур. В целом, переход от 25 °С к 75 °С вносит в систему усложнение: число

моновариантных кривых возросло, появились дополнительные инвариантные точки, отражающие включение двойных солей. Эти результаты согласуются с общими принципами физико-химического анализа многокомпонентных систем.

### **Выводы**

1. Построена сольватная диаграмма растворимости системы Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F–H<sub>2</sub>O при 75 °С, подтверждена её замкнутость. Выявлены основные равновесные твёрдые фазы: гипс (CaSO<sub>4</sub>·H<sub>2</sub>O), тенарадит (Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>), флюорит (CaF<sub>2</sub>), вильомит (NaF), а также двойные соли шейерерит (NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) и глауберит (Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·CaSO<sub>4</sub>).

2. Согласно правилу фаз, в 4-компонентной системе C=4, P=4 фаз (3 твёрдых + раствор) число степеней свободы F=2. Нонвариантные точки (F=0) образуются при равновесии 3 твёрдых фаз и раствора, моновариантные (F=1) – при двух твёрдых фазах + раствор. В исследованной системе обнаружены несколько таких нонвариантных точек (см. табл. 1), что полностью определило структуру диаграммы.

3. При повышении температуры от 25 °С до 75 °С существенно усложняется диаграмма растворов системы Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F–H<sub>2</sub>O за счёт образования новых фаз (шейерерит, глауберит) и замещения гидратов их безводными формами. Фазовая схема при 75 °С существенно отличается от схем при 0 и 25 °С, что подчёркивает важность учёта температурного и ионного состава при прогнозировании растворимости соли природных рассолов.

### **Литература**

1. Солиев Л., Усмонов М.Б. Фазовые равновесия системы Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F–H<sub>2</sub>O при 25 °С // Доклады АН РТ. – 2010. – № 8. – С. 612-616.
2. Солиев Л., Усмонов М.Б. Фазовые равновесия системы Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F–H<sub>2</sub>O при 0 °С // Доклады АН РТ. – 2011. – Т. 54, № 9. – С. 754-758.
3. Усмонов М.Б., Солиев Л., Нуриев В.П. Растворимость в системе Na,Ca//SO<sub>4</sub>,F–H<sub>2</sub>O при 0°С // Ж. неорганической химии. – 2013. – Т. 58. – № 12. – С. 1677-1680.

4. Усмонов М.Б., Солиев Л. Растворимость в системе Na,Ca//SO<sub>4</sub>,F-H<sub>2</sub>O при 25°C // Ж. неорганической химии. – 2014. – Т. 59. – № 12. – С. 1759-1763.
5. Солиев Л., Джабборов И.И., Имамова Л.Н., Мусоджонова Дж.Т. Исследование фазовых равновесий в системе K, Ca//HCO<sub>3</sub>, F-H<sub>2</sub>O при 0°C методом трансляции // Восточноевропейский научный ж. – 2019. – № 11 (51). – С. 48-50.
6. Вернигорова В. Н., Махамбетова К. Н., Саденко С. М. Химия рабочих тел // Монография / – 2014. 172 с.
7. Наумов А.В., Сергеева А.В. Гипс Верхне-Паратунского месторождения термальных вод // Труды V научно-техн. конф. «Проблемы комплексного геофизического мониторинга Дальнего Востока России» / Петропавловск – Камчатский. – 2015. – С. 86-90.
8. Криштоп Е.А. Анализ структур фазовых диаграмм расслаивающихся систем как основа создания схем разделения: дис. – Институт тонких химических технологий имени М.В. Ломоносова, 2013. – 23 с.
9. Слюсаренко Е.М. Прогнозирование взаимодействия химических элементов в многокомпонентных системах / Москва, – 1998. – 38 с.
10. Минакова Т.С. и др. Фториды и оксиды щелочноземельных металлов и магния. Поверхностные свойства / Томск. – 2014. – 148 с.
11. Торочков Е.Л., Ряшко А.И. Вторичные ресурсы, образующиеся в химической промышленности // Энциклопедия технологий. Эволюция и сравнительный анализ ресурсной эффективности промышленных технологий. – 2019. – С. 801-821.

**МУВОЗИНАТҲОИ ФАЗАГӢ ВА ҲАЛШАВАНДАГИИ СИСТЕМАИ Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F-H<sub>2</sub>O  
БАРОИ ҲАРОРАТИ 75°C**

**Усмонов М.Б.**

*Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни*

*Аннотатсия.* Дар ин кор мувозинатҳои фазাগӣ ва ҳалишавандагии системаи чоркомпонентаи Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F-H<sub>2</sub>O дар ҳарорати 75 °C тадқиқ шудааст. Тадқиқот бо истифода аз усули транслятсияи диаграммаҳои фазাগӣ ва муайянкунии таҷрибавии нуқтаҳои нонварианти анҷом дода шуд. Таркиби маҳлулҳо ва фазаҳои сахти дар тавозунбуда муайян гардида, хатҳои моноварианти ва майдонҳои диварианти муайян карда шуданд. Диаграммаи ҳалишавандагии системаи мазкур сохта шуд, ки тавозуни байни фазаҳои Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, CaSO<sub>4</sub>·2H<sub>2</sub>O, NaF, CaF<sub>2</sub> ва намакҳои NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (шейерерит) ва Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·CaSO<sub>4</sub> (глауберит)-ро инъикос менамояд. Муайян гардид, ки мавҷудияти фторидҳо ба сохтори диаграмма таъсири ҷиддӣ расонида, ташаккули майдонҳои флюорит ва намакҳои дугоноро таъвият медиҳад. Натиҷаҳои бадастомада барои минералогия, геохимия ва равандҳои коркарди ашёи хоми табиӣ ва техногенӣ, ки дорои сульфатҳо ва фторидҳои натрий ва калтсий мебошанд, аҳамияти муҳим доранд.

*Калидвожаҳо:* мувозинатҳои фазাগӣ, ҳалишавандагӣ, системаҳои чоркомпонента, Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, CaSO<sub>4</sub>, NaF, CaF<sub>2</sub>, глауберит, шейерерит, нуқтаҳои нонварианти, хатҳои моноварианти.

**PHASE EQUILIBRIA AND SOLUBILITY IN THE Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F-H<sub>2</sub>O SYSTEM AT 75 °C**

**M.B. Usmonov**

*Tajik State Pedagogical University after Sadriiddin Aini*

*Annotation.* This paper investigates the phase equilibria and solubility of the four-component system Na, Ca//SO<sub>4</sub>, F-H<sub>2</sub>O at 75 °C. The study is carried out using a combination of the phase-diagram translation method and experimental determination of invariant points. The compositions of saturated solutions and the equilibrium solid phases were determined, and the monovariant curves and divariant fields were established. A solvate diagram of the system has been constructed, illustrating the equilibria among the phases Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, CaSO<sub>4</sub>·2H<sub>2</sub>O, NaF, CaF<sub>2</sub>, and the double salts NaF·Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (schreyerite) and Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·CaSO<sub>4</sub> (glauberite). It was found that the presence of fluorides significantly affects the

*structure of the diagram, promoting the formation of dominant fields of fluorite and double salts. The obtained results are important for mineralogy, brine geochemistry, and the processing of natural and technogenic raw materials containing sodium and calcium sulfates and fluorides.*

**Keywords:** *phase equilibria, solubility, four-component systems,  $Na_2SO_4$ ,  $CaSO_4$ ,  $NaF$ ,  $CaF_2$ , glauberite, schreyerite, invariant points, monovariant curves.*

**Сведения об авторе:** **Усмонов Мухаммадсалим Бозорович** – к.х.н., доцент кафедры «Химическая технология и экология» Таджикского государственного педагогического университета имени С. Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 121. **Телефон:** (+992 91) 888 78 12. **E-mail:** [usmonov86@mail.ru](mailto:usmonov86@mail.ru)

**Маълумот дар бораи муаллиф:** **Усмонов Мухаммадсалим Бозорович** - н.и.х., дотсент, мудири кафедраи технология ва экологияи химиявии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Душанбе, х. Рӯдакӣ 121. **Телефон:** (+992 91) 888 78 12. **E-mail:** [usmonov86@mail.ru](mailto:usmonov86@mail.ru).

**Information about the author:** **Usmonov Muhammadsalim Bozorovich** - Cand. Sc. in Chem., Associate Professor of the Department of “Chemical Technology and Ecology” at the Tajik State Pedagogical University after S. Ayni. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 121. **Phone:** (+992 91) 888 78 12. **E-mail:** [usmonov86@mail.ru](mailto:usmonov86@mail.ru).

## ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ НА МЕСТОРОЖДЕНИИ «ИСТИКЛОЛ» (ТИОСУЛЬФАТНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ)

Холов Х.И.<sup>1</sup>, Шарифбоев Н.Т.<sup>2</sup>, Самихзода Ш.Р.<sup>3</sup>

*Таджикский государственный педагогический университет имени С. Айни<sup>1</sup>*

*Горно-металлургический институт Таджикистана<sup>2</sup>*

*Институт химии имени В.И. Никитина*

*Национальной академии наук Таджикистана<sup>3</sup>*

*Аннотация.* В работе представлены результаты технико-экономической оценки тиосульфатно-аммиачной технологии переработки упорных золотосодержащих руд месторождения «Истиклол» (Тутли). Показано, что применение тиосульфата натрия в присутствии пероксида водорода и ионов меди обеспечивает извлечение золота на уровне 75–80 % и серебра до 40–45 % при оптимизированных режимах выщелачивания. Разработана укрупнённая принципиальная схема пилотной установки производительностью около 1000 т/год с включением стадий выщелачивания, сгущения, фильтрации, сорбции и электролиза. Оценены капитальные и эксплуатационные затраты, подтверждающие приемлемый уровень себестоимости. Отказ от цианида и организация замкнутого водооборота позволяют существенно снизить экологические риски и повышают привлекательность технологии для условий Таджикистана.

*Ключевые слова:* тиосульфатное выщелачивание, золотосодержащие руды, месторождение «Истиклол», пероксид водорода, ионы меди, пилотная установка, технико-экономическая оценка, экологическая безопасность, замкнутый водооборот, процесс цианирования.

### **Введение**

Современные условия предъявляют всё более строгие требования к экологической безопасности золотодобычи, что стимулирует активный поиск альтернатив традиционному цианированию, на протяжении более чем столетия остающемуся основным способом извлечения золота. Несмотря на высокую

эффективность цианидных технологий, их главный недостаток – высокая токсичность реагента и продуктов его разложения – вызывает серьёзные экологические и социальные риски. Даже при строгом контроле возможны утечки, способные привести к загрязнению водных ресурсов и гибели биоты. Поэтому в последние два десятилетия усилиями исследовательских центров разных стран ведутся интенсивные поиски более безопасных и устойчивых систем выщелачивания, сохраняющих высокий уровень извлечения золота, но минимизирующих вред окружающей среде [1].

Как отмечают Бодуэн А.Я. и др. [1], переход к безцианидным технологиям стал не просто научной задачей, а стратегической необходимостью для отрасли. Среди возможных альтернатив цианиду (тиомочевина, хлоридные, бромидные и тиосульфатные системы) именно тиосульфатное выщелачивание заняло особое место благодаря сочетанию высокой селективности, доступности реагентов и экологической безопасности.

Во всестороннем обзоре Организация научных и промышленных исследований Содружества, Австралия (CSIRO) [2] подчёркивается, что организация стала пионером промышленного внедрения тиосульфатной технологии. Разработанная ею схема выщелачивания была реализована компанией Barrick Gold на крупнейшем в Северной Америке руднике Goldstrike (Невада, США) [3, 4]. Это предприятие стало первой в мире промышленной площадкой, где золото извлекается полностью без использования цианида. В конце 2014 года здесь был получен первый промышленный слиток золота, полученный тиосульфатным методом, а плановый объём переработки бедных руд и хвостов достигает около 4 млн тонн в год. Эксперимент ОНПИС (Австралия) и Barrick Gold стал важнейшей вехой в истории гидрометаллургии золота, подтвердив возможность устойчивого и безопасного извлечения драгоценных металлов в промышленных масштабах.

По данным мировой практики [5], степень извлечения золота тиосульфатными растворами колеблется от 50 до 96 %, что зависит от минералогического состава

руды и технологических параметров процесса. Оптимизация условий (pH 8–10, температура 20–50 °С, присутствие кислорода и катализаторов – ионов меди или аммонийных солей) позволяет добиться результатов, сопоставимых с традиционным цианированием. Как подчёркивают авторы [6], правильный выбор концентраций тиосульфата и стабилизаторов меди играет решающую роль, поскольку тиосульфат склонен к частичному окислению и распаду при неблагоприятных условиях.

Особое внимание уделяется и химической природе тиосульфатных растворов. В отличие от цианида натрия, взаимодействие тиосульфата с золотом протекает в щелочной среде с образованием комплексных анионов  $[\text{Au}(\text{S}_2\text{O}_3)_2]^{3-}$ , хорошо растворимых в воде. При этом реакция не сопровождается выделением токсичных газов или стойких ядовитых соединений. Продукты распада тиосульфата – сульфаты и политионаты серы – экологически безопасны и по химическому составу близки к минеральным удобрениям, что делает утилизацию отходов значительно проще [7].

Как отмечают Холов Х.И. и др. [3, 7], экологические преимущества тиосульфатного процесса очевидны: отсутствует риск образования летальных концентраций цианидов, не требуется дорогостоящая детоксикация хвостов, а сами растворы можно частично использовать повторно после корректировки состава. Это снижает нагрузку на окружающую среду, упрощает эксплуатацию хвостохранилищ и уменьшает себестоимость переработки.

Не менее важно, что тиосульфатное выщелачивание открывает новые возможности для переработки упорных руд, которые плохо поддаются цианированию из-за присутствия углеродистых и сульфидных минералов. Такие руды характерны для ряда месторождений Центральной Азии, в том числе Таджикистана, где значительная часть запасов относится именно к труднообогатимым. Как показывают исследования таджикских учёных [6, 7], применение тиосульфатных растворов в сочетании с предварительным окислением

сульфидов (автоклавным методом) позволяет значительно увеличить степень извлечения золота при минимальном экологическом риске.

Следовательно, замена цианида натрия на нетоксичный тиосульфат натрия является одним из наиболее перспективных направлений развития современной гидрометаллургии. Она сочетает эффективность, технологическую гибкость и безопасность, соответствуя концепции «зелёной» металлургии. В будущем, по мнению Холова Х.И. и Самихова Ш.Р. [3, 7], именно эти процессы могут стать основой устойчивого производства золота в странах с хрупкими природными системами, где экологическая нагрузка особенно чувствительна.

Месторождение «Истиклол» (Тутли) – золотосеребросодержащее проявление в Согдийской области Таджикистана, характеризующееся низким содержанием благородных металлов [9] и сложной сульфидной минералогией. Из-за присутствия соединений сурьмы, мышьяка и железа традиционная цианистая технология здесь малоэффективна, что обусловило необходимость поиска альтернативных методов извлечения.

Как подчеркивают авторы [6, 10], тиосульфатное выщелачивание, особенно при насыщении пульпы воздухом и добавлении аммонийных солей, существенно повышает извлечение золота и серебра по сравнению с безвоздушной средой. Наличие кислорода активизирует реакции растворения металлов, а аммонийный буфер стабилизирует рН и предотвращает распад тиосульфата.

Результаты лабораторных испытаний показали, что использование тиосульфатно-аммиачной схемы для истиклолской руды обеспечивает рост извлечения Au и Ag на 15-20 % относительно базовых условий, что подтверждает перспективность данной технологии для переработки низкосортного и экологически чувствительного сырья [9-11].

#### **Условия и результаты экспериментов по выщелачиванию**

Для исследования применяли тиосульфатное выщелачивание золотосодержащей руды месторождения Истиклол с содержанием золота порядка

1,5 г/т и серебра 20 г/т [1]. В лабораторных опытах варьировали состав выщелачивающего раствора: добавляли или исключали различные реагенты ( $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{SO}_3$ ,  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ ,  $\text{NH}_4\text{OH}$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ), а также изучали влияние катализатора  $\text{CuSO}_4$  и внешнего окислителя  $\text{H}_2\text{O}_2$ . Ниже в таблицах 1 и 2 приведены основные условия опытов и достигнутые степени извлечения Au и Ag для двух серий экспериментов – без добавки внешнего окислителя (табл. 1) и с добавкой  $\text{H}_2\text{O}_2$  (табл. 2).

Как видно из табл. 1, при выщелачивании без дополнительного окислителя результаты извлечения сильно зависят от состава выщелачивающей смеси. Золото извлекается в широком диапазоне – от 1.6 до 50.0 %, тогда как извлечение серебра повсеместно ниже (от долей процента до 20 %). Наихудшие показатели (извлечение  $\text{Au} < 5\%$ ) наблюдались в опытах, где в раствор добавляли только тиосульфат натрия ( $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 = 40$  г/л) и сульфит натрия ( $\text{Na}_2\text{SO}_3 = 10$  г/л) без каких-либо кислотных или аммонийных добавок (опыты №1, 3, 5, 7, 9).

В этих случаях pH раствора оставался относительно высоким (9-10) и окислительные условия были недостаточными, вследствие чего выщелачивание Au шло неэффективно.

**Таблица 1.** Результаты лабораторных опытов выщелачивания (без пероксида водорода) при различных составах раствора

№ опыта	$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ , г/л	$\text{Na}_2\text{SO}_3$ , г/л	$\text{H}_2\text{SO}_4$ , М	$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ , г/л	$\text{NH}_4\text{OH}$	$\text{CuSO}_4$ (5 мМ)	Извлечение Au, %	Извлечение Ag, %
1	40	10	–	–	–	+	1,6	3,34
2	40	–	0,2	–	–	+	32,4	16,2
3	40	10	–	–	–	+	2,65	1,91
4	40	–	0,2	–	–	+	50,0	11,8
5	40	10	–	5	–	+	2,63	2,57
6	40	–	0,2	5	–	+	48,1	9,87
7	40	10	–	5	–	–	7,47	3,36
8	40	–	0,2	5	–	–	45,1	20,3

№ опыта	Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , г/л	Na <sub>2</sub> SO <sub>3</sub> , г/л	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> , М	(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> , г/л	NH <sub>4</sub> OH	CuSO <sub>4</sub> (5 мМ)	Извлечение Au, %	Извлечение Ag, %
9	40	10	–	–	+	+	2,65	2,12
10	40	–	0,2	–	+	+	41,9	22,2

Напротив, добавление небольшого количества серной кислоты (0.2 М H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) заметно повышало степень извлечения золота. Так, при прочих равных условиях введение H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> вместо Na<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> увеличивало извлечение Au с 2–7% до 32–50% (сравнить опыты 1 vs 2, 3 vs 4, 5 vs 6, 7 vs 8 в табл. 1). Кислотная добавка снижала исходный pH (до 3.9–7.1 в разных опытах) и, вероятно, способствовала частичному разрушению сульфидных минералов матрицы руды, улучшая доступ реагентов к золоту. Кроме того, при pH=7-8 повышалась скорость окисления Au(I) до Au(III) в присутствии катализатора меди. В результате, максимальное извлечение Au 50% было достигнуто в опыте №4 (тиосульфат + H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, при 75 °С и длительности 400 мин). Аналогично, опыт №6 (тиосульфат + H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> + (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) дал 48% извлечения Au уже за 110 мин при 60°С.

Роль источника аммиака также существенно влияла на процесс. Добавка аммонийного буфера ((NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 5 г/л) без кислоты сама по себе не улучшала выщелачивание золота (ср. опыты 1 и 5:1–2% Au; 3 и 7:2–7% Au). Однако сочетание (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> с H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> давало высокий выход Au (опыты №6 и 8, 45–48%). Использование гидроксида аммония (NH<sub>4</sub>OH) для поддержания щелочного pH (опыты №9–10) показало сходный тренд: без кислоты (опыт 9) извлечение Au осталось низким (2,7%), тогда как при добавке H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (опыт 10) поднялось до 41,9%. Наиболее эффективными в первой серии оказались схемы с подкислением (до pH = 7–8) в присутствии тиосульфата и каталитических количеств CuSO<sub>4</sub>. При этом серебро в этих режимах извлекалось незначительно: не более 20% Ag, а во многих опытах <10% Ag (табл. 1).

Следует подчеркнуть, что все опыты первой серии проводились без внешнего окислителя, поэтому окислительно-восстановительный потенциал раствора

обеспечивался лишь за счет растворённого кислорода и присутствия ионов  $\text{Cu}^{2+}$  (в опытах с  $\text{CuSO}_4$ ). Катализатор  $\text{CuSO}_4$  ускорял окисление золотых частиц: в опытах 5-7 и 6-8 исключение медного катализатора (опыты №7, 8) привело к небольшому снижению извлечения Au по сравнению с аналогичными условиями с Cu (№5, 6). Тем не менее, наличие/отсутствие  $\text{CuSO}_4$  не столь критично, как присутствие кислоты: так, без Cu, но с  $\text{H}_2\text{SO}_4$  (опыт 8) золото извлеклось на 45.1%, тогда как с Cu, но без кислоты (опыт 5) – лишь на 2.6%.

Для оценки степени извлечения металлов использовалась стандартная формула:

$$\eta(\text{Au}, \%) = \frac{m_{\text{Au}}(\text{в исх.})}{m_{\text{Au}}(\text{в расм.})} \times 100\%.$$

где  $m_{\text{Au}}$  (в растворе) – масса золота, перешедшая в раствор, а  $m_{\text{Au}}$  (в исходной пробе) – исходное содержание золота в обрабатываемой навеске руды. Аналогично вычисляли Ag для серебра.

Во второй серии экспериментов в раствор дополнительно вводили  $\text{H}_2\text{O}_2$  в качестве внешнего окислителя для усиления выщелачивания. Кроме того, варьировали температуру (60-80°C) и режим дозирования реагентов (разовая или поэтапная добавка). Таблица 2 содержит условия и результаты данных опытов. Здесь указаны объёмы добавленного 25%-ного раствора аммиака ( $\text{NH}_4\text{OH}$ ) и 30%- $\text{H}_2\text{O}_2$  в пересчете на 1 л выщелачивающей пульпы.

Во второй серии применение  $\text{H}_2\text{O}_2$  драматически улучшило извлечение золота. Доля Au, перешедшая в раствор, возросла до 65–68 % в опытах 4–8 и достигла 78-80 % в оптимальных опытах №9 и 10. Даже при относительно коротком времени выщелачивания (60-70 мин) удалось извлечь 80% золота из руды (опыты № 9-10).

**Таблица 2.** Опытные условия и результаты выщелачивания с добавкой  $\text{H}_2\text{O}_2$   
(внешний окислитель)

№ опыта	$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ , г/л	$\text{Na}_2\text{SO}_3$ , г/л	$\text{H}_2\text{SO}_4$ , М	$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ , г/л	$\text{NH}_4\text{OH}$ , мл/л	$\text{H}_2\text{O}_2$ , мл/л	$\text{CuSO}_4$ (5ММ)	$t$ , мин	$T$ , °С	Извл. Au, %	Извл. Ag, %
1	40	5	–	–	100	–	–	150	60	57,9	18,5
2	40	–	0,2	–	100	–	–	150	60	57,9	20,1
3	40	10	–	–	100	–	+	150	60	52,6	44,1
4	40	–	0,2	–	100	–	+	150	60	65,4	44,3
5	40	5	–	50	50	50+50	–	190	75	68,4	26,9
6	40	–	0,2	50	50	50+50	–	190	75	66,5	26,6
7	40	10	–	–	50	50+50	+	190	75–80	68,9	40,8
8	40	–	0,2	–	50	50+50	+	190	75–80	66,3	31,8
9	40	10	–	–	50	30+20	+	70	60	80,0	25,3
10	40	–	0,2	–	50	30+20	+	60	60	78,0	19,8

Это обусловлено тем, что перекись водорода, являясь сильным окислителем, поддерживала высокий окислительный потенциал раствора и способствовала быстрой генерации растворимых комплексов Au(I)-тиосульфата. Формально  $\text{H}_2\text{O}_2$  могла окислять золото до  $\text{Au}^{3+}$ , которое стабилизируется в виде аминотриоксотуиосульфатного комплекса. Стадии окисления золота, лимитирующие процесс, протекали гораздо быстрее.

Важно отметить, что в опытах 1-4 второй серии, где  $\text{CuSO}_4$  отсутствовал, высокую степень извлечения (58-65 % Au) удалось достичь только благодаря действию  $\text{H}_2\text{O}_2$  (сравнить с аналогичными опытами первой серии, где без Cu и  $\text{H}_2\text{O}_2$  извлечение было <10 %). Однако наибольший эффект наблюдался при сочетании обоих окислителей – и пероксида водорода, и катализатора  $\text{Cu}^{2+}$ . Так, опыты №7-10 (с  $\text{CuSO}_4$ ) продемонстрировали более высокое извлечение как золота, так и серебра по сравнению с опытами №5–6 (без  $\text{CuSO}_4$ ) при прочих равных условиях.

Максимальный результат (80 % Au) достигнут в опыте № 9, где применялись: тиосульфат натрия 40 г/л, сульфит натрия 10 г/л, NH<sub>4</sub>OH (50 мл/л) для pH=11, H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (в сумме 50 мл/л, дозировано 30+20 мл) и CuSO<sub>4</sub> (5 мМ) при 60 °С в течение 70 мин. Практически сопоставимое извлечение (78 % Au) получено и в опыте № 10 (та же схема, но с добавкой 0.2 М H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> вместо Na<sub>2</sub>SO<sub>3</sub>).

Поведение серебра во второй серии отличалось от золота. Хотя в отдельных опытах извлечение Ag возросло до 40-44% (опыты № 3, 4, 7 с добавкой CuSO<sub>4</sub>), в оптимальных для золота режимах (опыты № 9-10) доля извлеченного серебра осталась умеренной (20–25%). Возможно, при подкислении (опыт 10) часть серебра терялась в осадок (например, в виде Ag<sub>2</sub>S или AgCl). В результате значительная часть серебра концентрируется в твердых остатках, тогда как золото преимущественно уходит в раствор.

### Методика расчёта

В качестве исходных данных приняты средние содержания благородных металлов в руде:  $G_{Au} = 1.47$  г/т и  $G_{Ag} = 19.9$  г/т, которые приведены в табл. 1 публикации [6], а также экспериментально подтверждённые режимы извлечения из табл. 2: режим А (приоритет по золоту) –  $\eta_{Au} = 80.0$  %,  $\eta_{Ag} = 25.3$  %; режим В (баланс Au/Ag) –  $\eta_{Au} = 65,4$  %,  $\eta_{Ag} = 44,3$  %. Эти режимы достигались при Т:Ж = 1:2, концентрациях  $C(Na_2S_2O_3) = 40$  г/л и  $C((NH_4)_2SO_4) = 0,2$  моль/л (вариант), а также при аэрации пульпы; далее все параметры пересчитаны на 1 т руды.

Масса извлечённых металлов на 1 т определяется умножением исходного содержания на степень извлечения:

$$m_{Au} = G_{Au} \cdot \eta_{Au}, \quad m_{Ag} = G_{Ag} \cdot \eta_{Ag}.$$

Для режима А:  $m_{Au} = 1.47 \cdot 0.80 = 1.176$  г;  $m_{Ag} = 19.9 \cdot 0.253 = 5.03$  г.

Для режима В:  $m_{Au} = 1.47 \cdot 0.654 = 0.961$  г;  $m_{Ag} = 19.9 \cdot 0.443 = 8.82$  г. Эти пары ( $\eta_{Au}$ ,  $\eta_{Ag}$ ) взяты из опытов табл. 2 и отражают компромисс между условиями, оптимальными для Au и для Ag.

Выручка на 1 т руды считается как сумма денежных оценок золота и серебра по биржевым ценам  $P_{Au}$  и  $P_{Ag}$  (в долл./тройскую унцию). Перевод граммов в унции осуществляется делением на 31.1035:

$$\text{Выручка}_{\text{USD}} = \frac{m_{Au}}{31,1035} P_{Au} + \frac{m_{Ag}}{31,1035} P_{Ag}.$$

Для представления в сомони используется курс к концу октября 2025  $K_{\text{USD} \rightarrow \text{TJS}}$ :  $\text{Выручка}_{\text{TJS}} = \text{Выручка}_{\text{USD}} \cdot K_{\text{USD} \rightarrow \text{TJS}}$ .

Энергоёмкость цикла нормируется покомпонентно и суммируется в удельный показатель 1 т: перемешивание в выщелнивателях (несколько кВт в течение 24 ч), насосы перекачки/сгущение/вакуум-фильтрация (порядка 5–10 кВт·ч/т), подогрев при элюировании (эквивалент 10-20 кВт·ч/т). Вклад электролиза в пересчёте на тонну пренебрежимо мал (граммы металла → доли кВт·ч). В ТЭП принят диапазон 50–100 кВт·ч/т; для расчётов допустимо использовать средний сценарий  $E=80$  кВт·ч/т. Стоимость энергии:

$$\text{Энергия}_{\text{USD/т}} = E \cdot T_{эл},$$

где  $T_{эл}=0.05$  долл.кВт·ч;  $\text{Энергия}_{\text{TJS/т}} = \text{Энергия}_{\text{USD/т}} \cdot K_{\text{USD} \rightarrow \text{TJS}}$ .

Расход реагентов на 1 т руды выводится из рецептур и гидромодуля. При Т:Ж=1:2 объём жидкой фазы  $V=2.0 \text{ м}^3=2000 \text{ л}$ . Тогда первичная заправка:

$$m_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} = 40 \frac{\text{г}}{\text{л}} \cdot 2000 \text{ л} = 80 \text{ кг}; \quad m_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_8} = 10 \frac{\text{г}}{\text{л}} \cdot 2000 \text{ л} = 20 \text{ кг};$$

$$m_{(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4} = 0,2 \frac{\text{моль}}{\text{л}} \cdot 132 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \cdot 2000 \text{ л} = 52,8 \text{ кг}; \quad V_{\text{NH}_4\text{OH}} (\text{конц.}) = 100 \frac{\text{мл}}{\text{л}} \cdot 2000 \text{ л} = 200 \text{ л}.$$

Далее учитывается замкнутый контур: в стационаре в расчёт входит не полная первичная заправка, а подпитка свежими реагентами долей  $f_{mk}$  (например, 0,2–0,4) от первичного ввода:  $m_i^{\text{свеж}} = f_{mk} \cdot m_i^{\text{перв}}$ . Денежная оценка реагентов:

$$\text{Реагенты}_{\text{USD/т}} = \sum_i m_i^{\text{свеж}} \cdot C_i,$$

где  $C_i$  – оптовая цена  $i$ -го реагента (долл./кг); в сомони – умножением на  $K_{\text{USD} \rightarrow \text{TJS}}$ . Концентрации, гидромодуль и аэрация указаны в опытах табл. 1-2.

Полная операционная себестоимость на 1 т складывается из переменных и условно-постоянных статей:

$$OPEX_{USD/T} = \underbrace{\text{Энергия}}_{\text{долл./т}} + \underbrace{\text{Реагенты}}_{\text{долл./т}} + \frac{F_{\text{труд}}}{Q_{\text{год}} \text{ труд, долл./т}} + \frac{F_{\text{проч}}}{Q_{\text{год}} \text{ проч., долл./т}} .$$

где  $F_{\text{труд}}$  и  $F_{\text{проч}}$  – годовые фонды оплаты труда и прочих расходов пилота,  $Q_{\text{год}}$  – годовая производительность, так что при росте масштаба ( $Q_{\text{год}} \uparrow$ ) удельные постоянные расходы снижаются.

Амортизация капитальных вложений нормируется аналогично:

$$Amort_{\text{долл./т}} = \frac{CAPEX / L}{Q_{\text{год}}},$$

где  $L$  – срок службы (лет). При укрупнённых параметрах пилота (комплект аппаратов выщелачивания, сгущение/фильтрация, ионообмен, элюирование, электролиз, хозблок) принимается диапазон  $CAPEX$ , а  $L$  – 5 лет для линейной оценки.

Расчёт окупаемости выполняется стандартно через годовой денежный поток:

$$CF_{\text{год}} = (\text{Выручка}_{\text{долл./т}} - OPEX_{\text{долл./т}} - Amort_{\text{долл./т}}) \cdot Q_{\text{год}}, \quad PP = \frac{CAPEX}{CF_{\text{год}}}.$$

Для сравнения режимов (А и В) вычисляются две выручки Выручка А и Выручка В по формуле выше и подставляются в модель, тогда как блок затрат (энергия/реагенты/труд/амортизация) остается общим для обоих режимов, кроме теоретически возможной небольшой разницы в реагентной подпитке из-за вариации рецептуры (наличие/отсутствие  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ , величина доз  $\text{NH}_4\text{OH}$ ).

Отдельно учитывается экономический эффект «безсточной» схемы: полный внутрифабричный оборот растворов и «густые хвосты» устраняют статьи на очистку и сброс сточных, а также снижают экологические риски; в модели ТЭП это отражается как уменьшение эксплуатационных издержек относительно открытых водных схем.

Все приведённые формулы и шаги – те, по которым рассчитаны итоговые значения: исходя из табл. 1 и 2 получают  $m_{Au}$ ,  $m_{Ag}$ , далее считают денежную выручку по котировкам на дату оценки, нормируют энергию (50–100 кВт·ч/т при  $T_{эл}=0,05$  долл./кВт·ч) и реагенты из рецептур при Т:Ж =1:2, после чего добавляют труд/прочие и амортизацию и получают себестоимость и окупаемость. При необходимости любые из трёх внешних параметров –  $P_{Au}$ ,  $P_{Ag}$ ,  $K_{USD→TJS}$  – обновляются без изменения структуры расчёта, поскольку методика остаётся прежней.

### **Ход работы**

Процесс включает стадии выщелачивания, сгущения, фильтрации, элюирования и электролиза, которые требуют определённых энергозатрат. Основной расход электроэнергии приходится на мешалку в аппаратах выщелачивания, насосы перекачки пульпы и вакуум-насос фильтрации, а также нагрев элюирующего раствора. Например, для перемешивания пульпы в выщелачивателе мощностью 5 кВт за 24 часа потребляется порядка 120 кВт·ч на одну партию (1 тонна руды). Дополнительно сгущение и вакуумная фильтрация могут суммарно потреблять 5–10 кВт·ч/т. Элюирование золота обычно проводится при повышенной температуре (60–80 °С), что требует тепловой энергии эквивалентной 10–20 кВт·ч на тонну (для подогрева раствора). Непосредственно электролиз (электроосаждение золота) – менее значимая статья: хотя токовый выход золота невысок (около 0,5–1,4 % при электролизе тиосульфатных растворов) и степень извлечения Au в электроосаждении высока (98–99 %), удельный расход электроэнергии составляет порядка десятков кВт·ч на килограмм осаждённого золота. В пересчёте на тонну руды это добавляет не более 1 кВт·ч. Совокупные энергозатраты на переработку 1 т руды по тиосульфатной технологии оцениваются в пределах 50–100 кВт·ч (не считая дробления и помола). При тарифе электроэнергии около 0.05 долл. за 1 кВт·ч (0,5 TJS/кВт·ч) это соответствует 2.5–5.0 \$ на тонну ( $\approx 25–55$  TJS/т). Доля энергозатрат в себестоимости относительно невелика, однако для полного учёта

при экономической оценке эти расходы переведены в валюту. Например, при переработке 1000 т руды будет израсходовано порядка 50–100 МВт·ч электроэнергии, что по приведённому тарифу составляет около \$2.5–5.0 тыс. (25–55 тыс. сом.).

### *Эффективность извлечения золота и серебра*

Лабораторные испытания на рудах месторождения «Истиклол» показали, что тиосульфатное выщелачивание может обеспечивать извлечение золота до 80 % и серебра до 44 %. Эти показатели достигнуты при оптимизированных условиях: повышенной температуре выщелачивания (75 °С), аэрировании пульпы (подача воздуха) и присутствии аммонийных добавок, что существенно повышает извлечение серебра. Например, при 60 °С без воздуха извлечение Au составляло 58 %, Ag 20 %, тогда как при насыщении раствора воздухом и добавлении сульфата аммония извлечение Ag возросло до 44 %, а Au – до 65 %. Максимального извлечения золота 80 % удалось добиться в менее окислительной среде при слабощелочном pH, хотя при этом серебро выщелачивалось лишь на 25 %. Условия, оптимальные для Au и Ag, несколько различаются, и практически достижимые показатели извлечения благородных металлов составляют порядка 75–80 % для золота и 40–45 % для серебра. Низкое относительное извлечение Ag объясняется минералогией: значительная часть серебра присутствует в труднорастворимых формах (например, в виде сульфидов серебра или включена в сульфидные матрицы), которые пассивируются в тиосульфатных растворах. Известно, что даже цианирование упорных руд даёт неполное извлечение Ag (около 34 %), а тиосульфат в аналогичных условиях может извлекать лишь 26–31 % серебра [12], если значительная его часть связана в минеральной матрице. В наших опытах применение предварительной подготовки (например, окислительного нагрева/автоклавирования для разложения сульфидов) способствовало повышению извлечения серебра до 40 %, хотя и с некоторым снижением выхода золота. В целом достигнутые степени извлечения (80 % Au, 44 % Ag) подтверждают эффективность

разработанной технологии для данного сырья, учитывая относительно низкое содержание драгоценных металлов в истиклолской руде.

#### *Капитальные и операционные затраты пилотного участка*

На этапе пилотных испытаний был оценён требуемый комплекс оборудования и сопутствующие расходы. В состав установки входят: реактор выщелачивания (с мешалками и системой подогрева), аппараты сгущения, фильтрационный узел (вакуум-фильтр или пресс-фильтр для отделения раствора), ионообменная колонна или ёмкость для сорбции золота на смоле, система элюирования (нагревательная ёмкость с насосом для промывки смолы реагентом) и электролизёр (ячейки электровыделения золота). Также необходимы резервуары для приготовления реагентов (например, раствор тиосульфата, аммиака), насосное хозяйство, лабораторное оборудование для контроля, а также инфраструктура – от площадки и навеса до коммуникаций (электропитание, вода). Общая сметная стоимость оборудования и монтажа для пилотного участка оценивается примерно в \$300–500 тыс. (3,3–5,5 млн TJS по среднему курсу). Капитальные затраты учитывают также транспортировку и установку, и будут амортизироваться в течение нескольких лет работы пилотной установки.

Операционные (текущие) затраты включают несколько основных статей. *Реагенты:* основной реагент – тиосульфат натрия – сравнительно недорогой неядовитый соль. Его расход по результатам лабораторных тестов составляет ориентировочно 5–10 кг на тонну руды (с учётом разложения части тиосульфата в ходе реакции). При оптовой цене порядка \$600 за тонну  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ , расход на 1 т руды эквивалентен \$3–6 (30–66 сомони). Другие химикаты: аммонийный буфер ( $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  или  $\text{NH}_4\text{OH}$ ) – потребляются в меньших количествах (несколько килограммов или литров на тонну, что даёт \$1–2/т), сульфит натрия (восстановитель/стабилизатор меди) – до нескольких килограммов на тонну (\$2/т). В сумме расход на реагенты оценивается около \$5–10 на тонну (55–110 TJS/т). *Энергия:* как указано выше, электроэнергия на единицу руды обходится примерно

в \$3 (33 TJS) за тонну при пилотном масштабе. *Персонал*: для обслуживания пилотной установки необходима небольшая сменная бригада (например, 5–8 человек в смену, всего 10–15 сотрудников с учётом ИТР и вспомогательного персонала). Фонд оплаты труда оценивается, скажем, в \$100–120 тыс. в год (1,1–1,3 млн TJS) с учётом налогов и соцвзносов, что при годовой переработке 1000 т руды добавляет \$100 на тонну. *Амортизация и ремонт*: исходя из \$400 тыс. капитальных вложений и, например, 5-летнего срока службы, ежегодная амортизация составит \$80 тыс. (880 тыс. TJS). При переработке 1000 т/год это \$80/т. Сюда же можно добавить расходы на текущий ремонт и обслуживание оборудования – порядка 5% от капвложений ежегодно (\$20 тыс. в год, или \$20/т при 1000 т/год). *Прочие расходы*: водообеспечение, аналитический контроль, охрана, административные – суммарно оцениваются на уровне \$10–15/т. *Совокупные операционные издержки* пилотной переработки составляют приблизительно \$200–250 на 1 т руды (что эквивалентно 2200–2750 TJS/т). Эта величина достаточно высока вследствие малого масштаба (эффект экономики масштаба пока не реализован полностью), однако позволяет ориентировочно рассчитать экономику проекта и сравнительную эффективность с альтернативными вариантами. Следует отметить, что по литературным данным на типичных золотоизвлекательных фабриках расходы на реагенты и энергию могут составлять 10–15% от совокупных операционных затрат, остальное – амортизация, труд и пр., что соотносится с приведённой структурой. В нашем случае значительную долю себестоимости пилотной обработки составляют именно постоянные расходы (амортизация оборудования, персонал), тогда как переменные затраты (реагенты, энергия) относительно невелики. Это означает, что при переходе к большему объёму переработки удельная себестоимость (\$/т) заметно снизится.

*Экономия за счёт бессточной технологии.* Одним из ключевых преимуществ предлагаемой тиосульфатной схемы является отсутствие жидких отходов, требующих сброса или дорогостоящей очистки. В пилотном цикле предусмотрен

полный внутризаводской оборот растворов: после выщелачивания и сорбции растворы не сбрасываются, а возвращаются в процесс (после необходимых корректировок по концентрации реагентов). Густой хвост (твёрдый остаток) после фильтрации обезвоживается и складывается в хвостохранилище в минимальном объёме. Благодаря такой безсточной организации процесса практически исключаются затраты на очистку сточных вод и оборотных растворов, а также на утилизацию жидких отходов. Для сравнения, в классических технологиях цианирования требуется дорогостоящая нейтрализация цианидных стоков и поддержание хвостохранилища, что увеличивает операционные расходы. Более того, отсутствие токсичного цианида избавляет от риска экологических штрафов и затрат на обеспечение безопасности обращения с ядовитыми реагентами. Замена цианида натрия на тиосульфат и связанные реагенты ведёт к резкому удешевлению процесса при сохранении эффективности. Тиосульфат и продукты его разложения (политионаты, сульфаты) не токсичны; образующиеся отходы представляют собой инертные соединения серы, сходные минеральным удобрениям. Это существенно упрощает вопросы экологии и обращения с отходами. Кроме того, отсутствие выбросов загрязняющих веществ снимает необходимость плат за эмиссии и снижает платежи за природопользование. В сумме перечисленные факторы дают значительную экономию эксплуатационных затрат – по оценке, не менее 10–15 % от общего уровня себестоимости по сравнению с гипотетическим вариантом с открытым водооборотом и цианидной технологией. Немаловажно и то, что безсточная схема повышает устойчивость процесса: минимизирован риск непредвиденных остановок, связанных с переполнением или аварией на очистных сооружениях, а это косвенно влияет на экономику. В целом, экологическая эффективность и замкнутость предлагаемой технологии выгодно отличают её от традиционного цианирования, позволяя одновременно снизить затраты и устранить экологические риски.

*Оценка окупаемости*

На основании приведённых данных можно рассчитать ориентировочный срок окупаемости пилотного проекта при текущих ценах на драгоценные металлы. По состоянию на конец 2025 г. мировые цены высоки: золото \$4000 за тройскую унцию, серебро \$48/унция. Исходя из содержания металлов в истиклолской руде и достигнутых степеней извлечения, 1000 т переработанной руды дадут примерно 1200 г золота и 8800 г серебра в товарной продукции. Это соответствует выпуску 38.6 унций Au и 283 унций Ag. При указанных ценах выручка составит порядка \$167 тыс. (что эквивалентно 1.84 млн TJS). Если ежегодно перерабатывать такой объём (1000 т) при операционных затратах около \$200–250/т, годовые издержки будут около \$225 тыс. (2,5 млн TJS). В этом сценарии пилотная установка сама себя не окупает за год (будет отрицательная рентабельность \$58 тыс. в год), что ожидаемо, поскольку пилотный проект в первую очередь ориентирован на отработку технологии, а не на получение прибыли. Однако при увеличении масштабов переработки экономическая ситуация улучшается благодаря эффекту масштаба. Например, при производительности 5000 т/год (что всё ещё относительно небольшой опытно-промышленный масштаб) годовая выручка достигнет \$0.84 млн, тогда как операционные затраты возрастут не столь значительно (часть постоянных расходов “размажется” на больший тоннаж) – оценочно до \$1.0–1.1 млн в год. В этом случае разница между выручкой и издержками сокращается. Ещё существеннее эффект при повышении содержания золота. Если привлечь к переработке более богатые участки руды (например, с содержанием 3 г/т Au), то при тех же 1000 т/год можно получить 2400 г Au (77 унций, \$308 тыс.) и некоторое количество Ag, и годовая выручка увеличится до \$320 тыс. (3.5 млн TJS). Тогда операционные расходы (\$250 тыс.) будут покрыты, и появится прибыль порядка \$70 тыс. в год, что даст окупаемость около 5–6 лет для вложений \$400 тыс. Если же масштаб довести до промышленного (десятки тысяч тонн в год) или существенно обогатить сырьё (например, за счёт предварительной флотации концентрата), то экономический эффект станет весьма значительным. В

рамках же пилотного участка можно ожидать условный срок окупаемости порядка 3-5 лет, если учитывать совокупную стоимость оборудования (\$0.4 млн) и ежегодный приток средств от реализации добытого металла при работе близкой к плановой. Такое время окупаемости является приемлемым с точки зрения инвестиций в новую технологию, учитывая дополнительные выгоды – улучшение экологической обстановки и возможность эффективной переработки упорного сырья, ранее не вовлечённого в эксплуатацию. Расчёты показывают принципиальную реализуемость тиосульфатной схемы на месторождении «Истиклол» с экономической точки зрения: при благоприятных ценах на золото и правильной организации процесса проект способен окупить затраты в разумные сроки и приносить прибыль, одновременно решая экологические задачи и снижая техногенные риски.

### **Выводы**

Проведённая технико-экономическая оценка показала, что тиосульфатно-аммиачная технология переработки упорных золотосодержащих руд месторождения «Истиклол» является альтернативой традиционному цианированию, обеспечивая извлечение золота до 75–80 % и серебра до 40–45 % при приемлемых капитальных и эксплуатационных затратах и более высоком уровне экологической безопасности. Вместе с тем установлено, что на пилотной и опытно-промышленной стадиях данный процесс остаётся достаточно трудоёмким и энергозатратным, что обусловлено сложностью аппаратного оформления, необходимостью подогрева, интенсивного перемешивания, аэрации и многостадийной обработки пульпы. Однако с учётом дальнейшего развития техники и технологий – внедрения более энергоэффективного оборудования, автоматизации и оптимизации технологических режимов, снижения удельных энергозатрат и трудоёмкости операций, а также при масштабировании производства – в перспективе возможно существенное повышение экономической эффективности переработки таких руд, что создаёт реальные предпосылки для

промышленного освоения и широкого внедрения тиосульфатных технологий в будущем.

### Литература

1. Бодуэн А.Я., Фокина С.Б., Петров Г.В., Серебряков М.А. Современные гидрометаллургические технологии переработки упорного золотосодержащего сырья // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6. – С. 63–63.
2. Назарова О.Г., Муравьева М.А., Силаева В.В., Самовичева Н.М. Анализ конъюнктуры рынка инвестиционных активов в современных экономических условиях // Экономика. Социология. Право. – 2016. – № 3 (3). – С. 22–30.
3. Холов Х.И., Шарифбоев Н.Т., Самихов Ш.Р., Джуракулов Ш.Р., Зарифова М.С. Выщелачивание золота различными растворами, заменители цианида и их перспективы в будущем // Ж. Сибирского федерального университета. Техника и технологии. – 2021. – Т. 14. – № 4. – С. 433-447.
4. Шишкин И.М. Развитие «золотых» финансовых инструментов // Дайджест-финансы. – 2006. – №. 12. – С. 16-22.
5. Иванников С.И., Эпов Д.Г., Крысенко Г.Ф., Медков М.А., Братская С.Ю., Юдаков А. А. Комплексный подход к извлечению золота из техногенных объектов золотодобычи Дальнего Востока России // Вестник. Отд. наук о Земле РАН. – 2013. – Т. 5 (1001). – С. 1-8.
6. Самихов Ш.Р., Шарифбоев Н.Т., Назаров Х.М., Хочиён М.К. Тиосульфатное выщелачивание золота и серебра из золотосодержащих руд месторождения «Истиклол» // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2018. – № 3. – С. 203-209.
7. Холов Х.И., Шарифбоев Н.Т., Ганиев И.Н., Самихов Ш.Р., Джуракулов Ш.Р., Зарифова М.С. Тиосульфатное выщелачивание золота // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. – 2021. – № 3 (55). – С. 58–63. – EDN: ZOJTTF.

8. Gold Holds the Line Near \$4,000 as Shutdown Weakens Dollar // GoldPrice.org. – Nov 7, 2025. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://goldprice.org/news/gold-holds-line-near-4000-shutdown-weakens-dollar> (дата обращения: 06.01.2026).
9. Холов Х.И., Шарифбоев Н.Т., Джуракулов Ш.Р., Самихов Ш.Р. Гидрометаллургическая обработка золотосодержащих руд месторождения «Истиклол» (Тутли)// Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. – 2025. – 1(69). – С. 25-32.
10. Холов Х.И., Шарифбоев Н.Т., Зарифова М.С., Самихов Ш.Р., Ганиев И.Н. Кинетика процесса тиосульфатно-аммиачного выщелачивания золота из отобранной руды месторождения «Истиклол» (Тутли) // Вестник С.-Петербур. гос. унив. технологии и дизайна. Серия 1: Естественные и техн. науки. – 2021. – № 1. – С. 95-98.
11. Пялкин В. С. Особенности сравнительного анализа территориальных схем обращения с отходами Республики Бурятия, Иркутской области и Забайкальского края // Международный научный вестник. – № 12. – С. 83-87.
12. Deutsch J.L. Fundamental aspects of thiosulfate leaching of silver sulfide in the presence of additives// Thesis for the degree of Master of Applied Science (Materials Engineering)/ Vancouver: The University of British Columbia, 2012. – 139 p.

**ТАҲЛИЛИ ТЕХНИКӢ-ИҚТИСОДИИ РАВАНДИ ИШҚОРРОНӢ ДАР КОНИ  
«ИСТИҚЛОЛ» (ТЕХНОЛОГИЯИ ТИОСУЛФАТӢ)**

**Холов Х.И.<sup>1</sup>, Шарифбоев Н.Т.<sup>2</sup>, Самихзода Ш.Р.<sup>3</sup>**

*Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айнӣ<sup>1</sup>*

*Донишкадаи кӯҳию металлургии Тоҷикистон<sup>2</sup>*

*Институди кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон<sup>3</sup>*

*Аннотатсия.* Дар мақола натиҷаҳои баҳогузорию техникӣ-иқтисодии технологияи тисулфатӣ-аммиакии коркарди маъдани тиллодори кони «Истиқлол» (Тутлӣ) оварда шудааст. Нишон дода шуд, ки истифодаи тисулфати натрий дар иштироки пероксиди гидроген ва ионҳои мис имкон медиҳад, ки то 75–80 % тилло ва то 40–45 % нуқра ҳангоми шароити оптималии ишқоррони ба маҳлул гузарад. Нақшаи принципалии коргоҳи пилотӣ бо иқтидори тахминан 1000 т/сол бо марҳилаҳои ишқорронӣ, дурушткунӣ, филтратсия, сорбсия ва электролиз пешниҳод гардид. Хароҷоти сармоягузорию истифодабарӣ баҳогузорию шуда, қобили қабул будани онҳо собит гардид. Истифода набурдан аз сианид ва ташикли гардиши бастаи об хавфҳои экологиро коҳиш дода, ҷолибияти технологияи пешниҳодшударо дар шароити Тоҷикистон зиёд менамояд.

*Калидвожаҳо:* технологияи тисулфатӣ, маъдани тиллодор, кони Истиқлол, пероксиди гидроген, ионҳои мис, коргоҳи пилотӣ, баҳогузорию техникӣ-иқтисодӣ, амнияти экологӣ, гардиши об, раванди сианидӣ.

**TECHNICAL AND ECONOMIC ANALYSIS OF LEACHING AT THE “ISTIKLOL”  
DEPOSIT (THIOSULFATE TECHNOLOGY)**

**Kh.I. Kholov<sup>1</sup>, N.T. Sharifboev<sup>2</sup>, Sh.R. Samihzoda<sup>3</sup>**

*Tajik State Pedagogical University after Sadriiddin Aini<sup>1</sup>*

*Mining Metallurgical Institute of Tajikistan<sup>2</sup>*

*V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan<sup>3</sup>*

*Annotation.* This paper presents the results of a techno-economic evaluation of a thiosulfate–ammonia leaching technology for refractory gold ores from the Istiklol (Tutli) deposit. Sodium thiosulfate in the presence of hydrogen peroxide and copper ions provides gold recovery of 75–80 % and silver recovery up to 40-45 % under optimized leaching conditions. A conceptual flowsheet of a pilot plant with a

*capacity of about 1000 t/year including leaching, thickening, filtration, sorption and electrolysis stages is proposed. Capital and operating costs were estimated and shown to be acceptable. Elimination of cyanide and implementation of a closed water circuit significantly reduce environmental risks and enhance the suitability of the technology for Tajik conditions.*

**Keywords:** thiosulfate leaching, gold ores, Istiklol deposit, hydrogen peroxide, copper ions, pilot plant, techno-economic evaluation, environmental safety, water circuit, cyanide processing.

**Сведения об авторах:** **Холов Холмахмад Исроилович** – к. т. н., старший преподаватель кафедры химической технологии и экологии Таджикского государственного педагогического университета им. С. Айни. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Айни, 121. **Телефон:** (+992 90) 999 64 63. **E-mail:** [Kholmahmad90@mail.ru](mailto:Kholmahmad90@mail.ru). **ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8202-5919>.

**Шарифбоев Насим Тухтабоевич** – соискатель Горно-металлургического института Таджикистана. **Адрес:** 735730, Республика Таджикистан, г. Бустон, ул. Маяковского, 6. **Телефон:** (+992 93) 818 59 00. **E-mail:** [nasim\\_3535@mail.ru](mailto:nasim_3535@mail.ru).

**Самихзода Шонавруз Рахим** – д.т.н., профессор, главный научный сотрудник лаборатории обогащения руд Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2. **Телефон:** (+992 00) 404 05 05. **E-mail:** [samikhov72@mail.ru](mailto:samikhov72@mail.ru). **ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0002-7454-7343>.

**Маълумот дар бораи муаллифон:** **Холов Холмахмад Исроилович** – н.и.т., муаллими калони кафедраи технология ва экологияи химиявии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 121. **Тел.:** (+992 90) 999 64 63. **E-mail:** [Kholmahmad90@mail.ru](mailto:Kholmahmad90@mail.ru). **ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8202-5919>.

**Шарифбоев Насим Тухтабоевич** – унвонҷӯи Донишқадаи кӯҳию металлургии Тоҷикистон. **Суроға:** 735730, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Бӯстон, к. Маяковский, 6. **Телефон:** (+992 93) 818 59 00. **E-mail:** [nasim\\_3535@mail.ru](mailto:nasim_3535@mail.ru).

**Самихзода Шонаврӯз Раҳим** – д.и.т., профессор, сарходими илми озмоишгоҳи ғанигардонии маъдани Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айни, 299/2. **Телефон:** (+992 00) 404 05 05. **E-mail:** [samikhov72@mail.ru](mailto:samikhov72@mail.ru). **ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0002-7454-7343>.

**Information about the authors: Kholov Kholmahmad Isroilovich** – Cand. Sc. in Tech., Senior Researcher of the Department of Chemical Technology and Ecology, Tajik State Pedagogical University after S. Aini. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 121. **Phone:** (+992 90) 999 64 63. **E-mail:** [Kholmahmad90@mail.ru](mailto:Kholmahmad90@mail.ru). **ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8202-5919>.

**Sharifboev Nasim Tukhtaboevich** – Degree Applicant, Mining and Metallurgical Institute of Tajikistan. **Address:** 735730, Republic of Tajikistan, Buston, Mayakovsky Str., 6. **Phone:** (+992 93) 818 59 00. **E-mail:** [nasim\\_3535@mail.ru](mailto:nasim_3535@mail.ru).

**Samihzoda Shonavruz Rahim** – DSc in Tech., Professor, Chief Researcher of the Ore Beneficiation Laboratory of the V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Tajikistan, Dushanbe, Ayni Str., 299/2. **Phone:** (+992 00) 404 05 05. **E-mail:** [samikhov72@mail.ru](mailto:samikhov72@mail.ru). **ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0002-7454-7343>.

УДК 620.93 + 551.324.43

## КОНЦЕНТРАЦИЯ ТЯЖЁЛЫХ МЕТАЛЛОВ В ПРОБАХ ПЫЛИ И ПОЧВ МОРЕНЫ ЛЕДНИКА ЗУЛМАРТ, ВОСТОЧНЫЙ ПАМИР

Давлятова А.Х.<sup>1</sup>, Шерализода Н.Ш.<sup>1</sup>, Абдуллозода С.Ф.<sup>2</sup>, Кабутов Х.К.<sup>1</sup>

*Центр изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана<sup>1</sup>*

*Физико-технический институт имени С.У. Умарова*

*Национальной академии наук Таджикистана<sup>2</sup>*

*Аннотация.* В работе представлены результаты исследования содержания тяжёлых металлов (ТМ), присутствующих в виде свободных элементов и их оксидов, в пробах атмосферного аэрозоля и почв морен ледника Зулмарт. Анализ элементного состава образцов, выполненный методом рентгенофлуоресцентного анализа, показал, что в исследуемых пробах выявлен широкий спектр химических элементов, среди которых наибольшие концентрации характерны для Fe, Al, Ca и Mg, тогда как содержание потенциально токсичных тяжёлых металлов варьирует в зависимости от типа среды и условий накопления. Установлено, что воздушные массы на высотах 500-1500 м проходят через территорию Узбекистана, тогда как на уровне около 2500 м они формируются над территорией Туркменистана и, вторгаясь с юга через район Шахритус (Айвадж), достигают ледника Зулмарт. Для высот 500-1500 м характерен захват и перенос пылевых частиц из пустынь Центральной Азии, что оказывает влияние на химический состав атмосферного аэрозоля и почв морен.

**Ключевые слова:** элементный состав почв, тяжёлые металлы, загрязнение, почва, аэрозоль, предельно допустимая концентрация.

### **Введение**

К основным источникам поступления тяжёлых металлов в атмосферу и почвы относятся предприятия транспортного комплекса, машиностроения, чёрной металлургии, а также горнодобывающей промышленности. В атмосферной среде тяжёлые металлы преимущественно переносятся в составе аэрозолей различного

химического и минералогического состава, основу которых формируют частицы горного и техногенного происхождения. При повышенных концентрациях данные элементы представляют серьёзную экологическую угрозу, оказывая негативное воздействие на атмосферный воздух, почвенный покров и функционирование экосистем в целом.

В условиях глобального изменения климата, сопровождающегося ускоренной деградацией ледников, особую актуальность приобретает мониторинг содержания тяжёлых металлов в компонентах природной среды, включая моренные отложения и водоёмы ледникового питания. Таяние ледников способствует высвобождению ранее аккумулярованных загрязняющих веществ и их последующему вовлечению в современные биогеохимические циклы, что может приводить к вторичному загрязнению сопредельных территорий.

Почвы морен и донные отложения водоёмов в данном контексте выступают в качестве индикаторов как природных, так и антропогенных процессов миграции тяжёлых металлов. Анализ их элементного состава позволяет оценить уровень техногенной нагрузки, выявить пространственные особенности распределения загрязняющих элементов и определить потенциальные экологические риски. Полученные данные могут быть использованы для обоснования природоохранных мероприятий и формирования научно обоснованных стратегий экологического мониторинга в районах современного и древнего оледенения.

Целью исследования было изучение содержания тяжёлых металлов в почвах морен над ледником Зулмарт (№ 139 по каталогу) Восточного Памира. Ледник Зулмарт (39°01'08,71" с. ш.; 70°52'18,90" в. д.) – горно-долинный северной экспозиции, приток реки Сарыгун (Акджилга) бассейна озера Ховаркуль. Его площадь составляет 3,66 км<sup>2</sup>, длина – 3,9 км, максимальная высота – 5470 м, языковая часть расположена на 4600 м над уровнем моря.

## **Методика проведения экспериментальных работ**

При отборе образцов фиксировались координаты пунктов пробоотбора. Далее осуществлялись упаковка, маркировка и транспортировка проб в лабораторные условия для последующего анализа. В лаборатории образцы очищались от инородных включений и измельчались до порошкообразного состояния, после чего просеивались через сито с размером ячейки 1 мм. Подготовленные пробы помещались в стеклянные сосуды и хранились до проведения аналитических исследований.

Определение элементного состава образцов проводилось методом рентгенофлуоресцентного анализа. Измерения выполнялись с использованием волнодисперсионного рентгенофлуоресцентного спектрометра «СПЕКТРОСКАН МАКС-G» (ООО «СПЕКТРОН», г. Санкт-Петербург).

Подготовка и измерение проб выполнялись в соответствии с методиками, представленными в литературных источниках [1, 2], а также с учётом рекомендаций, приведённых в [4]. В таблице 1 - приведены описание и координаты проб, собранных 04 августа 2025 года в ходе экспедиции Центра изучения ледников НАНТ, а в таблице 2 значения концентраций тяжёлых металлов, их предельно допустимые концентрации (ПДК), а также кларковые значения изучаемых элементов в составе проб.

### **Результаты исследования**

На рисунке 1 представлены данные о содержании тяжёлых металлов и мышьяка в почвах морен ледника Зулмарт. При анализе элементов первого класса опасности установлено, что концентрация цинка в почвах морен ледника Зулмарт приближается к предельно допустимой концентрации (ПДК). В то же время содержание мышьяка существенно превышает нормативные значения и составляет 10.7–12.5 ПДК. В почвах языковой части ледника Зулмарт ванадий не обнаружен.

**Таблица 1.** Координаты проб исследуемых образцов

№ п. п.	Название проб	Номер проб	Дата отбора проб	Широта	Долгота	Высота, м. н. ур.м.
1	Ледник Зулмарт, бассейн Ховаркуль	Зулмарт №1	04.08.2025	38°52'37.34" С	73°00'30.05" В	4674
2	Ледник Зулмарт, бассейн Ховаркуль	Зулмарт №2	04.08.2025	38°52'43.85" С	73°00'33.97" В	4633

**Таблица 2.** Значение концентрации, ПДК и Кларка изучаемых элементов [мг/кг]

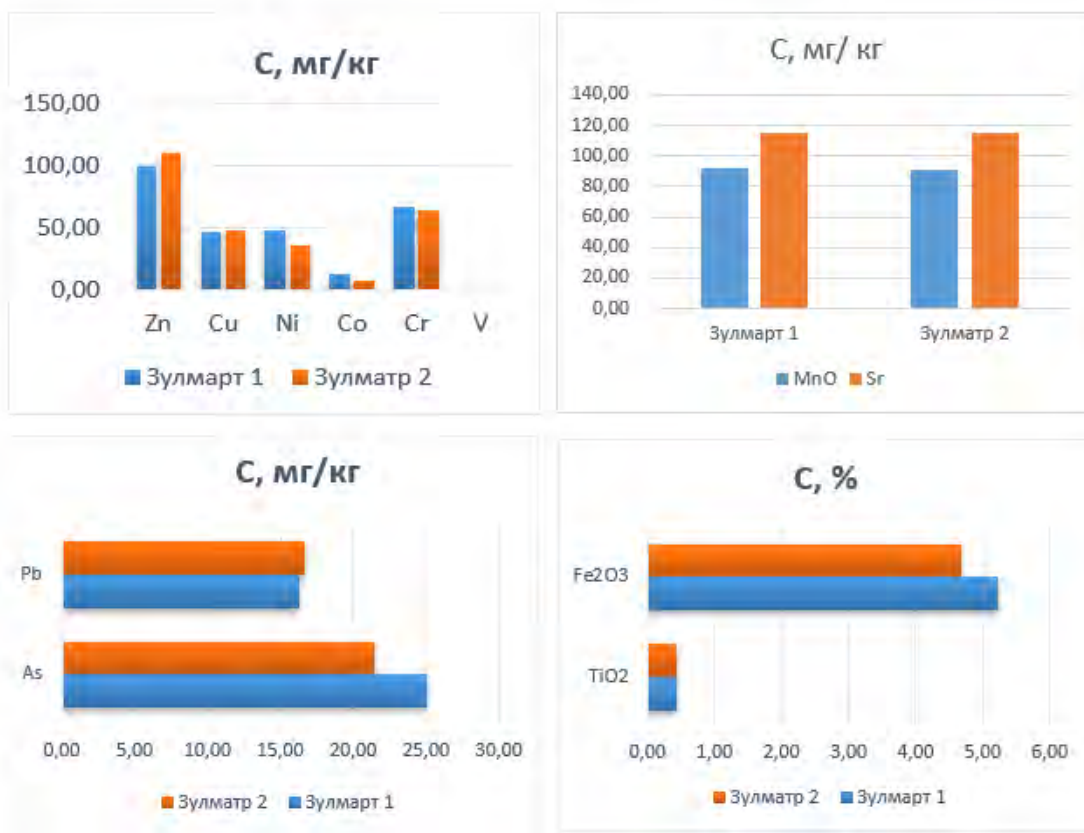
Место	V	Cr	Ni	Co	Cu	Zn	MnO	As	TiO <sub>2</sub> , %	Sr	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , %	Pb
Зулмарт №1	НП Ч	66,46	48,18	12,8	46,17	98,84	92,35	25,1	0,42	115,2	5,22	16,4
Зулмарт №2	НП Ч	64,41	35,16	7,43	47,37	109,4	91,17	21,4	0,42	114,8	4,68	16,7
ПДК	100	100	100	25	-	100	150	2	0,05	-	-	32
Кларк	100	150	40	8	0	50	850	6	0,46	300	3,8	-

*Примечание: НПЧ\* - концентрация ТМ ниже предела чувствительности спектрометра*

Содержание хрома, марганца, оксида титана, свинца, кобальта и стронция не превышает значений ПДК и кларковских концентраций. Концентрация никеля в почвах языковой части ледника Зулмарт превышает кларковские значения, однако остаётся ниже уровня ПДК. Содержание меди превышает как кларк, так и ПДК. Для железа зафиксировано превышение кларковских значений и ПДК в составе почв морен ледника Зулмарт.

Анализ корреляции содержания тяжёлых металлов между почвами языковой части морен ледника Зулмарт и пылью, отобранной над ледником, показал, что концентрации свинца, цинка, хрома, меди и железа выше в пробах атмосферной пыли, тогда как содержание никеля и кобальта выше в моренных отложениях (рис. 2). Концентрации титана, стронция, марганца и мышьяка в обеих средах

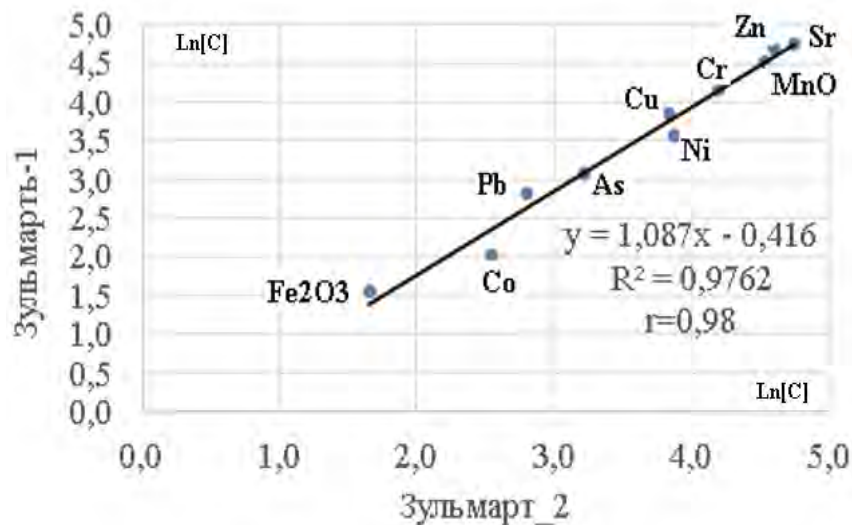
практически идентичны. Коэффициент корреляции между содержанием тяжёлых металлов в почвах морен и атмосферной пыли характеризуется очень высоким значением ( $r = 0.98$ ), что свидетельствует о выраженной линейной взаимосвязи и общем характере источников поступления загрязняющих веществ.



**Рисунок 1.** Содержание тяжёлых металлов в пробах, отобранных на леднике Зулмарт

Для оценки экологического состояния окружающей среды применяются методы идентификации источников загрязнения, формирующих наибольшие концентрации загрязняющих веществ в атмосфере исследуемой территории, в том числе на основе анализа траекторий переноса воздушных масс (ВМ) [4, 5]. Одним из распространённых подходов является расчёт обратных траекторий воздушных масс с использованием модели HYSPLIT (Hybrid Single-Particle Lagrangian Integrated Trajectory), широко применяемой для исследования процессов дальнего и

регионального переноса атмосферных примесей, включая аэрозольные частицы тяжёлых металлов.



**Рисунок 2.** Корреляция содержания тяжёлых металлов в составе проб, отобранных на леднике Зульмарт

Модель HYSPLIT представляет собой вычислительный комплекс, предназначенный для расчёта траекторий воздушных потоков, а также моделирования переноса, дисперсии, химических превращений и осаждения атмосферных загрязняющих веществ [4]. В её основе лежит использование трёхмерных метеорологических полей, характеризующих динамику атмосферы в пределах рассматриваемой области. Алгоритмы дисперсии являются развитием траекторного подхода с учётом турбулентных процессов в атмосфере. Модель разработана в Лаборатории ресурсов воздуха Национального управления океанических и атмосферных исследований США (NOAA) совместно с Австралийским бюро метеорологии и реализует комбинированный лагранжево-эйлеров подход: уравнения адвекции и диффузии решаются в лагранжевой постановке, тогда как расчёт концентраций загрязняющих веществ выполняется в рамках эйлеровой схемы на фиксированной пространственной сетке

На рисунке 3 представлен пример расчёта обратной траектории движения воздушных масс за период 168 ч (7 суток) на высотах 500, 1500 и 2500 м, завершившейся в пункте Зулмарт-1 в день регистрации максимального содержания мышьяка в пробах атмосферной пыли. Анализ траекторий показал, что в исследуемом районе преобладают западные и северные направления переноса. В расчётах использованы данные архива GDAS (Global Data Assimilation System); начальная дата запуска – 04.08.2025; координаты точки окончания траектории – 38°52'37,34" с. ш., 73°00'30,05" в. д.; высота – 4674 м над уровнем моря (Зулмарт-1).

Для высоты 2500 м над уровнем земли обратные траектории указывают на поступление воздушных масс преимущественно с северо-западной части Казахстана, при доминировании западных и северных воздушных потоков (см. рис. 3). На высоте 1500 м источники воздушных масс локализуются в западной части Казахстана, тогда как для высоты 500 м – на юге России. Воздушные массы на уровнях 500–1500 м проходят через территорию Узбекистана, а на высоте 2500 м – через Туркменистан, далее вторгаясь в Таджикистан с юга и, проходя через район Шахритуса (Айвадж), достигают ледника Зулмарт. На высотах 500–1500 м фиксируется захват пылевых частиц из пустынных регионов Центральной Азии.



подобных исследований позволяет не только осуществлять систематический мониторинг уровня загрязнения ледниковых экосистем, но и оценивать состояние окружающей среды в более широком пространственно-временном масштабе – на национальном и региональном уровнях.

Особую актуальность такие исследования приобретают в условиях современных климатических изменений, сопровождающихся деградацией ледников и усилением миграции загрязняющих веществ, ранее аккумулярованных в криосфере. В этом контексте изучение распределения мышьяка и других токсичных элементов в ледниковых и приледниковых системах может служить важным инструментом для прогнозирования экологических рисков и разработки мер по охране окружающей среды [3].

### Литература

1. Абдуллаев С.Ф., Маслов В.А., Назаров Б.И. и др. Содержание элементов в пробах почв и пылевого аэрозоля в Таджикистане// Оптика атмосферы и океана. – 2015. – Т. 2. – № 2. – С. 143-152.
2. Абдуллозода С.Ф., Шерализода Н.Ш., Каюмов А.К. Сравнительный анализ содержания тяжёлых металлов в некоторых ледниках Таджикистана // Физические и технические науки в научном пространстве: проблемы и перспективы развития. 2024. – 193 с.
3. Каюмов А.К., Абдуллаев С.Ф., Абдуллаева М.К., Каюмова Д.А. Сравнительный анализ содержания тяжёлых металлов в донных отложениях озёр ледникового питания // Известия АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук. – 2020. – № 2. – С. 20-25.
4. Каюмов А.К., Абдуллаев С.Ф., Каюмова Д.А., Кабутов Х.К., Абдуллаева М.К. Содержание тяжёлых металлов в пробах атмосферных осадков и почв марен ледника Зулмарт// Материалы межд. научной конф. «Актуальные вопросы физики конденсированного состояния». – 2023. – С. 298-303.

5. Draxler R. R., Taylor A.D. Horizontal dispersion parameters for long-range transport modeling// J. of Applied Meteorology, 1982, pp. 367-372. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1982\)021<0367:HDPFLR>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1982)021<0367:HDPFLR>2.0.CO;2).

**КОНСЕНТРАТСИЯИ МЕТАЛЛҲОИ ВАЗНИН ДАР НАМУНАИ ЧАНГУ ҒУБОР ВА  
ХОКИ МОРЕНАИ ПИРЯХИ ЗУЛМАРТ, ПОМИРИ ШАРҚӢ**

**Давлятова А.Х.<sup>1</sup>, Шерализода Н.Ш.<sup>1</sup>, Абдуллозода С.Ф.<sup>2</sup>, Кабутов Х.К.<sup>1</sup>**

***Маркази омӯзиши пиряхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон<sup>1</sup>***

***Институти физикаю техникаи ба номи С.У. Умарови***

***Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон<sup>2</sup>***

**Аннотатсия.** *Натиҷаҳои таҳқиқот оид ба муайян кардани миқдори металлҳои вазнин (МВ) дар шакли унсурҳои озод ё оксидҳо дар таркиби намунаҳои чанг ва хокҳои моренаи пиряхи Зулмарт пешниҳод карда мешаванд. Муайянсозии металҳои вазнин бо усули таҳлили рентгенофлуоресентӣ нишон дод, ки миқдори As дар намунаҳо бо ҳисоби миёна 12.5 маротиба аз консентратсияи меъёри имконпазир (ПДК) зиёд мебошад, ки шояд бо интиқоли чангу ғубори ифлоси атмосферӣ алоқаманд бошад. Миқдори Sr, Pb, Ni, Co, Cr, TiO<sub>2</sub> ва MnO дар намунаҳо аз консентратсияи меъёри имконпазир камтар ба қайд гирифта шудааст. Инчунин V дар таркиби чанг ва хоки моренаи пиряхи Зулмарт тамоман ба қайд гирифта нашудааст. Массаҳои ҳавоӣ дар баландиҳои 500–1500 м аз қаламрави Ўзбекистон гузаранда ба Тоҷикистон ворид мешаванд. Ҳамчунин массаи ҳавоӣ дар баландии 2500 м аз ҷониби Туркманистон тавассути ноҳияи Шаартуз (Айваҷ) аз ҷануби кишвар ворид гардида, то ба пиряхи Зулмарт рафта мерасанд. То баландиҳои 500–1500 метр аз сатҳи баҳр массаи ҳавоӣ ба Тоҷикистон воридшаванда аз биёбонҳои Осиёи Марказӣ сурат мегирад.*

**Калидвожаҳо:** *таркиби химиявии хок, металлҳои вазнин, ифлосшавӣ, хок, чангу ғубор, консентратсияи меъёри додашуда.*

## CONCENTRATION OF HEAVY METALS IN DUST AND SOIL SAMPLES FROM THE ZULMART GLACIER MORaine, EASTERN PAMIR

A.Kh. Davlyatova<sup>1</sup>, N.Sh. Sheralizoda<sup>1</sup>, S.F. Abdullozoda<sup>2</sup>, H.K. Kabutov<sup>1</sup>

*Center for the Study of Glaciers of the National Academy of Sciences of Tajikistan<sup>1</sup>*

*S.U. Umarov Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan<sup>2</sup>*

**Annotation.** *The article presents the results of a study to determine the heavy metal (HM) content in the form of free elements or oxides in atmospheric aerosol and soil samples from the Zulmart Glacier moraine. X-ray fluorescence analysis of the samples revealed that arsenic concentrations in the samples exceeded the Maximum permissible concentration (MPC) by an average of 12.5 times, possibly due to long-range transport of atmospheric pollutants. Sr, Pb, Ni, Co, Cr, TiO<sub>2</sub>, and MnO content in the samples is significantly below the MPC. Vanadium was not detected in the samples. Air masses at altitudes of 500-1500 m pass through Uzbekistan. At an altitude of 2500 m, they reach the Zulmart Glacier over Turkmenistan and enter Tajikistan from the south via Shaartuz (Ayvaj). At altitudes of 500-1500 m, dust particles from the Central Asian deserts are captured.*

**Keywords:** *soil elemental composition, heavy metals, pollution, soil, aerosol, maximum permissible concentration.*

**Сведение об авторах:** Давлатова Адолат Хуршедовна – научный сотрудник Центра изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33. Телефон: (+992 93) 776 95 00. E-mail: [adolatcryos@gmail.com](mailto:adolatcryos@gmail.com).

Шерализода Назриало Шерали – к.г.-м.н., директор Центра изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33. Телефон: (+992 88) 812 21 21. E-mail: [nazrialo@mail.ru](mailto:nazrialo@mail.ru).

Абдуллозода Сабур Фузайл – д.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник Центра изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33. Телефон: (+992 20) 487 60 06. E-mail: [sabur.f.abdullaev@gmail.com](mailto:sabur.f.abdullaev@gmail.com).

Кабутов Хусрав Курбонджонович – заведующий отделом Центра изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33. Телефон: (+992 93) 453 80 84. E-mail: [kabutov.khusrav@gmail.com](mailto:kabutov.khusrav@gmail.com).

**Маълумот дар бораи муаллифон:** Давлатова Адолат Хуршедовна – ходими илмии Муассисаи давлатии илмии “Маркази омӯзиши пирияхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон”.  
**Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 33. **Телефон:** (+992 93) 776 95 00. **E-mail:** [adolatcryos@gmail.com](mailto:adolatcryos@gmail.com).

**Шерализода Назриало Шерали** – н.и.г. ва м., директори Маркази омӯзиши пирияхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 33. **Телефон:** (+992 88) 812 21 21. **E-mail:** [nazrialo@mail.ru](mailto:nazrialo@mail.ru).

**Абдуллозода Сабур Фузайл** – д.и.ф.-м., профессор, сармутахассиси Маркази омӯзиши пирияхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 33. **Телефон:** (+992 20) 487 60 06. **E-mail:** [sabur.f.abdullaev@gmail.com](mailto:sabur.f.abdullaev@gmail.com).

**Кабутов Хусрав Қурбонҷонович** – мудири шӯъбаи Маркази омӯзиши пирияхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 33. **Телефон:** (+992 93) 453 80 84. **E-mail:** [kabutov.khusrav@gmail.com](mailto:kabutov.khusrav@gmail.com).

**Information about the authors: Davlatova Adolat Khurshedovna** – researcher of the Center for Glacier Research of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 33. **Phone:** (+992 93) 776 95 00. **E-mail:** [adolatcryos@gmail.com](mailto:adolatcryos@gmail.com).

**Sheralizoda Nazrialo Sherali** – Cand. Sc. in Geol. & Min., Director of the Center for Glacier Research of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 33. **Phone:** (+992 88) 812 21 21. **E-mail:** [nazrialo@mail.ru](mailto:nazrialo@mail.ru).

**Abdullozoda Sabur Fuzail** – DSc in Phys. & Math., Professor, Chief of the Center for Glacier Research of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 33. **Тел.:** (+992 20) 487 60 06. **E-mail:** [sabur.f.abdullaev@gmail.com](mailto:sabur.f.abdullaev@gmail.com).

**Kabutov Khusrav Kurbonjonovich** – Head of Department of the Center for Glacier Research of the National Academy of Sciences of Tajikistan **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 33. **Phone:** (+992 93) 453 80 84. **E-mail:** [kabutov.khusrav@gmail.com](mailto:kabutov.khusrav@gmail.com).

**GEOCHEMICAL AND MINERALOGICAL CHARACTERISTICS OF  
PHOSPHORITES FROM THE SOUTHERN SLOPE OF THE GISSAR RANGE  
AND THEIR INTEGRATED PROCESSING**

**Kabgov H.B., Makhmudov F.A., Habibulloev S.S., Shaimardanov E.N.**

*V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

***Annotation.** This study examines the geochemical and mineralogical characteristics of phosphorites from the southern slope of the Gissar Range. To characterize the mineral phases and elemental composition of these deposits, analyses were conducted, including X-ray diffraction, chemical composition determination, and thermal analysis. The study reveals the distribution of major and trace elements, the presence of valuable minerals, and processing challenges. Based on the data obtained, approaches to the integrated processing of these phosphorites are proposed, aimed at maximizing the recovery of phosphorus and associated valuable components while minimizing environmental impact. The results provide a basis for developing phosphorite utilization technologies in the region.*

***Keywords:** phosphorite, material composition of phosphorites, apatite, beneficiation, technological processing.*

### **Introduction**

At present, phosphorites from several deposits located on the southern slope of the Gissar Range are considered a potential mineral raw material for the production of phosphate fertilizers [1]. The value of phosphorite deposits is primarily determined by their reserves, the concentration of  $P_2O_5$ , and the presence of other valuable mineral components in the ore. For the economically viable development of phosphorite deposits, it is necessary to design an integrated, environmentally safe, and economically efficient waste-free processing technology.

### **Objective**

The objective of the present study is a detailed investigation of the material composition of phosphorite ores from the Karatag group of deposits, including Karatag, Bolshoy Yakhdon, Kamar, and Khachildyor, as well as an attempt to develop a waste-free technology for their processing. Geological exploration works at these deposits were carried out in 1953–1954 and 1999–2003, during which the reserves of phosphorite mineral raw materials were estimated. According to the data of the State Commission on Mineral Reserves of the Geological Administration of the Republic of Tajikistan as of January 1, 1983, the forecast resources of these deposits under category P1 amount to 45.37 million tons of ore, corresponding to 3.13 million tons of  $P_2O_5$ .

During the summer seasons of 2016–2017, specialists of the Laboratory of Geochemistry and Analytical Chemistry conducted field geochemical investigations within the areas of phosphorite mineralization. Lithological sections of phosphorite-bearing strata were studied, and systematic layer-by-layer sampling of phosphorite ores and their host rocks was performed. From the previously identified productive phosphorite horizons, a number of large-volume laboratory technological samples, weighing from 50 to 300 kg, were collected. These samples were obtained for technological experiments aimed at producing phosphate mineral concentrates and recovering valuable by-products from the resulting processing residues.

Previously published literature data [2, 3], as well as our field geological investigations, indicate that at all studied deposits the phosphorites are mainly confined to sandy–clayey and carbonate sediments of the Yukar horizon of the Middle Eocene [3, 4].

Phosphorite beds are typically represented by carbonatized sandy–silty rocks containing abundant detrital phosphate grains of dark brown to black color, with grain sizes ranging from 0.1 to 2 mm and larger. The content of phosphate grains in the rock varies from 20 to 40%. According to lithological classification, such rocks are referred to as granular phosphorites.

### **Research methods**

The collected routine geochemical samples from the deposits were initially crushed using a jaw crusher and subsequently ground in a laboratory ball mill to a particle size of 0.063 mm. From the powdered material, representative composite samples were prepared by the quartering method for physicochemical analyses. These samples were subjected to silicate and chemical analyses for all major rock-forming elements in accordance with GOST 5382-91. Phosphorus was determined separately using the gravimetric method according to OST NKTP 3997-38. The summarized analytical results are presented in Table 1.

As can be seen from the data presented in Table 1, the contents of major rock-forming elements and  $P_2O_5$  in phosphorites from the three studied deposits are nearly identical, showing only minor variations. This indicates that the phosphate sediments were deposited within a single basin under nearshore marine facies conditions. The phosphorite ores are uniform in terms of mineral composition and  $P_2O_5$  content throughout their area of distribution.

The elevated contents of  $SiO_2$  (38.5–39.6%) and  $Al_2O_3$  (10.7–12.4%) in the phosphorites are explained by the presence of free detrital quartz and aluminosilicate clay impurities. The relatively high contents of  $CaO$  (18.2–18.8%) and  $CO_2$  (11.2–11.7%) are most likely associated with the presence of free carbonate minerals, mainly calcite and dolomite, in the phosphorite ores.

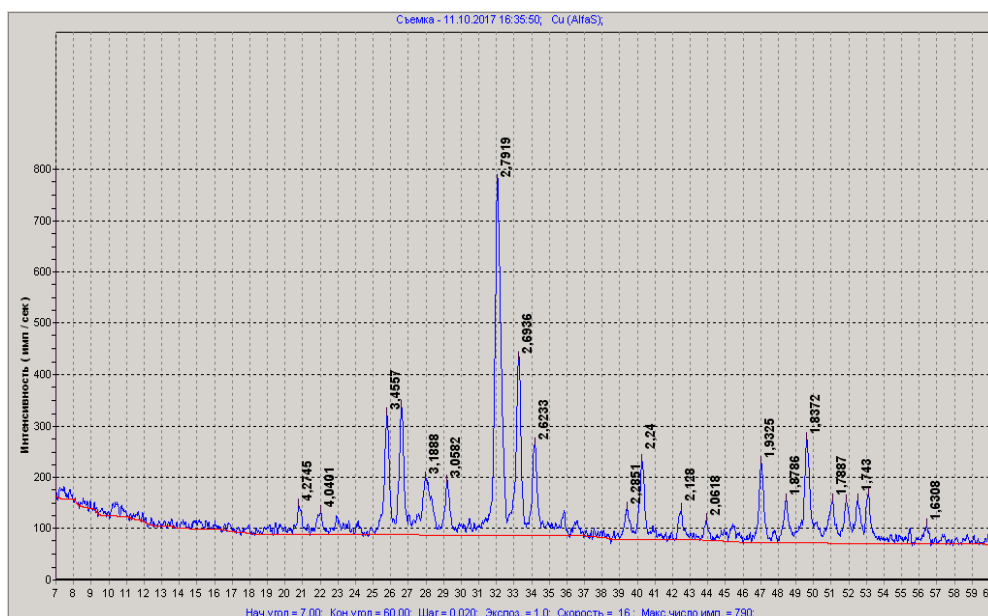
In our previous study, the feasibility of beneficiation of phosphorite ores from the Karatag deposit by screening of crushed ore followed by size classification was demonstrated [1]. From the crushed technological sample of phosphorite ore from the Bolshoy Yakhdon deposit, subsequent screening and sieving through meshes of selected sizes allowed up to 90% of the phosphate grains present in the sample to be recovered into the sandy fraction (3–0.3 mm). Control analyses of the obtained concentrates revealed high  $P_2O_5$  contents of 28–30%. Microscopic examination of the concentrates showed that they consist of 85–90% phosphate grains and 10–12% quartz impurities.

**Table 1.** Average chemical composition of productive horizons of granular phosphorites from deposits of the southern slope of the Gissar Range

Deposits and Sampling Locations	n of analyses	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	TiO <sub>2</sub>	MnO	CaO	MgO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	CO <sub>2</sub>	F <sup>-</sup>	S <sub>общ.</sub>	H <sub>2</sub> O	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Σ <sub>КОМ.</sub>
Bolshoy Yakhdon – (upper productive layer)	15	39.6	10.7	1.07	0.15	0.09	18.3	2.5	0.35	0.35	11.7	1.12	0.37	0.96	12.0	99.26
Kambar – (lower and upper productive layers)	19	38.5	12.4	0.76	0.18	0.08	18.2	3.8	0.27	0.29	11.2	-	0.42	1.02	12.7	99.82
Khochildiyor – (lower and upper productive layers)	20	39.4	11.1	0.91	0.16	0.07	18.8	3.0	0.33	0.32	11.5	-	0.40	1.15	12.2	99.34

The 0.25-0.10 mm fraction is mainly enriched in quartz grains, with a minor admixture of calcite (5–8%). Clay minerals and carbonates are concentrated in the fine fraction (<0.05 mm). The obtained phosphate concentrates and by-product fractions were subjected to physicochemical investigations.

**Instruments.** X-ray diffraction (XRD) analysis of the phosphate concentrate showed that the diffractograms are characterized by intense basal reflections indicating the presence of fluorapatite as the main mineral phase, with quartz occurring as a minor impurity (Fig. 1).



**Figure 1.** X-ray diffraction pattern of the phosphate concentrate from the Bolshoy Yakhdon deposit

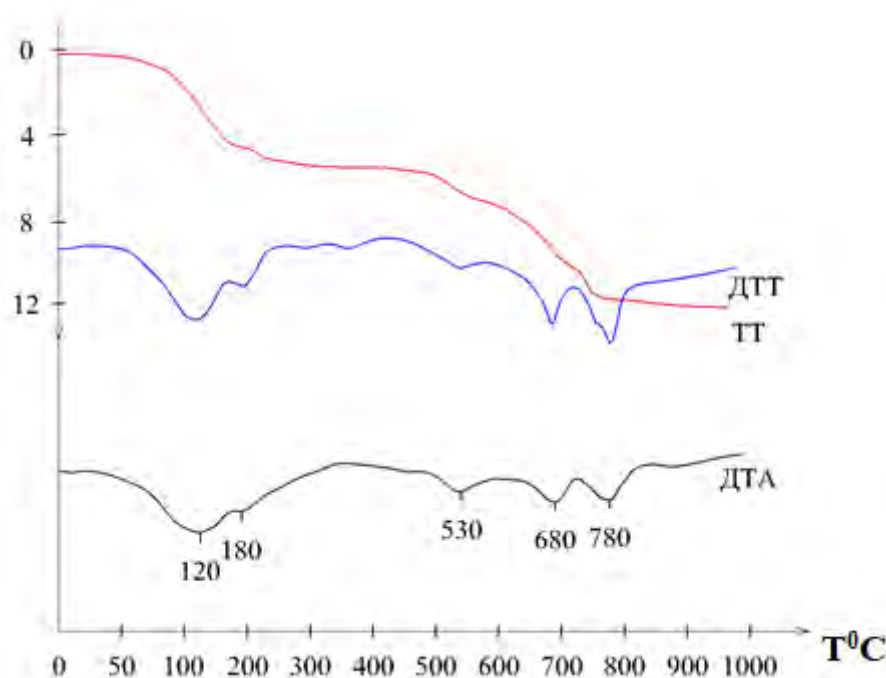
Fluorapatite reflections: 4.04, 3.45, 3.18, 3.05, 2.79, 2.69, 2.62, 2.06, 1.93 Å, and others. Quartz reflections: 4.26, 3.34, 2.28, 2.24, 2.12 Å.

However, as shown by the chemical analysis of the elemental composition of the phosphate concentrate (wt.%): SiO<sub>2</sub> – 7.15, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 0.80, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 2.65, MnO – 0.09, TiO<sub>2</sub> – 0.05, CaO – 37.15, MgO – 7.96, Na<sub>2</sub>O – 1.30, K<sub>2</sub>O – 0.25, P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> – 28.3, F<sup>-</sup> – 2.8, CO<sub>3</sub><sup>2-</sup> – 5.28, OH<sup>-</sup> – 5.5, the crystal structure of fluorapatite Ca<sub>5</sub>(PO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>F is likely to exhibit extensive ionic isomorphic substitutions. In the cationic sublattice, Ca<sup>2+</sup> may be partially replaced by Mg<sup>2+</sup>, Fe<sup>3+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, and Mn<sup>2+</sup>, whereas in the anionic sublattice PO<sub>4</sub><sup>3-</sup> groups may be substituted by F<sup>-</sup>, CO<sub>3</sub><sup>2-</sup>, OH<sup>-</sup>, and other components.

Considering the chemical composition of the phosphate concentrate in terms of both cationic and anionic constituents, the material most likely has a polymineral mixed composition corresponding to fluorapatite  $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F}$ , carbonate apatite  $\text{Ca}_8(\text{PO}_4)_4(\text{CO}_3)(\text{FOH})$ , hydroxylapatite  $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ , and related phases, which are known in the literature under local names such as kurskite, dalite, francolite, and others [5].

From the quartz-rich fraction (0.25-0.1 mm), carbonate impurities were removed by treatment with a 5% HCl solution, resulting in a purified quartz concentrate with an  $\text{SiO}_2$  content of 98.3%. Minor  $\text{Al}_2\text{O}_3$  impurities (1.6%) remain in the concentrate, which are most likely associated with the presence of feldspar grains, primarily orthoclase and albite.

Treatment of the clay fraction (<0.05 mm) with a 5% HCl solution yielded a carbonate-free clay mineral identified as montmorillonite. This phase was diagnosed by thermal analysis based on characteristic endothermic peaks at temperatures of 120, 180, 530, 680, and 780 °C, as well as by data on the loss of molecular and structurally bound water (Fig. 2).



**Figure 2.** DTG curve of the clay fraction (<0.05 mm) of phosphorites from the Karata g deposit

**Discussion.** The obtained results demonstrate that an innovative, environmentally friendly, and economically efficient waste-free technology can be developed for the phosphorite deposits of the southern slope of the Gissar Range, allowing the production of several valuable end products. The material balance of the process is illustrated in the corresponding flow diagram.

1. **Phosphorite concentrate** with a high  $P_2O_5$  content of 28-30%, fully meeting the requirements of GOST 8382-57 for the production of superphosphate and other compound fertilizers. The concentrate yield from the ore is 33%.

2. **Quartz concentrate** obtained as a by-product, with a purity of 98.2%, can be used for the production of glass, porcelain, and other products. The concentrate yield is 32%.

3. **Montmorillonite clay concentrate**, which, after activation, can be successfully used for the purification of various liquids and oils, as well as applied as feed for animals and poultry. The product yield is 33%.

**Conclusions.** At present, pilot batches of superphosphate complying with GOST 8382-57 (second grade) have been produced from phosphorite concentrates of the Bolshoy Yakhdon deposit using industrial-scale technology. The obtained superphosphate underwent laboratory agronomic testing during cotton cultivation at an experimental site of the Institute of Botany, Plant Physiology, and Genetics of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, demonstrating positive results. Relevant findings have been published previously.

## References

1. Valiev Yu.Ya., Kabgov Kh.B., Mamatov M., Gorenkova L.G., Bobokalonav //J. Study of Phosphorites of Tajikistan and Production of Mineral Fertilizers from Them. In: Proceedings of the XIII Numanov Readings “Achievements of Chemical Science over 25 Years of State Independence of the Rep.of Taj”, pp. 78-80.
2. Ilyashchenko V.Ya. Phosphorites of Paleogene Deposits of Central Asia. Lithology and Mineral Resources, No. 6, 1967, pp. 45-57.

3. Oleinik V.V. Phosphorites of the Alai Beds (Middle Eocene) of the Gissar–Turkestan Mountain Region// Lithology and Mineral Resources, No. 3, 1971, pp. 112–118.
4. Gorenkova L.G., Giyasidinov B.B., Abdulaev Kh.A., Kabgov Kh.B., Valiev Yu.Ya., Mamatov E.D., Kholikova G.T. Effect of Phosphate Fertilizers Obtained from Phosphorites of the Karatag Deposit on the Growth and Development of Cotton// Proceedings of the Rep. Scien.and Prac.Conf. “Prospects of Innovative Technologies in the Development of the Chemical Industry of Tajikistan”, Dushanbe, October 27, 2017.
5. Gorenkova L.G., Satorov B.N., Kabgov Kh.B., Valiev Yu.Ya. Effect of Superphosphate Produced from Local Ore of the Karatag Deposit on Pigment Content in Cotton Leave // Proceedings of the Rep. Scien.and Prac. Conf. “Prospects of Innovative Technologies in the Development of the Chemical Industry of Tajikistan”, Dushanbe, October 27, 2017.

**ГЕОХИМИЧЕСКИЕ И МИНЕРАЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ФОСФОРИТОВ ЮЖНОГО СКЛОНА ГИССАРСКОГО ХРЕБТА И ИХ  
КОМПЛЕКСНАЯ ПЕРЕРАБОТКА**

**Кабгов Х.Б., Махмудов Ф.А., Хабибуллоев С.С., Шаймарданов Э.Н.**

*Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана*

*Аннотация.* В данном исследовании изучаются геохимические и минералогические характеристики фосфоритов с южного склона Гиссарского хребта. Для характеристики минеральных фаз и элементного состава этих месторождений были проведены анализы, включая рентгеновскую дифракцию, определение химического состава и термоаналитические исследования. Исследование выявляет распределение основных и микроэлементов, наличие ценных минералов и проблемы переработки. На основе полученных данных предлагаются подходы к комплексной переработке этих фосфоритов, направленные на максимум извлечения фосфора и связанных с ним ценных компонентов при минимальном воздействии на окружающую среду. Полученные результаты обеспечивают основу для разработки технологий использования фосфоритов в регионе.

*Ключевые слова:* фосфорит, вещественный состав фосфоритов, апатит, обогащение, технологическая переработка.

## ХУСУСИЯТҲОИ ГЕОХИМИЯВӢ ВА МИНЕРАЛОГИИ ФОСФОРИТҲОИ ҚАТОРКӢҲҲОИ ЧАНУБИИ ҲИССОР ВА КОРКАРДИ КОМПЛЕКСИИ ОНҲО

**Кабгов Х.Б., Махмудов Ф.А., Ҳабибуллоев С.С., Шаймарданов Э.Н.**

*Институти кимиѐи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Дар тадқиқот хусусиятҳои геохимиявӣ ва минералогии фосфоритҳои қатори чанубии қуллаи Ҳиссор мавриди омӯзиши қарор гирифтаанд. Барои муайян кардани марҳилаҳои минералӣ ва таркиби элементӣ дар ин конҳо таҳлилҳо гузаронида шуданд, аз ҷумла дифраксияи рентгенӣ, муайян кардани таркиби кимиёвӣ ва таҳлилҳои термикӣ. Таҳқиқот тақсими элементҳои асосӣ ва микроэлементҳо, мавҷудияти минералҳои арзишманд ва мушкилоти коркарди онҳоро нишон медиҳад. Бар асоси маълумоти бадастомада, равишҳои коркарди комплекси ин фосфоритҳо пешниҳод мешаванд, ки ба ҳадди аксар баровардани фосфор ва унсурҳои арзишманди ба онҳо алоқамандро ҳадафдоранд, дар ҳоле ки таъсири манфӣ ба муҳити зист камтар аст. Натиҷаи бадастомада заминаи илмиро барои таҳияи технологияҳои истифодаи фосфоритҳо дар минтақа фароҳам меорад.

*Калидвожаҳо:* фосфорит, таркиби моддаҳои фосфорит, апатит, ганисозӣ, коркарди технологӣ

**Сведение об авторах:** Кабгов Хамдам Бобомуродович - к.х.н., заведующий лабораторией «Геохимия и аналитическая химия» Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2. E-mail: [hamdamikabk@mail.ru](mailto:hamdamikabk@mail.ru).

**Махмудов Фарход Абдухоликович** - к.х.н., ведущий научный сотрудник Института химии им. В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2. E-mail: [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

**Шаймарданов Эрнест Науфальевич** - научный сотрудник Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, E-Mail: [ap7238@gmail.com](mailto:ap7238@gmail.com).

**Ҳабибуллоев Сухайли Субхонкулович** - научный сотрудник Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2. E-Mail: [Suhaili@web.de](mailto:Suhaili@web.de).

**Маълумот дар бораи муаллифон:** **Кабгов Ҳамдам Бобомуродович** – н.и.к. мудири озмоишгоҳи “Геохимия ва химияи таҳлилӣ”, Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [hamdamikabk@mail.ru](mailto:hamdamikabk@mail.ru).

**Махмудов Фарход Абдухолиқович** – н.и.х., ходими пешбари илмии Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru)

**Шаймардонов Эрнест Науфальевич** - ходими илмии Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-Mail:** [ap7238@gmail.com](mailto:ap7238@gmail.com).

**Ҳабибуллоев Сухайлӣ Субҳонқулович** - ходими илмии Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734063, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, к. Айнӣ, 299/2. **E-Mail:** [Suhaili@web.de](mailto:Suhaili@web.de).

**Information about the authors:** **Kabgov Hamdam Bobomurodovich** - Cand. Sc. in Chem., Head of the Laboratory of Geochemistry and Analytical Chemistry V.I. Nikitin Chemistry Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Aini Str., 299/2. **E-mail:** [hamdamikabk@mail.ru](mailto:hamdamikabk@mail.ru).

**Mahmudov Farhod Abdukholikovich** - Cand. Sc. in Chem., leading researcher. Laboratory of Geochemistry and Analytical Chemistry, Institute of Chemistry. V.I. Nikitin, National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Aini Str., 299/2. **E-mail:** [farick85@mail.ru](mailto:farick85@mail.ru).

**Shaimardanov Ernest Naufalyevich** - researcher at the Institute of Chemistry after V.I. Nikitina Tajikistan National Academy of Sciences. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Aini Str., 299/2. **E-Mail:** [ap7238@gmail.com](mailto:ap7238@gmail.com).

**Habibulloev Suhaili Subhonkulovich** - Researcher, V.I. Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** 734063, Dushanbe, Republic of Tajikistan, Aini Str., 299/2. **E-Mail:** [Suhaili@web.de](mailto:Suhaili@web.de).

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПАСНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГОРОДЕ ХОРОГ (ГБАО, ТАДЖИКИСТАН)**

**Магдиев М.М.**

***Филиал Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе***

*Аннотация.* В работе рассмотрено распространение наиболее опасных инженерно-геологических процессов в пределах города Хорог (Горно-Бадахшанская автономная область, Республика Таджикистан) с использованием данных дистанционного зондирования Земли. В работе применялись материалы высокоразрешающих космических снимков (Google Earth), картографические и фондовые данные, которые были обобщены в среде ГИС для выделения зон развития оползней, обвалов и осыпей, камнепадов, селевых потоков, снежных лавин, подтопления, затопления, а также подмыва и обрушения берегов. На основе дешифрирования снимков построена сводная карта инженерно-геологических процессов, охватывающих территорию города. Выполнена количественная оценка площадей поражения различными процессами: установлено, что наибольшая часть городской территории приходится на зоны развития оползней, камнепадов и лавин, при этом существенные площади подвергаются затоплению и подтоплению. Полученные результаты позволяют выделить наиболее опасные участки для существующей и перспективной застройки, а также определить приоритетные направления инженерной защиты. Использование данных дистанционного зондирования показало высокую эффективность для оперативной инвентаризации и обновления информации об опасных геологических процессах в сложных горных условиях Западного Памира. Дополнительно результаты имеют геоэкологическое значение, поскольку позволяют оценить зоны деградации склоновых ландшафтов, участки нарушенного дренажа и потенциальные очаги загрязнения, и заиления водотоков, возникающие при активизации гравитационных и водных процессов. Сводная карта может использоваться как основа для геоэкологического зонирования территории и обоснования природоохранных ограничений при градостроительном планировании.

**Ключевые слова:** дистанционное зондирование, геоэкология, Google Earth, опасные геологические процессы, оползни, камнепады, сели, снежные лавины, подтопление, затопление, подмыв берегов, город Хорог, ГБАО, Таджикистан.

**Введение.** Город Хорог, являющийся административным центром Горно-Бадахшанской автономной области Таджикистана, расположен в пределах высокогорной области Западного Памира и характеризуется крайне сложными инженерно-геологическими условиями. Структура рельефа, сочетание крутых склонов, тектонической нарушенности и специфических гидрологических условий приводят к широкому развитию опасных экзогенных процессов – гравитационных и водных.

Развитие оползней, обвалов, камнепадов, селевых потоков и снежных лавин, а также затоплений, подтоплений и подмыва берегов представляет серьёзную угрозу для жилой застройки, транспортной и инженерной инфраструктуры города. Учитывая высокую сейсмичность региона, риск активизации этих процессов дополнительно возрастает при сильных землетрясениях.

Современные методы дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и геоинформационные технологии позволяют не только качественно отобразить пространственное распределение опасных процессов, но и количественно оценить площади их развития, что особенно важно для горных территорий, где традиционные полевые наблюдения трудоёмки и затратны.

Инженерно-геологическая характеристика территории. Город Хорог расположен на террасах рек Гунт, Шохдара и Пяндж на высотах порядка 2100-2200 м над уровнем моря, в пределах Западного Памира. Район отличается резко расчленённым горным рельефом: узкие глубокие долины с крутыми склонами, альпийские гребни и ограниченные по площади аккумулятивные поверхности, на которых сконцентрирована основная застройка и хозяйственная деятельность.

В геологическом строении района принимают участие разновозрастные комплексы осадочных, вулканогенно-осадочных и магматических пород палеозойского, мезозойского и кайнозойского возраста. Коренные породы сильно нарушены разломами, надвигами и многочисленными зонами трещиноватости, что предопределяет их повышенную неустойчивость. Четвертичные отложения представлены моренами, пролювиальными, делювиально-осыпными и

аллювиальными накоплениями, приуроченными главным образом к долинам рек и конусам выноса [1].

Климат района высокогорный, близкий к резко континентальному: при относительно умеренных температурных условиях в долинах для Памира характерны значительные амплитуды температур и сравнительно небольшое количество осадков. В то же время интенсивные снегопады, резкие оттепели и интенсивное таяние снегов играют ключевую роль в формировании лавин и селевых потоков [2, 3].

Высокая сейсмичность региона, приуроченность города к пересечению нескольких активных сейсмогенных зон, а также продолжающиеся тектонические движения обуславливают постоянное напряжённо-деформированное состояние массивов горных пород и благоприятствуют активизации гравитационных процессов [4].

Объектом исследования являются опасные геологические процессы, развивающиеся в пределах городской территории Хорога и непосредственных окрестностей, а именно:

- оползневые процессы, включая древние оползневые массивы и участки их современной активизации;
- обвалы, осыпи и камнепады, связанные с крутыми и обнажёнными скальными склонами;
- селевые потоки, формирующиеся в руслах селеносных саёв и на делювиально-осыпных шлейфах;
- снежные лавины, сходящие со склонов, обрамляющих город;
- процессы затопления и подтопления, обусловленные особенностями русловых деформаций и режимом поверхностных и подземных вод;
- подмыв и обрушение берегов рек Гунт, Шохдара и Пяндж.

По данным исследования в пределах города выделено несколько ключевых зон развития оползней (участки Фурудгох, Автостанция, Кайнар, Хуфак-Барджев, Верхний Дашт-Имомобод, Султони-Вали (Старая ГЭС), Андарситез), а также многочисленные участки обвально-осыпных процессов и камнепадов,

приуроченных к выступам коренных пород и бортам древних оползневых массивов.

Отмечено не менее 12 селевых очагов, приуроченных к селеносным саям, и порядка десятков лавиноопасных очагов формирования снежных лавин, многие из которых непосредственно угрожают жилой застройке и объектам инфраструктуры города.

**Геоэкологические аспекты исследования.** Геоэкологическая специфика города Хорог определяется тем, что природные опасные процессы здесь формируют не только инженерно-геологические риски, но и комплекс экологических последствий, влияющих на качество среды проживания. Развитие оползней, камнепадов, селевых потоков и лавин приводит к деградации склоновых экосистем (разрушение почвенно-растительного покрова, усиление эрозии, рост запылённости), а также к перераспределению и аккумуляции рыхлого обломочного материала в пределах городской территории и русловой сети. Это усиливает склоновую и русловую нестабильность, создавая «цепные эффекты», когда один процесс повышает вероятность другого (например, селевые выносы и завалы русел, рост подтопления и локальных затоплений; подмыв берегов, активизация обрушений и вторичных оползней).

Важной геоэкологической проблемой является влияние русловых деформаций рек Гунт, Шохдара и Пяндж на водную среду и городскую инфраструктуру. Подмыв и обрушение берегов сопровождаются повышением мутности воды, переформированием прибрежной зоны и нарушением естественного дренажа, что может усиливать подтопление и изменять режим подземных вод. Для горных городов характерна высокая чувствительность к антропогенному воздействию: подрезка склонов при строительстве, уплотнение и вибрации, изменение поверхностного стока, утечки из водопроводных и канализационных сетей, вырубка кустарников и деревьев на склонах – всё это снижает устойчивость склонов и повышает вероятность активизации опасных процессов. В условиях изменчивого гидрометеорологического режима

(интенсивные снегопады, быстрые оттепели, ливневые осадки) геоэкологические риски дополнительно возрастают [5].

Использование ДЗЗ и ГИС в данном исследовании позволяет рассматривать опасные процессы как элементы природно-техногенной системы города и формировать основу для геоэкологического зонирования: выделения участков ограниченного природопользования, приоритетов восстановления растительного покрова на склонах, контроля русловых процессов и мониторинга зон подтопления. Тем самым результаты инвентаризации опасных процессов могут применяться не только для инженерной защиты, но и для задач экологической безопасности и устойчивого градостроительного развития Хорога.

**Методика исследований.** В качестве основной информационной базы были использованы:

- космические снимки высокого пространственного разрешения;
- топографические и тематические карты района;
- описания инженерно-геологических условий и предыдущие материалы по современным геологическим процессам в районе Хорога.

Работа выполнялась в следующей последовательности:

✓ *Подготовка исходных данных.* Космические снимки были загружены и привязаны в ГИС-среде. Для анализа использованы разномасштабные изображения, позволяющие выделять как крупные формы рельефа, так и отдельные проявления опасных процессов;

✓ *Визуальное дешифрирование опасных процессов.* На основе морфологических признаков (форма склонов, характер обнажений, наличие шлейфов выноса, лавинных и селевых лотков, деформаций береговой линии и др.) были выделены полигоны, соответствующие зонам развития оползней, камнепадов, лавин, селевых потоков, затопления и подтопления, а также участки подмыва и обрушения берегов;

✓ *Картографирование и классификация.* Все выделенные объекты были оцифрованы, классифицированы по типам процессов и объединены в единую

сводную карту распространения инженерно-геологических процессов на территории города (рис. 1 и 2).

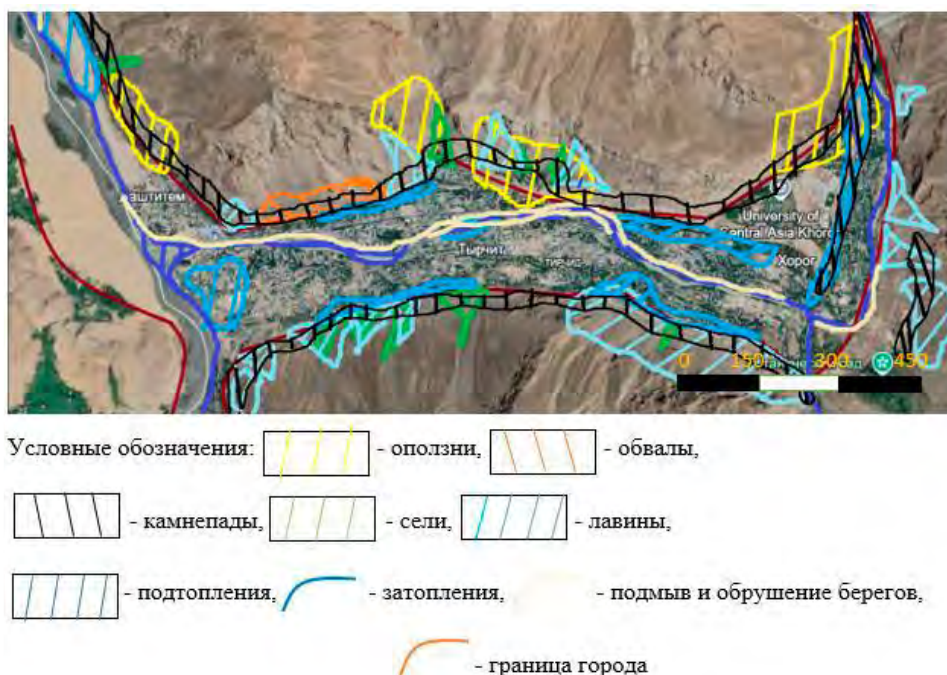
✓ *Расчёт площадей.* В ГИС были рассчитаны площади каждого полигона, после чего получены суммарные площади и доли городской территории, занимаемые каждым типом процесса. Общая площадь городской территории принята около 1.5876 км<sup>2</sup> (1587600 м<sup>2</sup>).

✓ *Анализ пространственных взаимосвязей.* Дополнительно оценивалась приуроченность процессов к типам склонов, положениям относительно русел рек и существующей застройки, что использовалось при интерпретации полученных результатов и формулировке выводов.

**Результаты и их анализ.** Дешифрирование космических снимков показало, что практически вся территория города Хорог в той или иной степени находится под воздействием современных опасных геологических процессов. Наиболее широкое развитие получили гравитационные процессы – оползни, обвалы, камнепады и лавины, а также процессы, связанные с деятельностью поверхностных вод – сели, затопления и подмыв берегов.



**Рисунок 1.** Карта-схема распространения камнепадов на территории города Хорог по данным дистанционного зондирования



**Рисунок 2.** Сводная карта распространения оползневых, обвальных, камнепадных, селевых, лавинных процессов, а также зон затопления, подтопления и подмыва берегов в пределах города Хорог

Результаты расчётов площадей зон опасных процессов сведены в таблицу 1.

**Таблица 1.** Площади развития основных опасных геологических процессов в пределах города Хорог (по результатам дешифрирования космических снимков)

Тип процесса	Площадь поражения, м <sup>2</sup>	Доля площади города, %
Оползни	238050	15,0
Сели	56250	3,5
Камнепады	196875	12,4
Снежные лавины	160748	10,1
Подмыв и обрушение берегов	54000	3,4
Затопление	101700	6,4
Подтопление	73628	4,6

Анализ этих данных показывает, что наибольшую площадь в пределах города занимают оползневые массивы – около 15% городской территории. Они приурочены преимущественно к борту долины реки Гунт и контролируются разломами и зонами интенсивной трещиноватости пород.

Значительные площади (более 12 %) заняты зонами камнепадов, развивающихся практически по всем крутым скальным склоновым участкам вокруг города. Ещё около 10% территории приходится на зоны возможного схода снежных лавин, что дополнительно подчёркивает высокий уровень лавинной опасности для городской застройки.

Процессы затопления и подтопления по площади сопоставимы с селевой и береговой опасностью. Они связаны с деформациями русел рек, недостаточной пропускной способностью гидротехнических сооружений и локальными особенностями дренирования подземных вод. Относительно меньшую площадь занимает зона селевой опасности, однако сели, даже при сравнительно небольшой площади поражения, способны вызывать крайне разрушительные последствия, вынося большие объёмы твёрдого материала и формируя потоки высокой мощности.

На основе анализа распространения опасных процессов могут быть выделены основные направления инженерной защиты (табл. 2).

С геоэкологической точки зрения полученные результаты отражают не только инженерно-строительные риски, но и зоны наиболее интенсивной трансформации природной среды в пределах города. В участках развития оползней, обвалов и камнепадов происходит деградация склоновых ландшафтов: нарушается почвенно-растительный покров, усиливаются процессы эрозии и увеличивается поступление рыхлого обломочного материала в долинные части. Селевые проявления и русловые деформации сопровождаются ростом твёрдого стока, заилением и повышением мутности воды, что ухудшает состояние водной среды и повышает нагрузку на прибрежные участки городской инфраструктуры. Зоны затопления и подтопления связаны с нарушением естественного дренажа и изменением режима поверхностных и подземных вод, что может приводить к вторичной активизации склоновых процессов и формированию неблагоприятных санитарно-экологических условий на отдельных участках застройки.

**Таблица 2.** Основные рекомендуемые мероприятия по инженерной защите территории города Хорог

<b>Тип процесса</b>	<b>Пассивные методы защиты (основные)</b>	<b>Активные методы и организационные мероприятия</b>
<b>Снежные лавины</b>	Террасирование склонов, лавинозащитные экраны, лавинорезы	Мониторинг, искусственный спуск лавин
<b>Сели</b>	Террасирование конусов выноса, селесборники, селенаправляющие дамбы	Постоянный мониторинг, расчистка русел и сооружений
<b>Оползни, камнепады</b>	Берегоукрепление, противооползневые дренажи, укрепление склонов	Наблюдения за деформациями, контроль вырубок и выемок
<b>Подтопление, затопление, подмыв берегов</b>	Регулирование русловых деформаций, укрепление откосов, реконструкция гидротехнических сооружений	Оперативный мониторинг уровней воды и состояния берегов

Таким образом, сводная карта распространения опасных процессов может рассматриваться как основа для геоэкологического зонирования территории Хорога и обоснования приоритетов природоохранных и инженерно-защитных мер при градостроительном планировании.

### **Выводы**

Территория города Хорог (ГБАО, Таджикистан), расположенная в сложных горных условиях Западного Памира, характеризуется крайне высокой насыщенностью опасными геологическими процессами – гравитационными и водными.

Использование высокоразрешающих космических снимков и ГИС-технологий позволило выделить и картировать зоны развития оползней, камнепадов, селевых потоков, снежных лавин, затопления, подтопления, подмыва и обрушения берегов, а также выполнить количественную оценку площадей их распространения.

Наибольшую площадь поражения занимают оползневые массивы (порядка 15% городской территории), зоны камнепадной и лавинной опасности (более 10% каждая). Существенную роль играют также процессы затопления и подтопления, связанные с режимом поверхностных и подземных вод и русловыми деформациями. Полученная сводная карта опасных геологических процессов и рассчитанные площади зон поражения могут служить основой для градостроительного планирования, выбора площадок под строительство, а также для разработки приоритетных мероприятий инженерной защиты.

Методы дистанционного зондирования Земли показали высокую информативность и эффективность для оперативной оценки и периодического обновления информации о современных инженерно-геологических процессах в труднодоступных горных районах, что особенно важно для таких городов, как Хорог.

В геоэкологическом отношении выделенные зоны развития опасных процессов отражают участки повышенной трансформации природной среды: разрушение почвенно-растительного покрова и усиление эрозии на склонах, рост твёрдого стока и мутности воды при селевых проявлениях, а также нарушение естественного дренажа и изменение режима подземных вод в зонах подтопления. Полученные данные могут быть использованы для геоэкологического зонирования города Хорог, определения территорий с ограничениями природопользования и выбора приоритетов экологически ориентированных мер – восстановления растительности на склонах, контроля русловых деформаций и мониторинга участков подтопления, что повышает экологическую безопасность и устойчивость городской среды.

### **Литература**

1. Бархатов Б.П. Рельеф и современное оледенение Язгулем-Рушанского района (Западный Памир) // Известия ВТО. – 1950. – Т. 81. – Вып. 3. – 14 с.
2. Виниченко С.М. Оползни Таджикистана – изучение. Закономерности. Классификация // Москва. Изд.: МГУ. – 2014 г. – С. 85-93.

3. Винниченко С.М., Ахмедов А., Зарипов Р. К вопросу об организации мониторинга и развития современных геологических процессов в Таджикистане / Труды республиканского семинара «Опыт изучения оползней и обвалов на территории Таджикистана и методы инженерной защиты». Душанбе, Изд.: Эчод, – 2002. – 91 с.
4. Назришоев Х.А., Винниченко С.М. Сейсмичность западного Памира и безопасное освоение горных регионов на примере долины реки Шохдара // Геориск. – 2016. – № 3. – С. 46-54.
5. Отчёт «Комплексная оценка рисков природных опасностей и уязвимости города Хорог»// Филиал агентства Ага Хана по Хабитат в республике Таджикистан. – 2021. – 78 с.

**ИСТИФОДАИ МАЪЛУМОТИ ЗОНДКУНИИ ДУРДАСТИ ЗАМИН БАРОИ АРЗЁБИИ  
ПАҲНШАВИИ РАВАНДҲОИ ХАТАРНОКИ ГЕОЛОГӢ ДАР ШАҲРИ ХОРУҒ  
(ВМКБ, ТОҶИКИСТОН)**

**Магдиев М.М.**

*Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар шаҳри Душанбе*

*Аннотатсия.* Дар мақола паҳншавии хатарноктарин равандҳои муҳандисӣ-геологӣ дар ҳудуди шаҳри Хоруғ (Вилояти Мухтори Кӯҳистони Бадахшон, Ҷумҳурии Тоҷикистон) бо истифода аз маълумоти зондкунӣ дурдасти Замин баррасӣ шудааст. Дар таҳқиқот маводи тасвирҳои кайҳонӣ баландсифат (*Google Earth*), маълумоти харитавӣ ва фондӣ истифода гардида, онҳо дар муҳити ГИС ҷамъбаст карда шуданд, то минтақаҳои рушди лағзишҳо, фурурезиишҳо ва рехташаваҳо, сангрзӣ (камнепадҳо), селобаҳо, тармаҳои барфӣ, инчунин обхезӣ, обмонӣ (подтопление), шуста шудани соҳилҳо ва фуру рехтани онҳо ҷудо карда шаванд. Дар асоси дешифркунии тасвирҳои харитаи ҷамъбасти равандҳои муҳандисӣ-геологӣ таҳия гардид, ки тамоми қаламрави шаҳро фаро мегирад. Арзёбии миқдори масоҳатҳои осебдида аз равандҳои гуногун анҷом дода шуда, муайян гардид, ки қисми зиёди ҳудуди шаҳр ба минтақаҳои рушди лағзишҳо, сангрзӣ ва тармаҳо рост меояд; ҳамзамон масоҳатҳои назаррас ба обхезӣ ва обмонӣ дучор мешаванд. Натиҷаҳои бадастомада имкон медиҳанд қитъаҳои аз ҳама хатарнок барои бунёдкунии мавҷуда ва оянда муайян карда шуда, инчунин самтҳои афзалиятноки ҳифзи муҳандисӣ асоснок гарданд. Истифодаи маълумоти зондкунӣ

дурдаст самаранокии баландро барои инвентаризатсияи фаврӣ ва навсозии иттилоот оид ба равандҳои хатарноки геологӣ дар шароити мураккаби қӯҳии Памири Ғарбӣ нишон дод. Илова бар ин, натиҷаҳо аҳамияти геоэкологӣ доранд, зеро онҳо имкон медиҳанд минтақаҳои деградацияи манзараҳои нишебӣ, қитъаҳои дренажи вайроншуда ва манбаъҳои эҳтимолии ифлосшавӣ ва лойолудшавии маҷроҳои об, ки ҳангоми фаъолишавии равандҳои ҷозибавӣ ва обӣ ба вуҷуд меоянд, арзёбӣ карда шаванд. Харитаи ҷамъбасти метавонад ҳамчун замина барои зоникунии геоэкологии ҳудуд ва асосноккунии маҳдудиятҳои ҳифзи табиат ҳангоми банақшагирии шахрсозӣ истифода шавад.

**Калидвожаҳо:** зондкунӣ дурдаст, геоэкология, Google Earth, равандҳои хатарноки геологӣ, лағзишҳо, сангрезӣ, селобаҳо, тармаҳои барфӣ, обмонӣ, обхезӣ, шуста шудани соҳилҳо, шаҳри Хоруғ, ВМКБ, Тоҷикистон.

## USE OF REMOTE SENSING DATA TO ASSESS THE DISTRIBUTION OF HAZARDOUS GEOLOGICAL PROCESSES IN THE CITY OF KHOROG (GBAO, TAJIKISTAN)

M.M. Magdiev

*Lomonosov Moscow State University in Dushanbe*

**Annotation.** *This paper examines the distribution of the most hazardous engineering-geological processes within the city of Khorog (Gorno-Badakhshan Autonomous Oblast, Republic of Tajikistan) using Earth remote sensing data. High-resolution satellite imagery (Google Earth), cartographic materials, and archival (fund) data were used and integrated in a GIS environment to delineate areas affected by landslides, rockfalls and debris slopes (collapses and screes), debris-flow (mudflow) processes, snow avalanches, groundwater flooding (waterlogging) and inundation, as well as riverbank undercutting and failures. Image interpretation was used to compile an integrated map of engineering-geological processes covering the entire city area. A quantitative assessment of the areas impacted by different processes was carried out, showing that the largest part of the urban territory falls within zones of landslides, rockfalls, and avalanches, while substantial areas are also subject to inundation and waterlogging. The results make it possible to identify the most hazardous sites for existing and planned urban development and to determine priority directions for engineering protection measures. The use of remote sensing data proved highly effective for rapid inventorying and updating information on hazardous geological processes under the complex mountainous conditions of the Western Pamir. In addition, the results have geoecological significance, as they enable assessment of zones of slope-landscape degradation, areas of disturbed drainage, and potential sources of pollution and siltation of watercourses arising during the activation of*

*gravitational and hydrological processes. The integrated map can be used as a basis for geocological zoning of the territory and for substantiating environmental restrictions in urban planning.*

**Keywords:** *remote sensing, geocology, Google Earth, hazardous geological processes, landslides, rockfalls, debris flows, snow avalanches, waterlogging, inundation, riverbank undercutting, Khorog, GBAO, Tajikistan.*

**Сведения об авторе:** **Магдиев Мухаммадин Махмудович** – ассистент кафедры математики и естественных наук филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бохтар 35/1. **Телефон:** (+992 91) 864 00 60. **E-mail:** [magdiyev.mukhammadamin@bk.ru](mailto:magdiyev.mukhammadamin@bk.ru).

**Маълумот дар бораи муаллиф:** **Магдиев Мухаммадин Махмудович** – ассистенти кафедраи математика ва илмҳои табиӣ филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар ш. Душанбе. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Душанбе, к. Бохтар 35/1. **Телефон:** (+992 91) 864 00 60. **E-mail:** [magdiyev.mukhammadamin@bk.ru](mailto:magdiyev.mukhammadamin@bk.ru).

**Information about the author:** **Magdiyev Muhammadamin Makhmudovich** – Assistant, Department of Mathematics and Natural Sciences, Lomonosov Moscow State University in Dushanbe. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Bokhtar Str., 35/1. **Phone:** (+992 91) 864 00 60. **E-mail:** [magdiyev.mukhammadamin@bk.ru](mailto:magdiyev.mukhammadamin@bk.ru).

**ОЦЕНКА ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ ДЛЯ  
ОБОСНОВАНИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА МОСТА ЧЕРЕЗ Р. СУРХОБ  
(НУРАБАДСКИЙ РАЙОН, РЕСПУБЛИКА ТАДЖИКИСТАН)**

**Магдиев М.М., Джаборова Ш.Д.**

***Филиал Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе***

*Аннотация.* В статье рассмотрены инженерно-геологические условия участка строительства мостового перехода через реку Сурхоб на автомобильной дороге Вахдат–Раит–Джиргиталь – граница с Кыргызстаном (Нурабадский район). Работа выполнена по материалам инженерно-геологических изысканий и данным лабораторно-полевых исследований. Охарактеризованы природные условия района (климат, рельеф, геоморфология), геологическое строение и современные опасные процессы. Показано, что территория относится к зонам сложных инженерно-геологических условий и высокой сейсмичности (расчётная сейсмичность 9 баллов), а также подвержена переработке берегов и изменению русловых условий при эксплуатации водохранилища Рогунской ГЭС. На глубину изысканий 3.0-57.2 м выделено семь инженерно-геологических элементов (ИГЭ) и приведены их нормативные и расчетные характеристики, используемые при назначении параметров основания и конструктивных решений. Сформулированы основные инженерные рекомендации: учет возможного обводнения и снижения прочности глинистых прослоев при динамических воздействиях, необходимость уточнения устойчивого профиля откосов в створе моста для землетрясения 9 баллов, а также целесообразность посадки фундаментов на более прочные конгломераты при наличии слабых верхних толщ.

**Ключевые слова:** мостовой переход, инженерно-геологические условия, река Сурхоб, Нурабадский район, Рогунское водохранилище, сейсмичность 9 баллов, переработка берегов, грунты основания, ИГЭ, расчётные характеристики.

**Введение.** Развитие транспортной инфраструктуры в горных районах Республики Таджикистан требует строительства мостов и тоннелей, обеспечивающих устойчивое сообщение между регионами и странами Центральной Азии. В условиях горного рельефа и активной тектоники

надежность мостовых сооружений во многом определяется инженерно-геологическими условиями площадки: литологией грунтов основания, режимом поверхностных и подземных вод, развитием склоновых и русловых процессов, а также уровнем сейсмической опасности. Цель настоящей статьи – обобщить результаты инженерно-геологических исследований по участку строительства мостового перехода через р. Сурхоб и представить параметры грунтов, необходимые для обоснования проектных решений и оценки геологических рисков.

**Общие положения.** Исходной базой данной статьи послужили материалы инженерно-геологических изысканий на стадии ТЭО, выполненные ГУП «ИПТС» по данным обследований и буровых работ, а также результаты более ранних исследований (в том числе 1986–1988 гг.) и последующих изысканий на трассе автомобильной дороги. Комплекс работ включал бурение скважин и построение инженерно-геологических разрезов, инженерно-геологическое картирование, а также лабораторные и полевые испытания грунтов. В лаборатории определяли влажность, плотностные характеристики, химический состав, показатели пластичности (пределы Аттерберга), выполняли компрессионные испытания и испытания прочности на сжатие. В полевых условиях применяли динамическое зондирование и другие методы оценки свойств грунтов. Статистическая обработка результатов позволила рассчитать нормативные и расчетные значения характеристик для выделенных инженерно-геологических элементов.

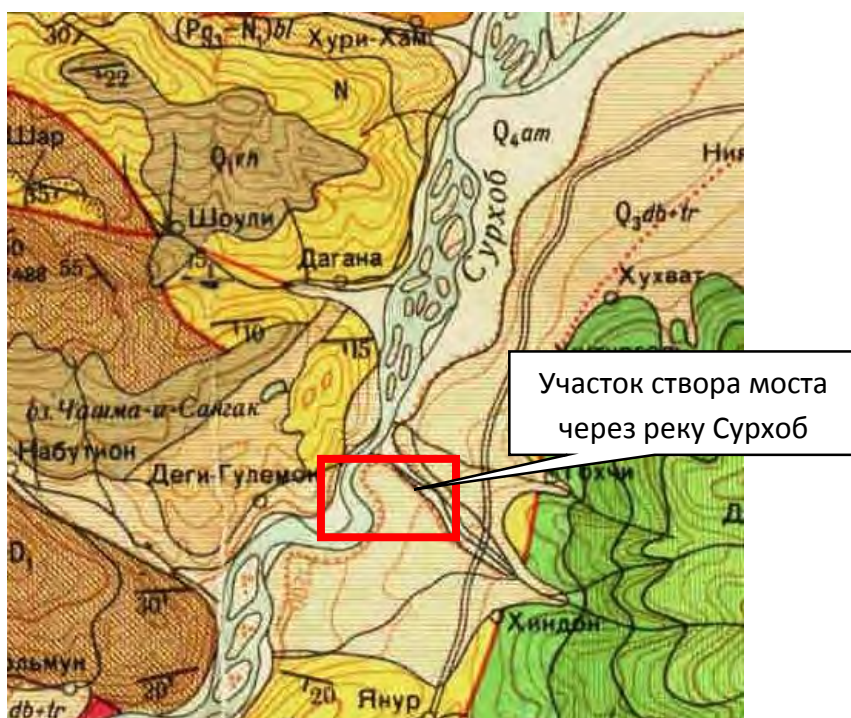
*Природно-географическая и инженерно-геологическая характеристика района.* Участок строительства расположен в Нурабадском районе Раштской долины и приурочен к долине р. Сурхоб. Проектируемый мост является сооружением повышенной ответственности (пролет порядка 715 м) и размещается в зоне проявления опасных геологических процессов: подмыва и обрушения берегов, склоновой эрозии, а также потенциальной оползневой активности выше по течению. Рельеф участка горный, берега реки крутые, с превышением более 50 м; в настоящее время рельеф активно изменяется

техногенными работами. Климат относится к поясу недостаточно влажного: среднегодовая температура около +11.2 °С, среднегодовое количество осадков порядка 838 мм, глубина промерзания почв принимается около 0.9 м.

Современные геологические процессы представлены сочетанием эндогенных (сейсмичность) и экзогенных (эрозионно-денудационные и гравитационные) факторов. По данным сейсмического районирования участок строительства характеризуется расчетной сейсмичностью 9 баллов. Для мостовых сооружений длиной более 500 м требуется учет данных специальных инженерно-сейсмологических исследований. Дополнительным специфическим фактором является эксплуатация водохранилища Рогунской ГЭС, которая может вызвать переработку берегов при переменных уровнях, заиление русла, изменение свойств грунтов основания при обводнении и потенциальную тенденцию к увеличению частоты землетрясений после затопления чаши. В первые годы эксплуатации водохранилища прогнозируется интенсивное накопление наносов (первые 2–3 года – до 5–10 м/год), в дальнейшем – порядка 1 м/год за счет речного стока; возможны суффозионно-эрозионные процессы и дополнительные динамические нагрузки на опоры при разжижении донных наносов во время землетрясений. Грунтовые воды в районе опор до глубины изысканий не вскрывались.

*Геологическое строение и инженерно-геологические элементы.* В геологическом строении района участвуют породы неогенового и четвертичного возраста (рис. 1). В основании разреза залегают сцементированные валунно-галечниковые грунты (конгломераты), дислоцированные в моноклиналичную структуру с падением пластов на юг и юго-восток. На их размытой поверхности развиты аллювиальные и озерно-аллювиальные отложения, а также широко распространены пролювиальные щебенистые грунты. На глубину инженерных изысканий 3.0-57.2 м по результатам анализа пространственной изменчивости свойств и геологического строения выделено семь инженерно-геологических элементов (ИГЭ), включающих почвенно-растительный слой, глинистые и

суглинистые грунты различной консистенции, пролювиально-обломочные толщи, а также конгломераты различной прочности (табл. 1).



**Рисунок 1.** Стратиграфо-генетическое строение Нурабадского района

**Таблица 1.** Расчётные характеристики грунтов (по ИГЭ)

ИГЭ	Описание	$\rho$ , т/м <sup>3</sup>	W, %	E, МПа	$\phi$ , °	C, кПа	$R_c / R_0$ , МПа
2	Суглинок (твёрдый), гравий $\leq 10\%$	1.58	20.68	5.2	20	15	– / 0.18
3	Галечник–щебень (аллювий/пролювий)	2.05	5.56	40	40	1	– / 0.30
4	Конгломерат (известковый цемент), средняя прочность	2.45	1.04	–	–	–	10.4 / 0.50
5	Конгломерат (известковый цемент), малая прочность	2.37	0.72	–	–	–	6.7 / 0.50
6	Щебень с галькой, заполнитель суглинок/песок	2.08	4.74	40	40	1	– / 0.30
7	Щебень с галькой (до 30% глыб), заполнитель суглинок/песок	2.16	3.00	40	40	1	– / 0.30

Примечание:  $\rho$  – плотность грунта; W – природная влажность; E – модуль деформации;

## **Обсуждение инженерно-геологических рисков и рекомендации**

С точки зрения проектирования ключевыми факторами риска являются: (1) высокая сейсмичность территории и необходимость учета динамических эффектов в грунтах основания; (2) возможность переработки берегов и переформирования русловой зоны при эксплуатации водохранилища; (3) наличие относительно слабых глинистых толщ, которые при обводнении и сейсмических воздействиях могут снижать прочность за счет роста порового давления и, в отдельных случаях, разжижения. Для снижения рисков рекомендуется выполнять уточняющие инженерно-геологические и инженерно-сейсмологические исследования на стадии рабочего проекта, включая определение устойчивого расчетного профиля левого и правого берегов в створе моста. При наличии глинистых и суглинистых грунтов верхних горизонтов целесообразно прорезать их и опирать фундаменты на более прочные конгломераты (ИГЭ 4), обладающие существенно большей прочностью. Также необходимо предусмотреть мероприятия по инженерной защите и эксплуатации: локальное берегоукрепление и подпорные конструкции на подходах, учет возможной суффозии и эрозии частиц при колебаниях уровней воды, а также антикоррозионную защиту подземных металлических конструкций.

### **Выводы**

Участок строительства мостового перехода через р. Сурхоб в Нурабадском районе характеризуется сложными инженерно-геологическими условиями, обусловленными горным расчлененным рельефом, активными русловыми и склоновыми процессами, а также высокой расчетной сейсмичностью (9 баллов).

Геологическое строение представлено сочетанием неогеновых конгломератов, четвертичных аллювиальных, озерно-аллювиальных и пролювиальных отложений. На глубину изысканий 3.0-57.2 м выделено 7 ИГЭ, для которых выполнена статистическая обработка и приведены нормативные и расчетные характеристики.

Грунты в створе моста не обладают просадочными свойствами, однако при эксплуатации водохранилища Рогунской ГЭС ожидаются переработка берегов,

заиление русла и изменение свойств грунтов при обводнении, что может сопровождаться дополнительными динамическими воздействиями на опоры в период сильных землетрясений.

Для повышения надежности сооружения рекомендуется выполнять уточняющие исследования сейсмоусловий и устойчивости склонов, а при назначении оснований опор – по возможности опирать фундаменты на прочные конгломераты ИГЭ 4 и учитывать влияние обводнения и русловых деформаций на протяжении срока эксплуатации.

### Литература

1. Маслов Н.Н. Условия устойчивости склонов и откосов в гидроэнергетическом строительстве// М: Госэнергоиздат, 1955. – 467 с.
2. Отчёт: «Мост через водохранилище Рогунской ГЭС. Вариант III» (1986–1988)// Таджикгипротрансстрой (ГУП «ИПТС»)// Фондовые материалы, 1988. – 67 с.
3. Отчёт: «Автомобильная дорога Вахдат–Рашт–Джиргиталь – граница Кыргызстана (72–158 км)»// ООО «Автострада». Фондовые материалы, 2018. – 43 с.

### АРЗЁБИИ ОМИЛҲОИ МУҲАНДИСӢ-ГЕОЛОГӢ БАРОИ АСОСНОККУНИИ СОХТМОНИ ПУЛ АЗ БОЛОИ ДАРӢИ СУРХОБ (НОҲИЯИ НУРОБОД, ҶУМҲУРИИ ТОЧИКИСТОН)

Магдиев М.М., Чаборова Ш.Д.

*Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар шаҳри Душанбе*

*Аннотатсия. Дар мақола шароити муҳандисӣ-геологӣи қитъаи сохтмони гузаргоҳи пулӣ аз болои дарёи Сурхоб дар роҳи автомобилгарди Ваҳдат–Рашт–Ҷиргитал–сарҳад бо Қирғизистон (ноҳияи Нуробод) баррасӣ шудааст. Кор дар асоси маводи кофтуковҳои муҳандисӣ-геологӣ ва маълумоти тадқиқотҳои лабораторӣ-саҳроӣ иҷро гардидааст. Шароити табиӣи ноҳия (иқлим, рельеф, геоморфология), сохтори геологӣ ва равандҳои хатарноки муосир тавсиф карда шудаанд. Нишон дода шудааст, ки ҳудуд ба минтақаҳои*

шароити мураккаби муҳандисӣ-геологӣ ва сейсмиқнокии баланд мансуб буда (сейсмиқнокии ҳисобӣ 9 балл), ҳамзамон дар натиҷаи истифодаи обанбори НБО-и Рогун ба коркарди соҳилҳо ва тағйирёбии шароити маҷроӣ (каналӣ дарё) дучор мегардад. Дар умқи кофтуковҳо аз 3,0 то 57,2 м ҳафт унсури муҳандисӣ-геологӣ (УМГЭ/ИГЭ) ҷудо карда шуда, нишондиҳандаҳои меъёрӣ ва ҳисоби онҳо, ки ҳангоми таъини параметрҳои таҳкурсии ва қарорҳои конструктивӣ истифода мешаванд, оварда шудаанд. Тавсияҳои асосии муҳандисӣ пешниҳод гардидаанд: ба назар гирифтани эҳтимоли обсерӣ ва паст шудани мустаҳкамии қабатҳои гилии байниқабатӣ ҳангоми таъсирҳои динамикӣ; зарурати дақиқ кардани профили устувори нишебихо дар створи пул барои заминларзаи 9-баллӣ; инчунин мувофиқ будани ҷойгиркунии таҳкурсии ба конгломератҳои устувортар дар ҳолати мавҷуд будани қабатҳои заифи болоӣ. **Калидвожаҳо:** гузаргоҳи пулӣ, шароити муҳандисӣ-геологӣ, дарёи Сурхоб, ноҳияи Нуробод, обанбори Рогун, сейсмиқнокии 9 балл, коркарди соҳилҳо, хокҳои асос (грунтҳои таҳкурсии), ИГЭ, нишондиҳандаҳои ҳисобӣ.

## ASSESSMENT OF ENGINEERING-GEOLOGICAL FACTORS TO SUBSTANTIATE THE CONSTRUCTION OF A BRIDGE ACROSS THE SURKHOB RIVER (NURABAD DISTRICT, REPUBLIC OF TAJIKISTAN)

M.M. Magdiev, Sh.D. Dzhaborova

*Lomonosov Moscow State University in Dushanbe*

**Annotation.** *The paper considers the engineering-geological conditions of a site selected for the construction of a bridge crossing the Surkhob River along the Vahdat–Rasht–Jirgatal–Kyrgyzstan border highway (Nurabad District). The study is based on engineering-geological survey materials and laboratory and field investigation data. The natural setting of the area (climate, topography, and geomorphology), geological structure, and present-day hazardous processes are described. The territory is shown to belong to zones with complicated engineering-geological conditions and high seismicity (design seismic intensity of 9), and it is also affected by bank erosion and changes in channel conditions during the operation of the Rogun HPP reservoir. Within the investigated depth interval of 3.0–57.2 m, seven engineering-geological units (EGUs) were identified, and their standard and design parameters used for foundation design and structural solutions are presented. Key engineering recommendations are formulated: to account for possible water saturation and strength reduction of clay interlayers under dynamic loading; to уточн refine the stable slope profile within the bridge alignment for a magnitude corresponding to 9-intensity earthquakes; and to consider founding the bridge foundations on stronger conglomerates where weak upper strata are present.*

**Keywords:** bridge crossing, engineering-geological conditions, Surkhob River, Nurabad District, Rogun Reservoir, seismicity 9, bank erosion, foundation soils, EGU, design parameters.

**Сведения об авторах:** **Магдиев Мухаммадамин Махмудович** – ассистент кафедры математики и естественных наук филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бохтар 35/1. **Телефон:** (+992 91) 864 00 60. **E-mail:** [magdiyev.mukhammadamin@bk.ru](mailto:magdiyev.mukhammadamin@bk.ru).

**Джаборова Шукрона Джалоловна** – лаборант лаборатории геологии филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бохтар 35/1. **Телефон:** (+992 90) 442 24 21. **E-mail:** [shukrona.dzhaborova@bk.ru](mailto:shukrona.dzhaborova@bk.ru).

**Маълумот дар бораи муаллифон:** **Магдиев Мухаммадамин Махмудович** – ассистенти кафедраи математика ва илмҳои табиӣ, филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар ш. Душанбе. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Душанбе, к. Бохтар 35/1. **Телефон:** (+992 91) 864 00 60. **E-mail:** [magdiyev.mukhammadamin@bk.ru](mailto:magdiyev.mukhammadamin@bk.ru).

**Ҷаборова Шукрона Ҷалоловна** – лаборанти лабораторияи геологияи филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар ш. Душанбе. **Суроға:** 734003, Ҷумҳурии Тоҷикистон, Душанбе, к. Бохтар 35/1. **Телефон:** (+992 90) 442 24 21. **E-mail:** [shukrona.dzhaborova@bk.ru](mailto:shukrona.dzhaborova@bk.ru).

**Information about the authors:** **Magdiyev Muhammadamin Makhmudovich** – Assistant, Department of Mathematics and Natural Sciences, Lomonosov Moscow State University in Dushanbe. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Bokhtar Str. 35/1. **Phone:** (+992 91) 864 00 60. **E-mail:** [magdiyev.mukhammadamin@bk.ru](mailto:magdiyev.mukhammadamin@bk.ru).

**Dzhaborova Shukrona Dzhhalolovna** – lab technician of Geology Laboratory, Lomonosov Moscow State University in Dushanbe. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Bokhtar Str. 35/1. **Phone:** (+992 90) 442 24 21. **E-mail:** [shukrona.dzhaborova@bk.ru](mailto:shukrona.dzhaborova@bk.ru).

## ОБЗОРНАЯ ОЦЕНКА ПРОЯВЛЕНИЯ ЭКЗОГЕННЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЗАПАДНОГО И ВОСТОЧНОГО ПАМИРА

Саидзода С.М.

*Центр изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана*

*Аннотация.* Статья посвящена выявлению особенностей распространения и динамики экзогенных геологических процессов, что является важным этапом при разработке методологических основ региональной оценки опасных природных процессов и явлений. Полученные результаты могут быть использованы для снижения рисков природных бедствий, а также для обеспечения рационального природопользования с учетом экологических приоритетов.

*Ключевые слова:* экзогенно-геологические процессы, сель, оползень, обвал, лавина, склон, территория, регион, район, подрайон.

### **Введение**

**Факторы развития экзогенных геологических процессов.** Развитие геологических процессов на территории Памира определяется сложным взаимодействием структурно-геологических, неотектонических и климатических факторов, а также литологическим составом горных пород. Существенное влияние оказывает резко расчленённый рельеф, современные дифференцированные движения земной коры, сопровождающиеся интенсивной сейсмичностью, а также значительные суточные и сезонные колебания температур, которые обуславливают активное физическое выветривание. Дополнительным фактором выступает наличие многолетнемерзлых пород и сезонного промерзания, что способствует формированию современных криогенных явлений, особенно характерных для Восточно-Памирской области.

Для исследуемой территории типично взаимное обусловливание современных геологических процессов и явлений. Так, интенсивное

выветривание горных пород приводит к формированию на склонах осыпей и курумов; подмыв склонов речными потоками и абразия берегов озёр обуславливают возникновение оползней-осовов; землетрясения инициируют развитие крупных обвалов и оползней. В долинах рек Западного Памира данные процессы формируют запруды и завальные озёра, которые, в свою очередь, представляют потенциальные очаги селеобразования.

### **Результаты исследований**

*Районирование территории.* Принципы районирования, лежащие в основе анализа экзогенно-геологических процессов (ЭГП), позволяют выделить типовые территории, отражающие как особенности пространственного распространения процессов, так и закономерности их развития. Эти закономерности проявляются в зависимости от: структурно-тектонических условий регионов, их частей или отдельных массивов пород на склонах; климатических факторов в пределах регионов и областей; геоморфологического облика отдельных территориальных единиц; литологического состава породных комплексов, формаций и их генетических разновидностей; неотектонических условий развития отдельных участков; сейсмического режима территории в целом и локальных зон повышенной трещиноватости и раздробленности, приуроченных к крупнейшим краевым швам и внутрискрутурным сейсмоактивным разрывам.

Данные закономерности наиболее наглядно проявляются при анализе комплексов экзогенно геологических процессов в пределах оползневых, селевых и эрозионных районов, как на уровне крупных регионов, так и в границах отдельных инженерно-геологических областей.

В пределах Таджикистана С.М. Виниченко и Л.М. Таран [1], а также другие исследователи [3, 4], выделили пять инженерно-геологических регионов первого порядка. Классификация основана на морфологических особенностях рельефа, степени его расчленённости, а также на характере и амплитуде новейших тектонических поднятий. К указанным регионам относятся: Срединно-

Тяньшанский, Южно-Тяньшанский, Памирский, Ферганский и Южно-Таджикский.

В рамках данной работы основное внимание уделяется Памирскому инженерно-геологическому региону, как одному из ключевых объектов анализа проявления экзогенных процессов.

**Тектоническое строение.** Памирский регион характеризуется высокой сложностью и гетерогенностью геолого-структурного строения, значительной амплитудой положительных неотектонических движений и выраженной неоднородностью ороклиматических условий.

Тектоническое строение территории отличается разнородностью: Северный Памир приурочен к южной части палеозойского орогенного пояса, тогда как остальная часть региона относится к мезозойскому орогенному поясу. Герцениды Северного Памира образуют крупную дугообразную структуру, выпуклую к северу. По Дарваз-Каракульскому краевому разлому во внешней части этой дуги породы оказались запрокинутыми и надвинутыми на мезозойско-кайнозойские отложения Южно-Таджикской депрессии.

**Различия Западного и Восточного Памира.** Существенные различия в рельефе и климате Западного и Восточного Памира обусловили формирование в их пределах принципиально различных экзогенных геологических процессов. Так, на территории Западного Памира энергичная речная эрозия привела к развитию глубоко расчленённого рельефа с пикообразными гребнями и обрывистыми ущельями. Восточный Памир, напротив, характеризуется сглаженными формами рельефа: здесь наблюдаются менее крутые склоны, относительно пологие вершины, небольшие превышения водоразделов над долинами и широкое развитие криогенных процессов. Данные ландшафтные различия позволили выделить в пределах региона две инженерно-геологические области.

**Особенности рельефа Западного Памира.** Западно-Памирская область представляет собой систему субширотных хребтов, разделённых субсеквентными долинами, формирование которых связано с краевыми и

региональными разломами. К ним относятся долины Ванча, Язгулема, Бартанга, Гунта с Шахдарой, а также верховья Пянджа с Памиром.

Ключевая морфологическая особенность рельефа Западного Памира заключается в колоссальных превышениях водоразделов (3-4 км) над долинами. На фоне интенсивных новейших поднятий здесь активно развиваются эрозионные, склоново-гравитационные и ледниково-нивальные процессы. Узкие долины с высокими и крутыми склонами, интенсивное выветривание пород, горно-долинное оледенение и высокая сейсмотектоническая активность способствовали формированию крупных оползней, обвалов и осыпей на протяжении всего новейшего геологического этапа развития.

**Обвально-оползневые процессы.** Обвально-оползневые процессы в условиях Западного Памира приобрели настолько широкое и масштабное распространение, что стали одним из ключевых факторов рельефообразования. Особое значение имеют сейсмогенные оползни, неоднократно проявлявшиеся в пределах региона. Характерным примером является Усойский оползень объёмом 2,2 км<sup>3</sup>, произошедший в феврале 1911 года, который перекрыл долину Мургаба и образовал Сарезское озеро. В бассейнах рек Бартанг и Мургаб выделяются участки сосредоточения подобных явлений. Оползни, как правило, приурочены к крутым (30–50°) и высоким (до 1000 м) склонам, сложенным преимущественно мезозойскими и палеозойскими песчаниками и сланцами.

«На 45 оползне-обвальных территориях Памира в пределах Западно-Памирской области размещено 43 подрайона, т.е. практически все выявленные оползни и обвалы сосредоточены здесь. Особенностью типов оползне-обвальных территорий является полное отсутствие подрайонов с развитием оползней в четвертичных отложениях и НСГ оползней и укороченный ряд типов в породах мезозой-кайнозойского возраста» [2, с. 99].

**Оползневые процессы в четвертичных отложениях Западного Памира.** Отсутствие активно развивающихся оползневых процессов в пределах делювиальных и покровных отложений четвертичного возраста обусловлено практически полным отсутствием мощных лессовых толщ делювиального и

полигенетического генезиса. Именно такие толщи в других регионах служат наиболее благоприятной средой для формирования и прогрессирования оползней. Однако данное обстоятельство не означает полного отсутствия оползневых проявлений в четвертичных отложениях Западного Памира. Единичные случаи их развития зафиксированы в маломощных мелкощебнистых аллювиально-делювиальных и делювиально-осыпных конусах, а также в покровах среднечетвертичных морен. Тем не менее указанные формы проявлений имеют крайне ограниченный и разобщённый характер распространения.

«Территории с набором оползневых ассоциаций в породах платформенных формаций мезо-кайнозойского возраста выпадают из схемы районирования, так как НСГ оползни, развиваясь практически на всей территории, имеют ограниченное распространение, и зафиксированы, в основном, как современные развивающиеся массивы 2-го порядка на древних оползневых склонах, включенных в самостоятельные территории. Таким образом, практически все выделенные подрайоны рассматриваются как территории с массовым развитием оползней и обвалов ассоциацией сейсмогенных и условно-сейсмогенных оползней в зонах крупнейших сейсмоактивных разломов в пределах карбонатно-терригенных формаций мезозойского возраста» [2, с. 99].

***Селевые процессы западного Памира.*** Территория Западного Памира характеризуется широким развитием и высокой частотой проявления селевых процессов, преимущественно грязекаменного и водокаменного типа. Основными источниками твёрдой составляющей служат моренные материалы и шлейфы обвально-осыпных отложений. Отдельные случаи фиксируют формирование селей в результате прорыва запрудных озёр, что значительно усиливает опасность этих процессов.

### **Обсуждение результатов**

В целом, для Западно-Памирской области, как и для большинства высокогорных, сильно расчленённых регионов, характерно практически повсеместное селевое поражение долин. Однако именно здесь сели приобретают

масштаб стихийного бедствия. Это связано с тем, что их зоны зарождения сосредоточены преимущественно в пределах перегляциальных и гляциальных районов, где в формировании селевых потоков принимают участие мощные шлейфы и конусы снежно-гляциальных рыхлообломочных накоплений. Существенную роль играет также снегово-ледовое питание водной составляющей.

Энергетический потенциал селевых потоков настолько значителен, что в долинах рек Ванч и Гунт аккумуляция наносов приводит к перекрытию современных русел и пойм. Дополнительные сложности в транзите селевых масс создают многочисленные оползневые и лавинные перекрытия II и III порядка, усиливающие катастрофичность процессов.

В пределах Западно-Памирской инженерно-геологической области представлены практически все типы селевых территорий, за исключением тех, что формируются в условиях четвертичных отложений разнообразного генезиса, требующих наличия лессовых толщ и развития оползней течения в связанных породах.

«Преобладают территории с формированием селевых процессов в пределах стратиграфо-литологических комплексов палеозойского возраста, где зарождение происходит по эрозионно-гравитационному и сложному смещённому типу при активном участии лавин. Аккумуляция селей характерна для долин II порядка всех крупных рек, что обуславливает почти склоновой характер селевого поражения. Следует отметить, что коэффициенты селевой поражённости по подрайонам варьируют, но преимущественно остаются высокими, достигая значений 4-8» [2, с. 99].

*Инженерно-геологические особенности Восточного Памира.* Восточно-Памирская область, напротив, представляет собой высокоподнятое плоскогорье. Здесь над широкими плоскодонными долинами и замкнутыми озёрными котловинами возвышаются горные хребты и островные массивы с относительными превышениями порядка 600–800 до 1000–1500 м. Абсолютные отметки вершин достигают 5000–6000 м, тогда как днища главных долин

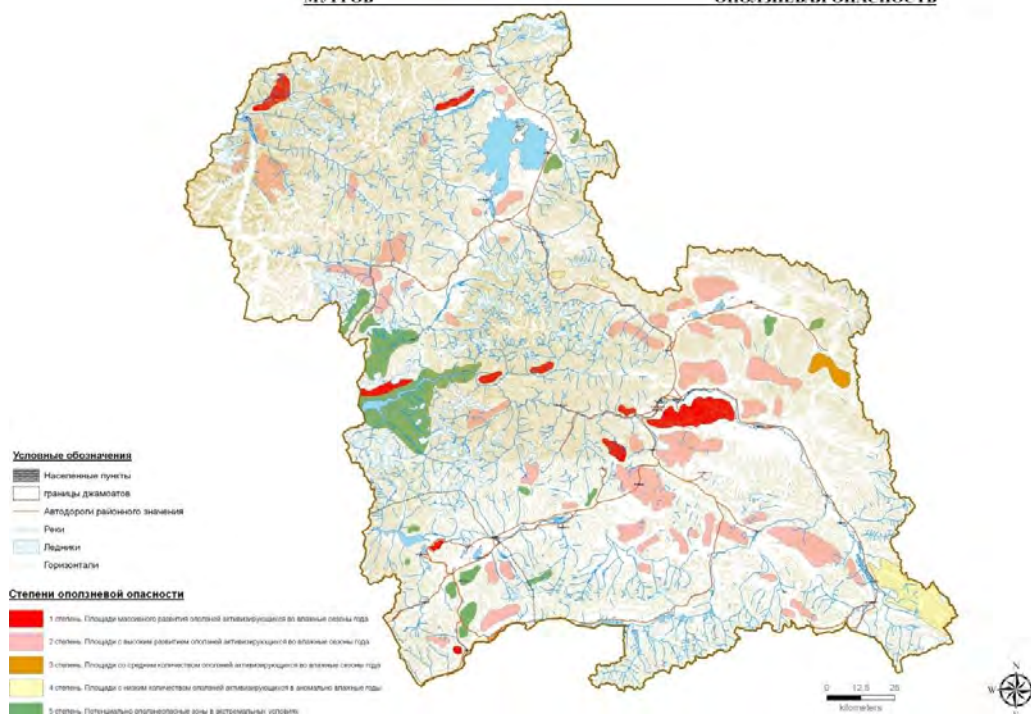
располагаются на высотах 3500–4000 м. Ландшафт Восточного Памира характеризуется как типичная высокогорная пустыня с крайне суровыми условиями: низкими среднегодовыми температурами, аридным климатом и чрезвычайно малым количеством атмосферных осадков.

С инженерно-геологической точки зрения Восточно-Памирская область относится к зоне развития островной многолетней мерзлоты. Наличие вечномерзлых пород предопределяет широкое распространение криогенных процессов. Здесь активно развиваются солифлюкционные течения и курумы в районах, сложенных осыпными, делювиально-осыпными и элювиально-делювиальными отложениями. В пределах аллювиальных и озёрных образований наблюдаются бугры пучения, булгунняхи, морозные трещины и другие формы мерзлотной динамики.

Наиболее типичные бугры пучения – булгунняхи высотой до 0.5 м и диаметром до 1.5 м – приурочены к долинам рек Марчоб (Мургаб), Аличор (Аличур), Аксу, а также к озёрным котловинам Каракуль, Рангкуль, Яшилькуль, Зарринкуль (Зоркуль) и других водоёмов. Их формирование обусловлено деятельностью надмерзлотных вод, аккумулирующихся в мелкоземистых толщах аллювиальных, пролювиальных и озёрных накоплений. «Бурением скважин установлены ископаемые льды, мощность которых достигает до 5 м (Иванов, 1974)» [3, с.100].

***Пространственное распространение.*** Современные оползневые (рис. 1) и селевые (рис. 2) процессы имеют ограниченное распространение и приурочены преимущественно к бортам межгорных котловин, а также к переходной зоне в сторону Западного Памира.

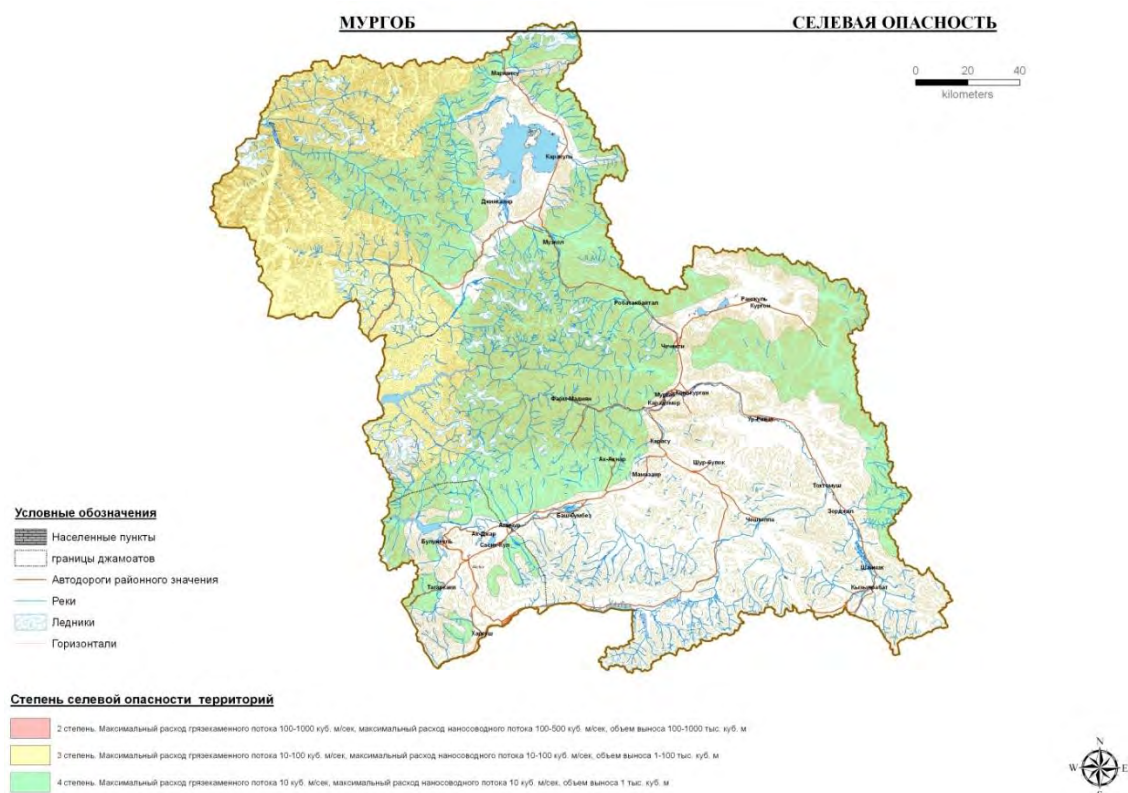
При этом особый интерес представляет своеобразный «восточно-памирский» тип селевых территорий, для которого характерно сопорадическое формирование селей в тесной парагенетической связи с лавинами и мерзлотно-солифлюкционными течениями грунтов на сглаженных склонах возвышенностей.



**Рисунок 1.** Карта оползневой опасности Мургабского района Республики Таджикистан (автор: Саидов М.С.)

Особенности Восточно-Памирского типа. Следует подчеркнуть, что площадь селевого поражения в данных условиях нередко формируется в комплексе с другими экзогенными процессами, прежде всего мерзлотно-гравитационными и лавинными, что особенно проявляется в высокогорных районах Памирского и Тянь-Шаньского регионов. Коэффициент селевой поражённости в пределах отдельных подрайонов остаётся высоким и достигает значений 6-7. Однако следует отметить, что он в значительной мере определяется селеносностью одной или двух крупных долин, на которые приходится основная доля подобных проявлений.

*Интенсивность и объёмы.* Несмотря на высокую интенсивность локальной поражённости, сами селевые события носят сравнительно редкий характер. Объёмы единовременных выносов при этом ограничены и, как правило, составляют 25–35 тыс. м<sup>3</sup>, что указывает на специфику развития селевых процессов в рассматриваемом регионе.



**Рисунок 2.** Карта селевой опасности Мургабского района  
Республики Таджикистан (автор: Саидов М.С.)

## Выводы

Общие закономерности развития экзогенных процессов на Памире проявляются в следующих аспектах:

1. **Высотно-зональная обусловленность.** Развитие процессов строго подчинено высотно-зональному геоморфологическому строению территории. Их зарождение наблюдается в пределах и выше снеговой линии, где формируются селевые потоки. В дальнейшем они проходят стадию транзита в среднегорье, сопровождаясь активным размывом берегов рек и оползневыми смещениями, и трансформируются в предгорные зоны и крупные речные долины, где приобретают характер массовых поражающих явлений.

2. **Геолого-литологическая и тектоническая детерминированность.** Характер и масштаб процессов во многом определяются геолого-литологическими особенностями пород и неотектоническим строением всего Памирского региона. В частности, на Западном Памире преобладают крупномасштабные селевые

процессы, снежные лавины, мощные оползни и обвалы сейсмического генезиса. Для Восточного Памира, напротив, характерна редкая повторяемость селей; их объемы значительно меньше и составляют, как правило, 25–35 тыс. м<sup>3</sup>, что в равной мере относится и к оползням, и к лавинам.

Кроме того, для Западного Памира наиболее типично развитие селей в крупных долинах III порядка, при этом их повторяемость варьирует от 10 до 30 лет. Эти процессы имеют смешанное эрозионно-ледниковое происхождение. Наиболее показательными примерами служат селевые явления верхней части Ванчской долины и правого борта реки Гунт.

### Литература

1. Винниченко С.М., Таран Л.М. Инженерно-геологические исследования для составления специализированной инженерно-геологической карты масштаба 1:100 000 к обоснованию схемы инженерной защиты Юго-Западного Таджикистана и бассейна р. Зерафшан за 1984–1984 гг // Фонды ЮГГЭ. – 1984. – Т. 1. – Кн. 1. – 246 с.
2. Винниченко С.М. Организация мониторинга опасных геологических процессов (оползней, селей, эрозии) на территории Таджикистана//Отчёт Таджикской геологосъемочной партии по работам 1990–1993 гг. в масштабах 1:500 000 и 1:200 000// – Кн. 1. – 1994. – 162 с.
3. Каталов Г.А. Результаты инженерно-геологических исследований по составлению специализированной инженерно-геологической карты масштаба 1:100 000 к обоснованию схемы инженерной защиты Ленинабадской области// Фонды «Таджикгеология»/ – 1981. – Кн. 1. – 217 с.
4. Липилин В.И., Нилов Н.Н. Результаты инженерно-геологических исследований по составлению специализированной инженерно-геологической карты масштаба 1:100 000 к обоснованию схемы инженерной защиты бассейна р. Зеравшан за 1981–1984 гг./ Фонды «Таджикгеология»/ – 1984. – 200 с.

# АРЗЁБИИ ХУЛОСАВИИ ЗОҶИРШАВИИ РАВАНДҶОИ ГЕОЛОГИИ ЭКЗОГЕНӢ ДАР ПОМИРИ ҒАРБӢ ВА ШАРҚӢ

Саидзода С.М.

*Маркази омӯзиши пиряхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Мақола ба ошкор намудани хусусиятҳои паҳншавӣ ва динамикаи равандҳои геологии экзогенӣ бахшида шудааст, ки марҳалаи муҳими таҳияи асосҳои методологӣ арзёбии минтақавии равандҳо ва падидаҳои хатарноки табиӣ ба шумор меравад. Натиҷаҳои бадастомада метавонанд барои коҳиши додани хатарҳои офатҳои табиӣ, инчунин барои таъмини истифодаи оқилонаи захираҳои табиӣ бо дарназардошти авлавиятҳои экологӣ истифода шаванд.

**Калидвожаҳо:** равандҳои геологии экзогенӣ, сел, ярч, фурӯрезии, тарма, нишебӣ, ҳудуд, минтақа, ноҳия, зерноҳия.

## OVERVIEW ASSESSMENT OF THE MANIFESTATION OF EXOGENOUS GEOLOGICAL PROCESSES IN THE WESTERN AND EASTERN PAMIRS

S.M. Saidzoda

*Center for Glacier Research of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

*Annotation.* The article is devoted to identifying the features of the spatial distribution and dynamics of exogenous geological processes, which constitutes an important stage in the development of methodological foundations for the regional assessment of hazardous natural processes and phenomena. The results obtained can be used to reduce the risks of natural disasters, as well as to ensure rational use of natural resources with due consideration of environmental priorities.

**Keywords:** exogenous geological processes, mudflow, landslide, rockfall, avalanche, slope, territory, region, district, subdistrict.

**Сведения об авторе:** Саидзода Сухбатулло Мирзо – к.г.-м.н., старший научный сотрудник Центра изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** 734025 Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33. **Телефон:** (+992 90) 008 48 44. **E-mail:** [saidov\\_sukbatullo@mail.ru](mailto:saidov_sukbatullo@mail.ru)

**Маълумот дар бораи муаллиф:** Саидзода Сухбатулло Мирзо – н.и.г.-м., ходими калони илмии Муассисаи давлатии илмии «Маркази омӯзиши пирияхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 33. **Телефон:** (+992 90) 008 48 44. **E-mail:** [saidov\\_sukbatullo@mail.ru](mailto:saidov_sukbatullo@mail.ru).

**Information about the author:** Saidzoda Sukhbatullo Mirzo – Cand. Sc. in Geol. & Min., Senior Research Fellow at the Center for Glacier Research of the National Academy of Sciences of Tajikistan **Address:** Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 33. **Phone:** (+992 90) 008 48 44. **E-mail:** [saidov\\_sukbatullo@mail.ru](mailto:saidov_sukbatullo@mail.ru).

УДК 628.4.043:504.064.4

## **РАЗРАБОТКА ОСНОВ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫМИ ЭМИССИОННЫМИ ПОТОКАМИ В РАЙОНАХ ЗАХОРОНЕНИЯ ТВЁРДЫХ БЫТОВЫХ ОТХОДОВ**

**Саидзода С.М.**

*Центр изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана*

*Аннотация.* В работе рассматривается проблема загрязнения водных ресурсов, связанная с захоронением твердых отходов вблизи урбанизированных территорий, а также ее воздействие на экосистемы и здоровье населения. Установлено, что процесс захоронения твердых отходов приводит к выделению токсичных веществ, которые через инфильтрацию и поверхностный сток проникают в водные потоки, существенно ухудшая качество подземных и поверхностных вод. В центре исследования находятся анализ эмиссий загрязняющих веществ, их физико-химическая характеристика, а также оценка последствий для водных ресурсов и экосистем.

**Ключевые слова:** *твёрдые бытовые и промышленные отходы, загрязнение, экология, подземные и поверхностные воды, здоровье населения, полигоны, эмиссия, устойчивое развитие.*

## **Введение**

Проблема охраны окружающей среды в условиях нарастающего антропогенного воздействия сегодня является одной из наиболее острых и социально значимых. Безопасность экологической среды выступает необходимым условием устойчивого общественного и экономического развития. В этой связи особую актуальность приобретает исследование влияния отходов производства и потребления на водные ресурсы, которые являются стратегическим фактором жизнеобеспечения.

Производственные и коммунальные предприятия генерируют значительные объемы опасных и токсичных веществ, выступающих источниками загрязнения гидросферы. Одним из ключевых аспектов оценки негативного влияния объектов захоронения твердых промышленных и коммунальных отходов (ТПКО) является исследование миграции загрязняющих веществ, а также факторов, способствующих вторичному загрязнению вод.

Разработка основ анализа и синтеза методов управления водными эмиссионными потоками с применением системного подхода позволяет не только оценить масштабы распространения загрязнений, но и прогнозировать развитие экологической обстановки на исследуемой территории. Это, в свою очередь, формирует научное основание для принятия решений о рациональном использовании подземных и поверхностных водных ресурсов.

В условиях Таджикистана проблема захоронения отходов усугубляется отсутствием профильных производств по переработке, недостаточным уровнем законодательного регулирования и низкой экологической осведомленностью населения. В стране пока не существует национальной стратегии обращения с отходами, а региональные и локальные планы находятся на стадии разработки. Данные по объемам твердых бытовых отходов носят неполный и разнородный характер, что осложняет разработку системного подхода к их управлению.

Таким образом, исследование, направленное на «Разработку основ анализа и синтеза методов управления водными эмиссионными потоками в районах

захоронения твёрдых промышленных и коммунальных отходов», приобретает стратегическую значимость, как с научной, так и с практической точки зрения.

### ***Цели и задачи исследования***

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Исследование факторов, влияющих на водные эмиссионные потоки – комплексный анализ природных и антропогенных условий, включая физические, химические и биологические процессы.

2. Разработка методов мониторинга и контроля эмиссий. В рамках исследования предполагается внедрение современных технологий мониторинга для отслеживания параметров загрязнения водной среды, а также создание систем раннего предупреждения о неблагоприятных изменениях состояния окружающей среды [6].

3. Формирование стратегий управления водными ресурсами. На основе системного анализа природных и антропогенных факторов разрабатываются рекомендации по снижению нагрузки на водные ресурсы и повышению эффективности их управления [7].

4. Оптимизация использования водных ресурсов. Предусматривается разработка практических мер рационального водопользования в районах размещения объектов захоронения отходов с целью минимизации негативного воздействия на подземные и поверхностные воды [5].

Для реализации указанных направлений выделены следующие подзадачи: анализ механизмов формирования водных эмиссий; определение ключевых факторов, включая состав отходов, климатические и геологические условия; формирование базы данных по объектам захоронения; разработка принципов защиты территорий с учетом экзогенных процессов. Предложенная структура обеспечивает комплексный и междисциплинарный подход к управлению водными эмиссионными потоками.

### **Основные экологические вызовы при обращении с отходами**

Современная система обращения с бытовыми и промышленными отходами в г. Душанбе характеризуется рядом экологических проблем, оказывающих негативное влияние на состояние окружающей среды и здоровье населения. Одним из ключевых факторов является недостаточный уровень мониторинга и управления данными. Отсутствие актуальной и достоверной статистической информации по потокам отходов затрудняет выявление источников загрязнения и разработку эффективных управленческих решений (UNEP, 2019).

Эксплуатация существующей свалки осуществляется на уровне, не соответствующем стандартам ЕС. Это проявляется в отсутствии надлежащих процессов разделения и утилизации отходов, изношенности оборудования и слабом экологическом контроле, что требует комплексной модернизации инфраструктуры и пересмотра технологических регламентов [2, с. 31]».

«Кроме того, остро стоит проблема отсутствия системы отдельного сбора и переработки отходов как бытового, так и промышленного происхождения. Внедрение механизмов селективного сбора и дальнейшей утилизации является важным условием реализации программы «Зелёный город», ориентированной на снижение экологической нагрузки и повышение уровня экологической культуры населения» [2, с. 31].

«Не менее значимой проблемой является несоответствие процессов утилизации опасных отходов международным стандартам. Недостаточный уровень безопасности создает прямую угрозу для здоровья населения и природных экосистем, что обуславливает необходимость внедрения современных технологий переработки». «Инфраструктура по сбору и переработке промышленных отходов также демонстрирует низкую эффективность: около 60% отходов транспортируется устаревшими транспортными средствами небольшой вместимости, что увеличивает нагрузку на систему и снижает ее производительность. Особую актуальность приобретает отсутствие замкнутых циклов переработки твердых бытовых отходов, осадков сточных вод и промышленных выбросов. Вместе с тем имеются значительные перспективы для внедрения технологий получения топлива из отходов (RDF,

SRF), анаэробного сбраживания и совместного компостирования, что позволит не только сократить объемы захоронений, но и повысить уровень ресурсосбережения» [2, с. 31].

### ***Экологические риски***

Наиболее значимым последствием захоронения отходов является формирование водных эмиссий, содержащих широкий спектр загрязняющих веществ: от тяжелых металлов и органических соединений до радиоактивных элементов. Такие эмиссии ведут к загрязнению подземных вод, нарушению экосистем водоемов и биоаккумуляции токсикантов в трофических цепях. Для минимизации данных рисков необходимо внедрение систем дренажа, использование защитных геомембран, регулярный экологический мониторинг, а также биоремедиация и очистка загрязненных вод [4].

### ***Анализ физических, химических и биологических процессов***

Изучение процессов, обуславливающих формирование водных эмиссий в районах захоронения отходов, представляет собой ключевой аспект обеспечения экологической безопасности [1].

#### **1. Физические процессы**

*Инфильтрация осадков.* Атмосферные осадки (дождь, снег) проникают сквозь слои отходов и почвы, что способствует вымыванию загрязняющих веществ и переносу их в водоносные горизонты.

*Фильтрация и сорбция.* Проходя через грунтовые породы, вода частично задерживает твердые частицы и химические соединения за счет процессов фильтрации и сорбции, замедляя их распространение.

*Диффузия и конвекция.* Загрязнители распространяются за пределы мест захоронения благодаря молекулярному перемешиванию (диффузии) и переносу с потоками воды (конвекции).

#### **2. Химические процессы**

Химические процессы играют ключевую роль в трансформации и миграции загрязняющих веществ, определяя степень их опасности и воздействие на окружающую среду [3].

*Растворение загрязняющих веществ.* Водорастворимые компоненты, такие как тяжелые металлы, соли и органические соединения, способны проникать в грунтовые воды и перемещаться вместе с ними. Чем выше растворимость вещества, тем выше вероятность его включения в водные эмиссии и дальнейшего распространения по гидрологической системе.

*Окислительно-восстановительные реакции.* Процессы окисления (например, железа или серы) и восстановления оказывают значительное влияние на химическую форму и токсичность загрязнителей. Данные реакции определяются как составом самих отходов, так и параметрами окружающей среды, включая содержание кислорода.

*Комплексообразование.* Многие загрязняющие вещества вступают в реакции комплексообразования с другими элементами или соединениями, что изменяет их подвижность и биодоступность. Так, органические вещества способны связывать металлы, снижая их доступность для проникновения в водоносные горизонты.

*Гидролиз и деструкция органических соединений.* Ряд органических загрязнителей (пестициды, масла, растворители) подвергается химическому разложению под действием воды. Эти процессы могут снижать или, напротив, изменять токсичность соединений, а также влиять на их пространственную подвижность.

### **3. Биологические процессы**

Биологические процессы, наряду с химическими, обеспечивают трансформацию загрязняющих веществ и во многом определяют скорость их разложения и миграции.

*Микробиологическая деградация.* Микроорганизмы, обитающие в почве и воде, способны разрушать широкий спектр органических соединений (нефтепродукты, пестициды, поверхностно-активные вещества и др.). Эффективность данного процесса зависит от состава микробных сообществ, наличия питательных веществ, температурного режима и других факторов.

*Анаэробное разложение.* В условиях ограниченного доступа кислорода (анаэробная среда), характерной для глубинных слоёв полигонов и свалок, микроорганизмы разлагают органическое вещество с образованием метана и углекислого газа. Эти процессы не только формируют газовую фазу, но и способствуют образованию жидких продуктов, способных мигрировать в подземные воды.

*Метаболизм микроорганизмов и биовыделения.* Помимо деструктивных процессов, микроорганизмы участвуют в сорбции и иммобилизации тяжелых металлов, преобразуя их в менее токсичные формы. Таким образом, микробиота выполняет важную биогеохимическую функцию в системе самоочищения.

#### **4. Выявление ключевых параметров**

Определение ключевых параметров, таких как состав отходов, климатические условия и геологические характеристики местности, является фундаментальной задачей для планирования систем управления отходами и оценки экологических рисков.

*Состав отходов:* физическая структура, химический состав, наличие опасных компонентов, объем и плотность.

*Климатические условия:* температурный режим, количество осадков, ветровая активность, уровень влажности.

*Геологические характеристики:* тип грунта, глубина залегания грунтовых вод, сейсмическая активность, особенности рельефа.

Комплексный анализ данных факторов позволяет оценить потенциальное воздействие отходов на окружающую среду, выбрать адекватные методы обращения с ними и минимизировать экологические риски.

***Основные принципиальные направления защиты территории с учётом геологических закономерностей формирования и распространения экзогенных процессов***

Формирование эффективной системы защиты территорий от экзогенных геологических процессов (эрозии, оползней, карстовых явлений, селевых потоков и др.) требует учета закономерностей их возникновения и

пространственного распространения. Научно обоснованный подход к управлению этими рисками предполагает комплекс мероприятий, направленных на снижение интенсивности процессов и минимизацию ущерба для населения и инфраструктуры. В данном контексте можно выделить следующие приоритетные направления.

#### *1. Геоморфологическое зонирование территории.*

На основе анализа рельефа производится определение участков, наиболее подверженных развитию экзогенных процессов. Территория разделяется на зоны риска в зависимости от интенсивности и типа проявлений (например, зоны активной эрозии, оползневой опасности, карстовые зоны). Создание специализированных карт опасных территорий обеспечивает возможность рационального планирования природоохранных и инженерных мероприятий.

#### *2. Комплексный геологический мониторинг.*

Эффективная защита невозможна без регулярного наблюдения за динамикой экзогенных процессов. Для этого применяются геодезические, геофизические методы и технологии дистанционного зондирования (спутниковая съемка, беспилотные летательные аппараты). Систематический мониторинг позволяет прогнозировать изменения геологической обстановки и своевременно предупреждать о развитии опасных явлений.

#### *3. Эрозионно-аккумулятивные мероприятия.*

Сдерживание эрозионных процессов достигается путем инженерного обустройства территорий: устройства водоотводных каналов, дренажных систем, проведения лесомелиорации и травосеяния. Для защиты берегов водоемов используются укрепительные сооружения (габионные конструкции, бетонные подпорные элементы). Важным направлением является регулирование русловых процессов рек и ручьев для предотвращения их деструктивного воздействия на прилегающие территории.

#### *4. Инженерная защита от оползней и селевых потоков.*

Ключевыми мерами выступают укрепление склонов посредством подпорных стен, анкерных систем, террасирования, а также сооружение

специализированных противооползневых и противоселевых объектов (ловчие канавы, селеотводные дамбы и преграды). Важным аспектом является регулирование водного режима склонов для снижения вероятности переувлажнения и разжижения грунтов.

### **5. Учёт климатических факторов**

Современные климатические изменения существенно влияют на активизацию экзогенных геологических процессов, включая эрозию, паводки и таяние ледников. В этих условиях возрастает значение прогноза сезонных природных явлений и разработки превентивных мер по снижению рисков.

### **6. Экологическое восстановление нарушенных территорий**

Восстановление деградированных территорий осуществляется за счёт ландшафтно-мелиоративных мероприятий, таких как лесовосстановление, улучшение почвенного покрова и создание искусственных водоёмов, что способствует стабилизации природных процессов.

Эффективная защита территорий от экзогенных геологических процессов возможна только при комплексном сочетании инженерных, экологических и организационных подходов.

Внедрение данных направлений позволяет не только снизить ущерб от природных процессов, но и обеспечить устойчивое развитие регионов в условиях нарастающего антропогенного и климатического давления.

### ***Рекомендации по оптимизации использования водных ресурсов в районах захоронения промышленных и бытовых отходов***

Разработка рекомендаций по оптимизации использования водных ресурсов в районах захоронения промышленных и бытовых отходов предполагает комплексный подход, включающий экологические, гидрологические, технические и социально-экономические аспекты. Ниже представлены основные направления, способствующие снижению риска загрязнения и рационализации водопользования.

#### ***1. Мониторинг состояния водных ресурсов.***

Ключевым условием обеспечения экологической безопасности является систематический контроль качества воды. Для этого необходимо:

- проводить регулярные лабораторные исследования подземных и поверхностных вод с целью выявления загрязнения тяжелыми металлами, нефтепродуктами и токсичными органическими соединениями;
- осуществлять гидрологическое моделирование процессов фильтрации и миграции загрязняющих веществ в водоносных горизонтах, что позволит прогнозировать риски попадания загрязнителей в источники питьевого водоснабжения.

#### *2. Создание инженерных защитных барьеров.*

С целью минимизации инфильтрации загрязнителей в водоносные горизонты рекомендуется: использовать гидроизоляционные материалы (глинистые экраны, синтетические мембраны) при обустройстве полигонов; проектировать дренажные системы, обеспечивающие своевременный отвод загрязненных вод и препятствующие их попаданию в грунтовые воды.

#### *3. Использование очистных технологий.*

Для снижения нагрузки на водные ресурсы необходимо внедрение: локальных очистных сооружений (механических, биологических и химических), обеспечивающих удаление тяжелых металлов и органических загрязнителей; природоподобных методов очистки, включая фитотехнологии, основанные на способности растений абсорбировать токсичные вещества.

#### *4. Оптимизация водопотребления.*

Рациональное использование воды предполагает: внедрение систем рециркуляции и повторного использования очищенной воды для технологических процессов и технического орошения; применение водосберегающих технологий (например, капельного орошения), позволяющих существенно снизить объемы потребления в районах с высокой нагрузкой отходами.

#### *5. Формирование санитарно-защитных зон.*

Для предотвращения неконтролируемого водозабора и защиты населения необходимо: устанавливать санитарно-защитные зоны вокруг полигонов; формировать буферные зоны с элементами озеленения, способствующими повышению водоудерживающей способности почв и созданию природного барьера.

*6. Законодательное и нормативное регулирование.*

Эффективность управления водными ресурсами во многом определяется правовыми механизмами, включая: обеспечение соблюдения национальных и международных стандартов экологической безопасности; применение системы штрафов и экономических стимулов, направленных на снижение загрязнения и рационализацию водопользования.

*7. Внедрение альтернативных технологий обращения с отходами.*

Для минимизации негативного воздействия на водные ресурсы целесообразно: стимулировать сортировку и переработку отходов с последующей утилизацией наиболее безопасными методами; развивать инновационные технологии захоронения, предполагающие использование экологически устойчивых решений.

*8. Оценка и пересмотр стратегии водопользования.*

Для поддержания высокой эффективности принимаемых мер необходимо: проводить периодическую оценку эффективности внедренных технологий и пересматривать стратегию водопользования в зависимости от результатов мониторинга; привлекать междисциплинарные экспертные группы (экологов, гидрологов, инженеров) для комплексной оптимизации водопользования.

Таким образом, реализация данных рекомендаций позволит снизить экологические риски, связанные с захоронением промышленных и бытовых отходов, а также обеспечит устойчивое и рациональное использование водных ресурсов в долгосрочной перспективе.

**Рекомендации по оптимизации использования водных ресурсов**

На основе поставленных задач представляется возможным выделить ряд ожидаемых результатов исследования, систематизированных по ключевым направлениям:

*I. Исследование факторов, влияющих на водные эмиссионные потоки.*

В данном направлении предполагается определение основных факторов, влияющих на объем и качество водных эмиссий. Особое внимание уделяется выявлению взаимосвязей между антропогенными нагрузками (захоронение отходов, урбанизация, промышленное производство) и природными условиями (геологическая структура, климатические особенности, гидрологический режим). Итогом станет формирование специализированной базы данных, отражающей комплекс факторов, воздействующих на водные эмиссии.

*II. Оценка динамики водных эмиссий*

На данном этапе проводится анализ временных рядов данных для выявления сезонных и долговременных изменений водных эмиссий. На основе полученных закономерностей разрабатываются прогностические модели, позволяющие оценивать будущую динамику и своевременно выявлять потенциально критические ситуации.

*III. Разработка методов мониторинга и контроля с интеграцией современных технологий.*

Важной составляющей является создание и апробация инновационных методов мониторинга, включающих использование сенсорных систем, технологий Интернета вещей (IoT), а также дистанционного зондирования Земли. Параллельно планируется разработка программного обеспечения для автоматизированного контроля и аналитики, а также внедрение систем раннего предупреждения о критических уровнях загрязнения водных ресурсов.

*IV. Формирование стратегий управления водными ресурсами.*

На основе полученных данных и разработанных моделей предполагается создание практических рекомендаций по устойчивому управлению водными ресурсами. Важным направлением выступает разработка стратегий снижения негативного воздействия на водные экосистемы и повышение уровня

вовлеченности заинтересованных сторон (государственных структур, бизнеса, населения) в процессы рационального природопользования.

### **Общие ожидаемые результаты**

Реализация обозначенных направлений позволит обеспечить устойчивое управление водными ресурсами на основе современных научных данных и технологий, повысить качество водных ресурсов и сократить масштабы негативного воздействия на экосистемы. Дополнительно предполагается формирование научно обоснованных инструментов для поддержки принятия управленческих и политических решений в сфере охраны окружающей среды.

### **Выводы**

Проведенное исследование направлено на анализ проблемы загрязнения водных ресурсов в районах захоронения твердых отходов, особенно вблизи урбанизированных территорий, где риск негативного воздействия на экосистемы и здоровье населения возрастает многократно. Твердые отходы нередко содержат токсичные химические соединения, способные проникать в водоносные горизонты через процессы инфильтрации либо попадать в поверхностные воды посредством стока.

Применение системного подхода к исследованию эмиссионных потоков позволяет не только выявить закономерности распространения загрязняющих веществ, но и разработать эффективные механизмы их прогнозирования и контроля. Предлагаемый комплекс мер объединяет изучение факторов эмиссий, разработку методов мониторинга и создание стратегий управления. Важное значение при этом имеют физические, химические и биологические процессы (инфильтрация, окисление, микробиологическая деградация), определяющие динамику распространения загрязнителей.

Выводы исследования подчеркивают необходимость формирования национальной стратегии обращения с отходами, активного внедрения современных технологий мониторинга и очистки водных ресурсов, а также разработки защитных мер против экзогенных процессов. Все это в совокупности

позволит минимизировать экологические риски, повысить устойчивость водохозяйственных систем и обеспечить экологическую безопасность.

### Литература

1. Касимов Н.С., Михайлова Н.В. Экологическая геохимия// Учебное пособие. – М.: Изд. МГУ, 2007. – С. 85-102.
2. План действий «Зеленый город» (ПДЗГ), Душанбе/ Финальный отчёт (июль 2022 г.). – 185 с.
3. Реймерс Н.Ф. Экология: Теории, законы, правила, принципы и гипотезы// Ж. Россия молодая, М.: 1994. – С. 112-128.
4. Шевчук А.В. Экологические риски: оценка и управление. – СПб.: Питер, 2017. – С. 112–139.
5. IPCC. Climate Change 2023: Synthesis Report. Intergovernmental Panel on Climate Change, 2023. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: [https://www.ipcc.ch/report/ar6/syr/downloads/report/IPCC\\_AR6\\_SYR\\_LongerReport.pdf](https://www.ipcc.ch/report/ar6/syr/downloads/report/IPCC_AR6_SYR_LongerReport.pdf) (дата обращения 08.01. 2026).
6. UNEP. *Waste Management Outlook for Central Asia*. United Nations Environment Programme, 2020. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://www.unep.org/ietc/resources/publication/central-asia-waste-management-outlook> (дата обращения 08.01. 2026).
7. WHO. Guidelines on Sanitation and Health. World Health Organization, 2017. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: <https://www.who.int/publications/i/item/9789241514705> (дата обращения 08.01. 2026). ISBN: 978 92 4 151470 5.

**ТАҲИЯИ АСОСҶОИ ТАҲЛИЛ ВА СИНТЕЗИ УСУЛҶОИ ИДОРАКУНИИ  
ҶАРАЁНҶОИ ЭМИССИОНИИ ОБ ДАР МИНТАҚАҶОИ ДАФНИ ПАРТОВҶОИ  
САХТИ МАИШӢ**

**Саидзода С.М.**

*Маркази омӯзиши пирахҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

*Аннотатсия.* Дар мақола масъалаи ифлосшавии захираҳои об, ки бо дафни партовҳои сахт дар наздикии минтақаҳои урбанизатсияшуда вобаста аст, инчунин таъсири он ба экосистемаҳо ва саломатии аҳоли баррасӣ мегардад. Муайян карда шудааст, ки раванди дафни партовҳои сахт боиси ҷудошавии моддаҳои захрнок мегардад, ки тавассути инфильтратсия ва ҷараёни рӯизаминӣ ба ҷараёнҳои об ворид шуда, сифати обҳои зеризаминӣ ва рӯизаминиро ба таъри назаррас паст мекунад. Дар маркази тадқиқот таҳлили эмиссияи моддаҳои ифлоскунанда, хусусиятҳои физикӣ-химиявии онҳо, инчунин арзёбии паёмадҳо барои захираҳои об ва экосистемаҳо қарор дорад.

*Калидвожаҳо:* партовҳои сахти маишӣ ва саноатӣ, ифлосшавӣ, экология, обҳои зеризаминӣ ва рӯизаминӣ, саломатии аҳоли, полигонҳо, эмиссия, рушди устувор.

**DEVELOPMENT OF THE FUNDAMENTALS FOR ANALYSIS AND SYNTHESIS OF  
METHODS FOR MANAGING WATER EMISSION FLOWS IN AREAS OF SOLID  
WASTE DISPOSAL**

**S.M. Saidzoda**

*Center for the Study of Glaciers of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

*Annotation.* The paper addresses the problem of water resource pollution associated with the disposal of solid waste near urbanized areas, as well as its impact on ecosystems and public health. It is established that the process of solid waste disposal leads to the release of toxic substances which, through infiltration and surface runoff, enter water flows, significantly degrading the quality of groundwater and surface waters. The study focuses on the analysis of pollutant emissions, their physicochemical characteristics, and the assessment of consequences for water resources and ecosystems.

*Keywords:* municipal and industrial solid waste, pollution, ecology, groundwater and surface waters, public health, landfills, emissions, sustainable development.

**Сведения об авторе:** Саидзода Сухбатулло Мирзо – к.г.-м.н., старший научный сотрудник Центра изучения ледников Национальной академии наук Таджикистана. **Адрес:** 734025 Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 33. **Телефон:** (+992 90) 008 48 44. **E-mail:** [saidov\\_sukbatullo@mail.ru](mailto:saidov_sukbatullo@mail.ru).

**Маълумот дар бораи муаллиф:** Саидзода Сухбатулло Мирзо – н.и.г.-м., ходими калони илмии Муассисаи давлатии илмии «Маркази омӯзиши пиряхҳои Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон. **Суроға:** 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш. Душанбе, х. Рӯдакӣ, 33. **Телефон:** (+992 90) 008 48 44. **E-mail:** [saidov\\_sukbatullo@mail.ru](mailto:saidov_sukbatullo@mail.ru).

**Information about the author:** Saidzoda Sukhbatullo Mirzo – Cand. Sc. in Geol. & Min., Senior Research Fellow at the State Scientific Institution "Glacier Study Center" of the Academy of Sciences of Tajikistan. **Address:** Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Aven., 33. **Phone:** (+992 90) 008 48 44. **E-mail:** [saidov\\_sukbatullo@mail.ru](mailto:saidov_sukbatullo@mail.ru).

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

В научном журнале «Вестник филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе» печатаются статьи, содержащие результаты научных исследований по естественным, гуманитарным и экономическим наукам. Направляя статью в редколлегию, автору необходимо соблюдать следующие правила: размер статьи не должен превышать 10 страниц компьютерного текста, включая текст, таблицы, библиографию, рисунки и тексты аннотаций на таджикском, русском и английском языках; статья должна быть подготовлена в системе Microsoft Word, при этом одновременно с распечаткой статьи в 2-х экземплярах сдаются также соответствующие файлы (для каждой статьи на отдельном диске); рукопись должна быть отпечатана на компьютере (шрифт Times New Roman 14, формат А4, интервал 1.5, поля: верхнее – 2.0 см, нижнее – 2.0 см, левое – 2.0 см, правое – 2.0 см), отступ 0.75. Все листы статьи должны быть пронумерованы; текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан всеми авторами с указанием их фамилий, имён и отчеств с номерами телефонов; каждый экземпляр должен содержать текст статьи, список литературы; название статьи, название вуза (организации), аннотация и ключевые слова представляются на русском, таджикском и английском языках; после заголовка статьи приводится название учреждения (-ий), в котором (-ых) выполнена данная работа; в верхнем правом углу первой страницы рукописи указывается раздел науки, которому соответствует статья, строкой ниже в левом углу страницы указывается индекс статьи по универсальной десятичной классификации (УДК). Ниже приводится название статьи, затем указывается название организации, в центре следующей строки – инициалы и фамилия автора (-ов); ниже – краткая аннотация (на языке, на котором написана статья) с указанием конкретных результатов работы и вытекающих из них выводов, а также ключевые слова, наиболее полно отражающие область исследования и полученные в работе результаты (до 10-12 слов) через тире и адрес для корреспонденции (почтовый и электронный). Далее через строку следует основной текст. Сразу после текста статьи приводится

список литературы (не более 15 названий) под заголовком «Литература» в порядке упоминания, ссылки на цитируемую литературу по тексту даются в квадратных скобках, например [1].

Список литературы оформляется следующим образом: для книг – фамилия и инициалы автора (-ов), полное название книги, место издания, издательство, год издания, том или выпуск, общее количество страниц. Для периодических изданий – фамилия и инициалы автора (-ов), название статьи, год издания, том, номер, первая и последняя страницы статьи.

В целом, оформление статьи должно соответствовать предъявляемым установленным нормам:

- формулы и символы должны быть напечатаны на компьютере в одном стиле;
- написание математических формул в виде рисунков не допускается;
- следует избегать громоздких обозначений;
- занумерованные формулы пишутся с красной строки, номер формулы в круглых скобках ставится у правого края;
- нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки;
- сокращения должны быть расшифрованы, за исключением общепринятых;
- в десятичных дробях после целой части числа ставится точка;
- при упоминании в тексте иностранных фамилий в скобках необходимо давать их оригинальное написание;
- первое упоминание в статье названия вида животного или растения приводится по-русски и по латыни;
- в тексте необходимо дать ссылки на все приводимые таблицы, рисунки и фотографии;
- научные статьи, представленные в редакцию журнала, должны иметь направление учреждения, в котором выполнялась данная работа и экспертное заключение о возможности опубликования;
- при выполнении работы в нескольких учреждениях представляются направления из каждого учреждения;

– к статье должна быть приложена заверенная рецензия специалиста.

Редколлегия оставляет за собой право производить сокращения и редакционные изменения статьи. Статьи, не отвечающие настоящим правилам, редколлегией не принимаются.

## **ТРЕБОВАНИЯ И ПРАВИЛА ПОДГОТОВКИ НАУЧНЫХ СТАТЕЙ**

(Приложение 2 к приказу председателя Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан от 27 декабря 2024 года, № 493 (Инструкция о порядке оформления диссертации, автореферата диссертации и других научных материалов))

**Научная статья** – это логически завершённое произведение, посвящённое конкретному вопросу из круга проблем, исследуемых соискателем учёной степени в диссертации. Научная статья раскрывает наиболее значимые результаты, полученные соискателем учёной степени, которые требуют более широкого изложения и обоснования. Обычно научная статья подаётся в редакцию рецензируемого научного журнала для публикации в одной из двух форм:

1. теоретическая научная статья;
2. эмпирическая научная статья.

**Теоретическая научная статья, предназначенная для публикации в рецензируемых научных журналах, должна иметь следующую структуру:**  
**Введение** – теоретической научной статьи должно включать в себя следующие элементы:

**Начало.** В этой части подчеркивается важность изучения выбранной темы. Объём – от 1-2 абзацев до 1-2 страниц, в зависимости от степени сложности исследуемой проблемы. Краткий обзор научной проработки темы и обоснование необходимости её дальнейшего изучения. Следует указать научные труды, в которых рассматривались различные аспекты данной проблемы. Эту часть можно также охарактеризовать как теоретические основы исследования. Здесь

упоминаются методология, концепции и теории, на которые опирается автор статьи.

**Цель исследования.** Наряду с формулировкой цели исследования, в данной части также может быть представлена гипотеза исследования. В отдельных случаях, для большей структурированности статьи, формулируются и исследовательские вопросы. Необходимость изучения темы становится обоснованной в том случае, если в существующих научных работах по данной теме выявляется научный пробел.

**Методы исследования.** В этой части введения не следует перечислять общенаучные методы. Вместо этого автор может описать и охарактеризовать собственный специфический метод, если он применялся в исследовании (*рекомендуемый элемент*).

**Основная часть** (может включать в себя подзаголовки в зависимости от составных аспектов темы). Основная часть теоретической научной статьи должна включать следующие элементы: Анализ и описание научной литературы. Описание литературы или отдельных аспектов проблемы должно быть изложено в логической хронологической последовательности. При этом целесообразно указать критерии отбора источников, а также основных авторов и, при необходимости, описать методику подбора литературы. Важно, чтобы в этой части статьи проводился глубокий теоретический анализ с выявлением существующих подходов, их сопоставлением и критическим осмыслением. Это создаёт основу для дальнейших рассуждений автора и выработки собственных выводов.

**Обсуждение.** В данной части статьи необходимо проанализировать и интерпретировать результаты исследования. Следует ясно указать, была ли достигнута цель исследования, подтвердилась ли гипотеза, или же она оказалась неверной.

**Ограничения исследования** (*рекомендуемый элемент*). Здесь указываются трудности и ограничения, с которыми столкнулся автор в ходе работы. Также поясняется, почему некоторые аспекты не были охвачены в исследовании.

**Заключение.** Объём заключения составляет от 1 до 2 страниц. В нём кратко излагаются основные результаты исследования и подчёркивается их значение для развития науки. Автор может также указать возможные направления дальнейшего исследования по теме: какие аспекты ещё требуют изучения, какие вопросы остались открытыми. Из заключения читатель должен ясно понять, достигнута ли цель исследования и подтвердилась ли гипотеза – это обязательные элементы данной части.

#### **Список использованной литературы.**

**Эмпирическая научная статья, предназначенная для публикации в рецензируемом научном журнале, должна иметь следующую структуру:**

**Введение.** Введение в эмпирическую научную статью должно включать следующие элементы: начало введения – общая характеристика важности темы, актуальности её исследования. Эта часть введения, в зависимости от сложности темы, должна быть разработана от 2-3 абзацев до 2-3 страниц. Здесь обосновывается необходимость изучения темы, а также требуется описание научной литературы (**обязательный элемент**). Описание общего отражения проблемы в науке, то есть упоминание авторов, проводивших исследования по данной теме. Также должно быть упомянуто о концепциях, теоретических подходах и методах других авторов (**обязательный элемент**).

**Цель исследования.** Цель исследования должна быть связана с актуальностью темы и отражать восполнение пробела в научном знании. Здесь также может быть изложена гипотеза исследования. После цели исследования также можно представить исследовательские вопросы (**обязательный элемент**).

**Методы и методология.** Эта часть статьи должна содержать следующие элементы: Методы. Здесь не упоминаются общенаучные методы. Разрешается использование специфических научных методов. Однако в большинстве случаев приводится методика самого автора, которая необходима для понимания его исследования (методы, этапы исследования, критерии исследования и т.д.) (**обязательный элемент**).

**Материалы.** Наличие этого раздела зависит от метода исследования. Если в процессе исследования использовались конкретные материалы, то их перечисляют и описывают. Здесь следует указать структуру материалов и критерии их выбора, например, анкеты, различные источники и т.д.

**Участники.** Наличие этого раздела также зависит от метода исследования. Например, если проводились опросы и анкеты (социологическое исследование), то в этом разделе указываются участники исследования. Например, можно перечислить участников по таким признакам, как возраст, пол, социальный статус и так далее.

**Процедура проведения исследования.** В этом разделе статьи показывается, как с использованием указанных методов и материалов было проведено исследование. Процедура должна быть описана так, чтобы другие исследователи могли повторить исследование (**обязательный элемент**).

**Результаты исследования.** В этом разделе основные результаты исследования должны быть представлены без дополнительных комментариев и объяснений. Все интерпретации и объяснения результатов должны быть вынесены в раздел «Обсуждение». В данном разделе также уместно представить таблицы и графики. Результаты исследования можно также разбить на подгруппы с указанием подтем (**обязательный элемент**).

**Обсуждение результатов исследования.**

Этот раздел эмпирической научной статьи должен включать следующие элементы:

**Обсуждение результатов исследования** – здесь результаты должны быть интерпретированы и объяснены. Через анализ результатов исследования показывается, была ли достигнута цель исследования, насколько гипотеза исследования оказалась правильной, а также анализируется, как полученные результаты соотносятся с исследованиями других учёных (**обязательный элемент**).

**Ограничения исследования.** В этом разделе статьи указываются проблемы и недостатки, с которыми столкнулся автор в процессе исследования. Например,

это могут быть отсутствие материалов, недостаточный срок для проведения исследования и другие ограничения (**рекомендуемый элемент**).

**Вклад автора в изучение темы.** Здесь показывается, как вклад автора или проведённое им исследование повлияло на развитие науки. Объём этого раздела может быть от 1-2 предложений до 1-2 абзацев. В нём кратко излагаются результаты исследования как вклад автора в изучение проблемы. Этот раздел можно также оформить в контексте научной новизны исследования (**обязательный элемент**).

**Заключение** составляет от 1 до 2 страниц. В этом разделе кратко излагаются результаты исследования и подчёркивается их значение для развития науки. Автор может также указать направления для будущих исследований: какие дополнительные работы могут быть выполнены для дальнейшего изучения проблемы. Из заключения читатель должен чётко понять, была ли достигнута цель исследования, а также подтвердилась ли гипотеза (**обязательный элемент**).

**Список использованной литературы.**

**Для научных статей как теоретического, так и эмпирического типов, помимо основного текста статьи на трёх языках (таджикском, русском и английском), разрабатываются следующие данные:**

Как для теоретических, так и для эмпирических научных статей, помимо основного текста статьи на трёх языках (таджикском, русском и английском), подготавливаются следующие сведения:

**Название статьи.** Название статьи должно соответствовать содержанию текста.

**Аффилиация (информация об авторе):** Фамилия, имя, отчество автора; статус – соискатель кафедры или отдела (если является соискателем), докторант PhD кафедры или отдела (если является докторантом PhD), докторант кафедры или отдела (если является традиционным докторантом); основное место работы; занимаемая должность (для тех, кто не является соискателем или докторантом);

адрес места работы; контактный телефон; электронная почта.)

**Аннотация (краткое содержание статьи).** В конце статьи размещается аннотация, предназначенная для публикации и распространения информации о статье. Объём аннотации не должен превышать 150 слов. Аннотация состоит из заголовка, перечня ключевых слов и основного текста. В заголовке слова «**Аннотация**» указываются фамилия, имя, отчество автора и название статьи.

**Ключевые слова** (до 15 слов) приводятся строчно, через запятую, в алфавитном порядке.

Текст аннотации должен содержать:

- цель исследования,
- использованные методы и оборудование,
- полученные результаты и их новизну,
- рекомендации по применению и область их использования.

При изложении материала аннотации следует использовать научный стиль и стандартизированную терминологию. Следует избегать сложных грамматических конструкций и редких, непонятных обозначений. Аннотация подаётся на таджикском, русском и английском языках. Статья на таджикском, русском или английском языке должна быть набрана в программе MS Word (шрифт Times New Roman, таджикская раскладка, размер шрифта – 14, межстрочный интервал – 1.5), оформлена в двух печатных экземплярах на одной стороне листа формата А4 и предоставлена вместе с обязательной электронной версией в рецензируемые научные журналы. Поля должны быть стандартными, ссылки (цитаты) в тексте нумеруются в соответствии с принятым порядком цитирования, а список использованных источников приводится в конце статьи.

Иллюстративные материалы (фотографии, рисунки, схемы, диаграммы) должны быть чёткими и ясными, пронумерованы в тексте в порядке их упоминания. Диаграммы предоставляются как в виде изображений в основном тексте, так и отдельно в электронной версии в формате Microsoft Office Excel.

**ПОРЯДОК РЕЦЕНЗИРОВАНИЯ НАУЧНЫХ СТАТЕЙ,  
ПРЕДСТАВЛЯЕМЫХ В ЖУРНАЛ  
«ВЕСТНИК ФИЛИАЛА МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ»**

Статьи, поступающие в редакцию, проходят предварительную экспертизу (проводится членами редколлегии – специалистами по соответствующей отрасли науки) и принимаются в установленном порядке. Требования к оформлению оригинала статей приводятся в каждом номере журнала. Все присланные в редакцию статьи должны быть оригинальными материалами. При упоминании работ других авторов необходимо соблюдать точность при цитировании и указании источника. Редакция не принимает статьи, готовящиеся к публикации или уже опубликованные в других изданиях.

Если рукопись принята, то редакция сообщает автору замечания по содержанию и оформлению статьи, которые необходимо устранить до передачи текста на рецензирование.

Затем статьи рецензируются в обязательном порядке членами редколлегии журнала или экспертами соответствующей специальности (кандидатами и докторами наук).

Рецензия должна содержать обоснованное перечисление качеств статьи, в том числе научную новизну проблемы, её актуальность, фактологическую и историческую ценность, точность цитирования, стиль изложения, использование современных источников, а также мотивированное перечисление её недостатков.

В заключении даётся общая оценка статьи и рекомендации для редколлегии – опубликовать статью, опубликовать её после доработки, направить на дополнительную рецензию специалисту по определенной тематике или отклонить. Объём рецензии - не менее одной страницы текста. Статья, принятая к публикации, но нуждающаяся в доработке, направляется авторам с замечаниями рецензента и редактора. Авторы должны внести все необходимые

исправления в окончательный вариант рукописи и вернуть в редакцию исправленный текст, а также его идентичный электронный вариант вместе с первоначальным вариантом рукописи. После доработки статья повторно рецензируется, и редколлегия принимает решение о её публикации. Статья считается принятой к публикации при наличии положительной рецензии и если её поддержали члены редколлегии.

Порядок и очередность публикации статьи определяется в зависимости от даты поступления её окончательного варианта. Рецензирование рукописи осуществляется конфиденциально. Разглашение конфиденциальных деталей рецензирования рукописи нарушает права автора. Рецензентам не разрешается снимать копии статей для своих нужд. Рецензенты, а также члены редколлегии не имеют права использовать в собственных интересах информацию, содержащуюся в рукописи, до её опубликования.

**Филиал Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе**  
734003, г. Душанбе, ул. Бохтар, 35/1  
**Телефон:** (+992 37) 221 99 41, 221 99 04.  
**E-mail:** [info@msu.tj](mailto:info@msu.tj), **сайт:** <https://vestnik-en.msu.tj>

**Филиали Донишгоҳи давлатии Москва  
ба номи М.В. Ломоносов дар шаҳри Душанбе**  
734003, ш. Душанбе, к. Бохтар, 35/1  
**Телефон:** (+992 37) 221 99 41, 221 99 04.  
**E-mail:** [info@msu.tj](mailto:info@msu.tj), **сомона:** <https://vestnik-en.msu.tj>

**Lomonosov Moscow State University in Dushanbe**  
734003, Dushanbe, Bokhtar Str., 35/1  
**Phone:** (+992 37) 221 99 41, 221 99 04.  
**E-mail:** [info@msu.tj](mailto:info@msu.tj), **website:** <https://vestnik-en.msu.tj>

Подписано в печать 5 февраля 2026 года  
Заказ № 32. Тираж 100 экз.  
Отпечатано в типографии  
филиала Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе  
г. Душанбе, ул. Бохтар, 35/1