ISSN 2709-6238

Научный журнал

основан В 2016 году

В Е С Т Н И К
ФИЛИАЛА МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В Г. ДУШАНБЕ

СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

П А Ё М И
ФИЛИАЛИ ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ МОСКВА БА НОМИ М.В. ЛОМОНОСОВ ДАР Ш. ДУШАНБЕ

БАХШИ ИЛМҲОИ ТАБИЙ

BULLETIN
of LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY IN DUSHANBE

THE SERIES OF NATURAL SCIENCES

1, 3 *(9, 11)* ***2019***

ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В Г. ДУШАНБЕ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ОСНОВАН В 2016 ГОДУ.

ФИЛИАЛИ ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ МОСКВА БА НОМИ
М.В. ЛОМОНОСОВ ДАР Ш. ДУШАНБЕ
МАҶАЛЛАИ ИЛМӢ СОЛИ 2016 ТАЪСИС ЁФТААСТ.

LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY IN DUSHANBE
ACADEMIC JOURNAL FOUNDED IN 2016.

В журнале статьи печатаются на русском, таджикском и английском языках.
Дар маҷалла мақолаҳо бо забонҳои русӣ, тоҷикӣ ва англисӣ нашр мешаванд.

СОДЕРЖАНИЕ - МУНДАРИЧА

М А Т Е М А Т И К А

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО КЛАССА ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ n – го ПОРЯДКА
Зарифзода С.К. **4**

ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С СИНГУЛЯРНЫМИ ТОЧКАМИ НА КОНТУРЕ
Саидов Б.Б. **12**

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ
Шарипов Б. **19**

ФОРМУЛА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ
Шарипов Б., Рахимов Р.М. **26**

Ф И З И К А

ВЛИЯНИЕ МОНОКАРБИТА ТИТАНА НА ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОЁМКОСТИ СПЛАВОВ С ЭФФЕКТАМИ ПАМЯТИ И ПРИМЕНЕНИЕ ИХ К СОЛНЕЧНЫМ КОЛЛЕКТОРАМ
Сафаров М.М., Умарзода Ш.У., Назруллоев А.С. **35**

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЖИДКИХ УГЛЕВОДОРОДНЫХ СМЕСЕЙ ПРИ ДОБАВКЕ В НИХ НАПОЛНИТЕЛЕЙ
Сафаров М.М. , Раджабов А.Р., Джумъаев С.С. **40**

ВЛИЯНИЕ ФУЛЛЕРЕНОВ C_{60} И C_{70} НА ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ АКТИВНОСТИ ПАРОВ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ
Тиллоева Т.Р. , Джумъаев С.С., Гортышов Ю.Ф. **49**

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ МЕТАТИТАНОВОЙ КИСЛОТЫ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ РУТИЛЬНОГО ДИОКСИДА ТИТАНА
Шарипов Х.Б., Джуракулов И.Х., Кабутов К. **55**

Х И М И Я

ВЛИЯНИЕ БАРИЯ НА АНОДНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЦИНКОВОГО СПЛАВА ЦАМСв 4-1-2,5 В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА 0.03%-ного NaCl
Аминова Н.А., Ганиев И.Н., Бердиев А.Э., Алиханова С.Д. **61**

ПОТЕНЦИАЛ СВОБОДНОЙ КОРРОЗИИ АЛЮМИНИЕВОГО ПРОВОДНИКОВОГО СПЛАВА E-AlMgSi (“АЛДРЕЙ”), ЛЕГИРОВАННОГО БЕРИЛЛИЕМ, В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА 3%-ного NaCl
Ганиев И.Н., Умарова Т.М. **66**

ОПТИМАЛЬНОЕ ВРЕМЯ ДЛЯ АНОДНОГО ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ТРАВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО КРИСТАЛЛА InP В ЭЛЕКТРОЛИТЕ НА ОСНОВЕ HCl ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ РЕГУЛЯРНОЙ ПОРИСТОСТИ

Тураев Д.А., Мирзоев Д.А., Шарипов Х.Б. **72**

КОЭФФИЦИЕНТ АДСОРБЦИИ И МАССООТДАЧИ РУТЕНИЕВОГО КАТАЛИЗАТОРА
Холиков М.М., Джураев Д.С. **76**

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ **86**

УДК 517.912

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО КЛАССА ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ n – го ПОРЯДКА

Зарифзода С.К.

Таджикский национальный Университет

Аннотация. *Для одного операторно - дифференциального уравнения n - го порядка с двумя особыми точками в главном операторе дифференцирования в зависимости от корней соответствующего характеристического уравнения, найдены интегральные представления многообразия решений. В случае вещественно разных, вещественно равных и комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения найдены соответствующие условия, при выполнении которых частное решение неоднородного уравнения находится в явном виде.*
Ключевые слова: *вырождающийся дифференциальный оператор, особые точки, интегральные представления, характеристическое уравнение.*

Через $P_M^n(x)$ - обозначим следующий полином:

$$P_M^n(x) \equiv x^n + M_1 x^{n-1} + \cdots + M_{n-1}x + M_n.$$

Каждому такому полиному можно сопоставить вырождающийся дифференциальный оператор

$$P_M^n(D_x^{11}) \equiv (D_x^{11})^n + M_1 (D_x^{11})^{n-1} + \cdots + M_{n-1} D_x^{11} + M_n,$$

где $D_x^{11} = x(1-x)\frac{d}{dx}$ -дифференциалный оператор с особенностями в точках $x = 0$ и $x = 1$.

Далее, через $C_{11}^n[0,1]$ обозначим класс таких функций $f(x)$, которые являются непрерывными на отрезке $[0,1]$ и кроме того на этом отрезке имеют D_x^{11} – производную до порядка n включительно.

Пусть $\Gamma = \{x: 0 < x < 1\}$ – множество точек на вещественной оси. На Γ будем исследовать следующее особое дифференциальное уравнение

$$P_M^n(D_x^{11})y(x) = f(x), \qquad (1)$$

где $f(x)$ - заданная непрерывная функция на Г.

Изучению обыкновенных сингулярных дифференциальных уравнений посвящено значительное число работ [1-9]. Особенно в последние годы это направление активно развивается в научных исследованиях Н. Раджабова и его учеников [1-6]. Исследованию некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений с особыми дифференциальными операторами, а также с особыми ядрами были посвящены наши исследования [10-14].

В данной работе предлагается метод получения явных решений для операторно – дифференциального уравнения (1).

Для исследования уравнения (1) заметим, что этому неоднородному уравнению соответствует однородное уравнение

$$P_M^n(D_x^{11})y(x) = 0. \qquad (2)$$

Решение однородного уравнения (2) будем искать в виде $y(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda}$. Тогда для определения λ с учётом того, что оператор $P_M^n(D_x^{11})$ выделяет из данной функции полином $P_M^n(\lambda)$, получим характеристическое уравнение

$$P_M^n(\lambda) = 0, \qquad (3)$$

которое по отношению к параметру λ будеть алгебраическим уравнением *n*-го порядка. В зависимости от корней характеристического уравнения (3) получим общее решение однородного уравнения.

I. Пусть корни характеристического уравнения (3) являются вещественными, разными и они обозначены через $\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n$. Тогда функции

$$y_1 = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_1}, \quad y_2 = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_2}, \dots, y_n = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_n}$$

являются частными решениями однородного уравнения (2) и его общее решение имеет вид

$$y(x) = c_1^1\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_1} + \ c_2^1\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_2} + \dots + \ c_n^1\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_n},$$

где $c_i^1 (i = \overline{1,n})$ -произвольные постоянные числа.

Теперь частное решение неоднородного уравнения (1) будем искать в виде

$$y(x) = \int_{x_0}^{x} \left[N_1^1\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda_1} + N_2^1\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda_2} + \dots + N_n^1\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda_n}\right] f(t)\frac{dt}{t(1-t)}, \qquad (4)$$

где $x_0 \in \Gamma$ - фиксированное достаточно близкое к нулю число, $N_1^1, N_2^1, \dots, N_n^1$ - пока неизвестные константы.

Для нахождения этих неизвестных возьмём D_x^{11} - производную от функции (4):

$$D_x^{11}y = \int_{x_0}^{x} \left[N_1^1\lambda_1\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda_1} + \dots + N_n^1\lambda_n\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda_n}\right] \cdot f(t)\frac{dt}{t(1-t)} + (N_1^1 + N_2^1 + \dots + N_n^1)f(x).$$

Выберим неизвестные констонты так, чтобы выполнялись условие

$$N_1^1 + N_2^1 + \dots + N_n^1 = 0. \qquad (5)$$

Далее, взяв $(D_x^{11})^2$ - производную от функции (4), получим

$$(D_x^{11})^2 y = \int_{x_0}^{x} \left[N_1^1 \lambda_1^2 \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_1} + \cdots + N_n^1 \lambda_n \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_n} \right] \cdot$$

$$\cdot f(t) \frac{dt}{t(1-t)} + (N_1^1 \lambda_1 + N_2^1 \lambda_2 + \cdots + N_n^1 \lambda_n) f(x).$$

Здесь требуем выполнение условия

$$N_1^1 \lambda_1 + N_2^1 \lambda_2 + \cdots + N_n^1 \lambda_n = 0. \tag{6}$$

Продолжая этот процесс, для $(D_x^{11})^n$ - й производной функции (4) получим

$$(D_x^{11})^n y = \int_{x_0}^{x} \left[N_1^1 \lambda_1^2 \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_1} + \cdots + N_n^1 \lambda_n^n \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_n} \right] \cdot$$

$$\cdot f(t) \frac{dt}{t(1-t)} + (N_1^1 \lambda_1^{n-1} + N_2^1 \lambda_2^{n-1} + \cdots + N_n^1 \lambda_n^{n-1}) f(x).$$

Потребуем выполнение следующего условия:

$$N_1^1 \lambda_1^{n-1} + N_2^1 \lambda_2^{n-1} + \cdots + N_n^1 \lambda_n^{n-1} = 1. \tag{7}$$

Объединяя условия (5), (6) и (7), получим систему алгебраических уравнений по отношению к неизвестных констант $N_1^1, \ldots, N_n^1$:

$$\begin{cases} N_1^1 + N_2^1 + \cdots + N_n^1 = 0 \\ \lambda_1 N_1^1 + \lambda_2 N_2^1 + \cdots + \lambda_n N_n^1 = 0 \\ \text{---------------------} \\ \lambda_1^{n-2} N_1^1 + \lambda_2^{n-2} N_2^1 + \cdots + \lambda_n^{n-2} N_n^1 = 0 \\ \lambda_1^{n-1} N_1^1 + \lambda_2^{n-1} N_2^1 + \cdots + \lambda_n^{n-1} N_n^1 = 1 \end{cases} \tag{8}$$

Поскольку определитель этой системы является определителем Вандермонда и он отличен от нуля в случае различных $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, то алгебраическое уравнение (8) всегда имеет единственное решение.

Отсюда частное решение неоднородного уравнения (1) имеет вид (4), где константы $N_1^1, N_2^1, \ldots, N_n^1$ определяются из алгебраической системы (8).

Теперь, объединяя частное решение неоднородного уравнения (1) с общим решением однородного уравнения (2), получим общее решение неоднородного уравнения (1) в виде

$$y(x) = c_1^1 \left(\frac{x}{1-x} \right)^{\lambda_1} + c_2^1 \left(\frac{x}{1-x} \right)^{\lambda_2} + \cdots + c_n^1 \left(\frac{x}{1-x} \right)^{\lambda_n} +$$

$$+ \int_{x_0}^{x} \left[N_1^1 \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_1} + N_2^1 \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_n} + \cdots + \right. \tag{9}$$

$$\left. + N_n^1 \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t} \right)^{\lambda_n} \right] f(t) \frac{dt}{t(1-t)}.$$

Таким образом, доказана следующая

Теорема 1. *Пусть в уравнении (1)* $f(x) \in C[0,1]$ *и коэффициенты* $M_i \quad (i = \overline{1,n})$ *такие, что корни характеристического уравнения (3) являются вещественными и разными. Тогда общее решение неоднородного уравнения (1) из класса* $C^n[0,1]$ *имеет вид (9), в котором* $c_1^1, c_2^1, \dots c_n^1$ *- произвольные константы,* $N_1, N_2, \dots, N_n$ *- константы, которые единственном образом определяются из системы алгебраических уравнений (8).*

II. Пусть все корни характеристического уравнения (3) являются вещественными и равными, т.е.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = \lambda,$$

тогда легко можно проверить, что функции

$$y_2 = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_1}, \quad y_2 = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda} \ln\left(\frac{x}{1-x}\right), \dots, y_n = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda_1} \ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

являются частными решениями однородного уравнения (2). В этом случае общее решение однородного уравнения (2) имеет вид

$$y(x) = c_1^2\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda} + c_2^2\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda} \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) + \cdots + c_n^2\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda} \ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x}\right).$$

Аналогично случаю I частное решение неоднородного уравнения (1) будем искать в виде

$$y_{\text{чн}} = \int_{x_0}^{x} \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda} \left[N_1^2 + N_2^2 \ln\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right) + \cdots + N_n^2 ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right)\right] \cdot f(t) \frac{dt}{t(1-t)}, \qquad (10)$$

где $N_1^2, N_2^2, \dots, N_n^2$ -неизвестные константы.

Для нахождения этих констант находим D_x^{11} - производную от функции (10):

$$D_x^{11} y_{\text{чн}} = \int_{x_0}^{1} \left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right)^{\lambda} \left[\lambda N_1^2 + \lambda N_2^2 \ln\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right) + \cdots + \right.$$

$$+\lambda N_n^2 ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right) + N_2^2 \cdot 1! + N_3^2 \cdot 2 \ln\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right) + \cdots$$

$$\left. + N_n^2 (n-1) ln^{n-2}\left(\left(\frac{x}{1-x} \cdot \frac{1-t}{t}\right)\right)\right] f(t) \frac{dt}{t(1-t)} + N_1^2 f(x)$$

Требуем выполнение условия $N_1^2 = 0$.

Далее, взяв $(D_x^{11})^2$ - производную для коэффициента N_2^2, получим условие $1! N_2^2 = 0$. При вычислении D_x^{11} - производной n - го порядка требуем выполнение условия $(n-1)! N_n = 1$.

Отсюда найдём значения неизвестных констант в таком виде

$$N_1^2 = 0, \quad N_2^2 = 0, \ldots, N_{n-1}^2 = 0, \quad N_n^2 = \frac{1}{(n-1)!}.$$

Итак, частное решение неоднородного уравнения (1) имеет вид

$$y_{\text{чн}} = \frac{1}{(n-1)!}\int_{x_0}^{x}\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda}\cdot ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)f(t)\frac{dt}{t(1-t)}.$$

Объединяя это решение с общим решением однородного уравнения (2), общее решение неоднородного уравнения (1) получим в таком виде

$$y(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\lambda}\left[c_1^2 + c_2^2\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) + \cdots + c_n^2\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right] +$$
$$+\frac{1}{(n-1)!}\int_{x_0}^{x}\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\lambda} ln^{n-1}\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)f(t)\frac{dt}{t(1-t)}. \quad (11)$$

Таким образом, имеет место следующее:

Теорема 2. *Пусть в уравнении (1) коэффициенты* M_i $(i = \overline{1,n})$ *такие, что корни характеристического уравнения (3) являются вещественными и равными и кроме того пусть* $f(x) \in C[0,1]$. *Тогда общее решение неоднородного уравнения (1) из класса* $C^n[0,1]$ *имеет вид (11), в котором* $c_1^2, c_2^2, \ldots, c_n^2$ - *произвольные постоянные числа.*

Пусть в характеристическом уравнении (3) $n = 2k$ - чётное число и все его корни являются комплексно - сопряженными, которые обозначим следующим образом:

$$\lambda_{1,2} = \alpha_1 \pm i\beta_1\ ; \quad \lambda_{3,4} = \alpha_2 \pm i\beta_2; \ldots;\ \lambda_{2k-1,2k} = \alpha_k \pm i\beta_k.$$

В этом случае общее решение однородного уравнения (2) имеет вид

$$y(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\alpha_1}\left[c_1^3 cos\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right] + c_2^3 sin\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right]\right] + \cdots +$$
$$+\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\alpha_k}\left[c_{2k-1}^3 cos\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right] + c_{2k}^3 sin\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right]\right].$$

В этом случае частное решение неоднородного уравнения (1) будем искать в виде

$$y_{\text{чн}} = \int_{x_0}^{x}\left\{\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)^{\alpha_1}\left[N_1^3 cos\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)\right] + N_2^3 sin\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-t}{t}\right)\right]\right] +\right.$$
$$\left.\cdots + \left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)^{\alpha_k}\left[N_{2k-1}^3 cos\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)\right] + N_{2k}^3 sin\left[\beta_k ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)\right]\right]\right\}\times$$
$$f(t)\frac{dt}{t(1-t)}, \quad (12)$$

где N_i^3 $(i = \overline{1,2k})$ - неопределённые коэффициенты.

Для нахождения неопределённых коэффициентов сначала введем следующие агрегаты

$$\begin{cases}\Lambda_{\alpha\beta}^{+,1} = \Lambda_{\alpha\beta}^{+,1}\{a,b\} = \alpha a - \beta b,\\ \Lambda_{\beta\alpha}^{-,1} = \Lambda_{\beta\alpha}^{-,1}\{a,b\} = \beta a + \alpha b\end{cases}$$

и

$$\begin{cases}\Lambda_{\alpha\beta}^{+,k} = \Lambda_{\alpha\beta}^{+,1}\{\Lambda_{\alpha\beta}^{+,k-1},\Lambda_{\beta\alpha}^{-,k-1}\} = \alpha\Lambda_{\alpha\beta}^{+,k-1} - \beta\Lambda_{\beta\alpha}^{-,k-1},\\ \Lambda_{\beta\alpha}^{-,k} = \Lambda_{\beta\alpha}^{-,1}\{\Lambda_{\alpha\beta}^{+,k-1},\Lambda_{\beta\alpha}^{-,k-1}\} = \beta\Lambda_{\alpha\beta}^{+,k-1} + \alpha\Lambda_{\beta\alpha}^{-,k-1}\end{cases}$$

Тогда последовательно, взяв D_x^{11} - производную до порядка $2k$ включительно от функции (12) и как выше каждый раз, требуя выпольнение соответствующих условий для определения неизвестных коэффициентов $N_i^3 \quad (i=\overline{1,2k})$, получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} N_1^3\cdot 1 + N_2^3\cdot 0 + \cdots + N_{2k-1}^3\cdot 1 + N_{2k}^3\cdot 0 = 0.\\ \Lambda_{\alpha_1\beta_1}^{+,1}N_1^3 + \Lambda_{\beta_1\alpha_1}^{-,1}N_2^3 + \cdots + \Lambda_{\alpha_k\beta_k}^{+,1}N_{2k-1}^3 + \Lambda_{\beta_k\alpha_k}^{-,1}N_{2k}^3 = 0\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \Lambda_{\alpha_1\beta_1}^{+,2k-1}N_1^3 + \Lambda_{\beta_1\alpha_1}^{-,2k-1}N_2^3 + \cdots + \Lambda_{\alpha_k\beta_k}^{+,2k-1}N_{2k-1}^3 + \Lambda_{\beta_k\alpha_k}^{-,2k-1}N_{2k}^3 = 1,\end{cases} \qquad (13)$$

где $\Lambda_{\alpha_1\beta_1}^{+,1} = \Lambda_{\alpha_1\beta_1}^{+,1}\{1,0\},\ \Lambda_{\beta_1\alpha_1}^{-,1} = \Lambda_{\beta_1\alpha_1}^{-,1}\{1,0\}$.

Можно показать, что определитель этой системы отличен от нуля и поэтому она имеет единственное решение.

Таким образом, частное решение неоднородного уравнения (1) имеет вид (12), где неизвестные константы $N_i^3 \quad (i=\overline{1,2k})$ определяются однозначно из алгебраической системы (12).

Далее, объединяя частное решение (12) с общим решением однородного уравнения (2), получим общее решение неоднородного уравнения (1) в виде

$$y(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{\alpha_1}\left[c_1^3 cos\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right] + c_2^3 sin\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right]\right] + \cdots +$$
$$+\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\alpha_k}\left[c_{2k-1}^3 cos\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right] + c_{2k}^3\, sin\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)\right]\right] +$$
$$+\int_{x_0}^{x}\left\{\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)^{\alpha_1}\left[N_1^3 cos\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)\right] + N_2^3 sin\left[\beta_1\ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)\right]\right] + \cdots\right.$$
$$\left. +\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)^{\alpha_k} N_{2k-1}^3 cos\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)\right] + N_{2k}^3 sin\left[\beta_k\ln\left(\frac{x}{1-x}\,\frac{1-t}{t}\right)\right]\right\} f(t)\frac{dt}{t(1-t)}. \qquad (14)$$

Таким образом, доказана следующая теорема:

Теорема 3. Пусть в уравнении (1) $n=2k$ - чётное число и его коэффициенты $M_i \quad (i=\overline{1,n})$ такие, что корни характеристического уравнения (3) являются комплексно-сопряженными и функция $f(x)\in C[0,1]$. Тогда общее решение неоднородного уравнения (1) из класса $C^n[0,1]$ всегда существует и оно имеет

вид (14), где $c_i^3 \ (i = \overline{1,2k})$-произвольные константы, а коэффициенты $N_i^3 \ \left(i = \overline{1,2k}\right)$ однозначно определяются из системы алгебраических уравнений (13).

Литература

1. Кодиров Г.М. Об одном обыкновенном дифференциальном уравнении четвертого порядка, вырождающемся в левой граничной точке / Г.М. Кодиров, Н. Раджабов // Современные проблемы математики и её преподавания. Специальный выпуск. Учёные записки Худжанского госуниверситета им. академика Б. Гафурова. –№2. –Ч. 1. – 2014.–С. 172-175.
2. Олимов А.Г. Общее линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с сингулярной точкой / А.Г. Олимов // Матер. респ. конф. «Теория дифференциальных и интегральных уравнений и их приложения», посв. 20-й годовщине независимости Республики Таджикистан. – 2011. – С. 65-69.
3. Раджабова Л.Н. Об одном классе гиперболического уравнения с сингулярными линиями / Л.Н. Раджабова // Вестник национального университета. – 2002. – №5 (31). – С. 44 – 51.
4. Раджабова Л.Н. Некоторые случаи для одного класса линейных уравнений третьего порядка с сингулярной точкой / Л.Н. Раджабова // ДАН РТ. – 1999. – Т. 17. – №4. – С. 41 – 49.
5. Раджабов Н. Интегральные представления и задачи типа Коши для сверх сингулярного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с комплексно-сопряженными характеристическими корнями / Н. Раджабов // ДАН РТ. – 1998. – Т. 10. – №41.
6. Раджабов Н. К теории одного класса модельного обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка с левой граничной сверхсингулярной точкой / Н. Раджабов, Г.М. Кодиров // Матер. респ. науч. конф. «Дифференциальные и интегральные уравнения», посв. 60 - летию образ. ТГНУ и 70 - летию академика АН РТ Раджабова Н. – 2008. – С.64-66.
7. Раджабов Н. Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с двумя граничными сингулярными точками / Н. Раджабов, С.К. Зарипов // Вестник Таджикского государственного национального университета. – 2008. – №1(42). – С. 37-46.
8. Сафаров Ж.Ш. Оценки устойчивости решений некоторых обратных задач для интегро-дифференциальных уравнений / Ж.Ш. Сафаров // Вестник Удмуртского университета. Серия: Математика. Механика. Компьютерные науки. –2014. –№3. – С.75 – 82.
9. Зарипов С.К. К теории одного класса немодельного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка с двумя граничными сингулярными точками / С.К. Зарипов // Вестник Таджикского национального университета. – 2010. – №3 (59). – С. 103-109.

10. Зарипов С.К. Построение аналога теоремы Фредгольма для одного класса модельных интегро – дифференциальных уравнений первого порядка с сингулярной точкой в ядре / С.К. Зарипов // Вестник Томского Государственного Университета. Математика и механика. – 2017. – №46. –С. 24 – 35.
11. Зарипов С.К. Построение аналога теоремы Фредгольма для одного класса модельных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка с логарифмической особенностью в ядре / С.К. Зарипов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физ.-мат. науки. – 2017. -Т. 21. – № 2. – С.236 – 248.
12. Zarifzoda S.K. New type Super Singular Integro-Differential Equation and its Conjugate Equation / Zarifzoda S.K., T.K. Yuldashev/ Lobachevskii Journal of mathematics. – 2020. -Vol. 41. – No. 6. – PP.1123-1130.
13. Zarifzoda S.K. Mellin Transform and Integro-Differential Equation with Logarithmic Singularity in the Kernel / Zarifzoda S.K., T.K. Yuldashev/ Lobachevskii Journal of mathematics. – 2020. – Vol. 41. – No. 9. – PP.1910-1917.
14. Зарифзода С.К. Исследование некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка со степенно-логарифмической особенностью в ядре / Зарифзода С.К., Одинаев Р.Н. / Вестник Томского Государственного Университета. Математика и механика. –2020. – №67. – С. 40-54.

INVESTIGATION OF ONE CLASS OF n – TH ORDER OPERATOR – DIFFERENTIAL EQUATION

S.K.Zarifzoda
Tajik National University

Annotation. *The work for one class of n-th order operator – differential equation with two singular point in the main operator of differentiation is found integral representation of manifold soluti dependening of the roots of the characteristic equation. In the cases when the roots of characteristic equation are real and different, real, equal, complex and conjugate it's found corresponding conditions during their execution, which the partial solution of the nonhomogeneous equation is found in an explicit form.*
Keywords: *degenerate differential operator, singular points, integral representations, characteristic equation.*

ТАДҚИҚИ ЯК СИНФИ МУОДИЛАҲОИ ОПЕРАТОРӢ – ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ТАРТИБИ *n* – ум

Зарифзода С.К.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Аннотатсия. *Барои як синфи муодилаҳои операторӣ - дифференсиалии тартиби n - ум бо оператори дифференсиалии асосии ду нуқтаи махсусдошта, вобаста ба решаҳои муодилаи характеристикии мувофиқоянда, тасвири интегралии бисёршаклаи ҳалҳо ёфта шудааст.*

Дар ҳолати решаҳои муодилаи характеристикӣ ҳақиқӣ ва гуногун, ҳақиқӣ ва якхела ва комплексӣ ва ҳамроҳшуда будан шартҳои муайян ёфта шудааст, ки ҳангоми иҷрои онҳо ҳалли хусусии муодилаи ғайриякҷинса дар намуди ошкор ёфта мешавад.

Калидвожаҳо: *операторӣ дифференсиалии таназзулёбанда, нуқтаҳои махсус, тасвири интегралии ҳал, муодилаи характеристикӣ.*

Сведения об авторах: **Зарифзода Сарвар Кахрамон**, к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой вычислительной математики и механики, Таджикский национальный университет. e-mail: sarvar8383@list.ru

УДК 517. 55

ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С СИНГУЛЯРНЫМИ ТОЧКАМИ НА КОНТУРЕ

Саидов Б.Б.

Таджикский государственный финансово-экономический университет

Аннотация. *Так как задача сопряжения гармонических функций имеет важное применение в прикладных задачах математики, то, естественно возникает вопрос о решении этих задач в явном виде. Задача сопряжения гармонических функций в многомерном пространстве вариационным методам изучена С.М. Никольским. Затем Л.Г. Михайлов исследовал задачу сопряжения гармонических функций на плоскости и точно определил числа l и p, где l - число решений однородной задачи и p - число условий разрешимости неоднородной задачи. Данная работа посвящена исследованию таких случаев, т.е. решение задача сопряжения гармонических функций можно получить решение в замкнутой форме.*

Ключевые слова: *гармоническая функция, функция удовлетворяющая условию Гёльдера, задача сопряжения, гладкий контур, разрез, теорема Лиувилля, многозначная функция.*

Задача сопряжения гармонических функций в многомерном пространстве вариационным методам изучена С.М. Никольским [1]. Затем Л.Г. Михайлов [2] исследовал задачу сопряжения гармонических функций на плоскости и точно определил числа l и p, где l - число решений однородной задачи и p- число условий разрешимости неоднородной задачи.

Данная работа посвящена исследованию таких случаев, т.е. задача сопряжения гармонических функций, для которых можно получить решение в замкнутой форме.

Дан простой гладкий замкнутый контур L, разделяющий плоскость на внутреннюю область D^+ и внешнюю D^-.

Рассмотрим следующую граничную задачу сопряжению:

Найти две функции $U^+(x,y)$ и $U^-(x,y)$, гармонические соответственно в областях D^+, D^- и удовлетворяющие на контуре L условию сопряжения

$$(t-\eta)^{\mu_1} i\alpha_k(t)U_x^+ + (t-\eta)^{\mu_1}\alpha_k(t)U_y^+ =$$
$$= (t-\xi)^{\mu_2} i\beta_k(t)U_x^- + (t-\xi)^{\mu_2}\beta_k(t)U_y^- + (t-\eta)^{\mu_1}\gamma_k(t), \quad k=1,2., \qquad (1)$$

где η, ξ - некоторые несовпадающие точки контура; μ_1, μ_2 - некоторые положительные вещественные числа, $\alpha_k(t), \beta_k(t), \gamma_k(t)$ - функции, из класса Гёльдера, $\mu_1 = m - \nu_1$, $\mu_2 = n - \nu_2$, $0 < \nu_1 < 1$, $0 < \nu_2 < 1$, m, n - целые положительные вещественные числа.

Положим $\partial_z u = \varphi$, $z = x + iy$ и далее пользуясь следующими известными обозначениями $U_x^{\pm} = \varphi^{\pm} + \overline{\varphi^{\pm}}$, $U_y^{\pm} = i(\varphi^{\pm} - \overline{\varphi^{\pm}})$, умножая второе равенство (1) на мнимую единицу i, и складывая с первым равенством, будем иметь

$$(t-\eta)^{\mu_1} i\alpha_1 U_x^+ + (t-\eta)^{\mu_1}\alpha_1 U_y^+ = (t-\xi)^{\mu_2} i\beta_1 U_x^- + (t-\xi)^{\mu_2}\beta_1 U_y^- + (t-\eta)^{\mu_1}\gamma_1 \;\Big|$$
$$(t-\eta)^{\mu_1} i\alpha_2 U_x^+ + (t-\eta)^{\mu_1}\alpha_2 U_y^+ = (t-\xi)^{\mu_2} i\beta_2 U_x^- + (t-\xi)^{\mu_2}\beta_2 U_y^- + (t-\eta)^{\mu_1}\gamma_2 \;\Big| i$$
$$(t-\eta)^{\mu_1}\Big[(i\alpha_1 - \alpha_2)(\varphi^+ + \overline{\varphi^+}) + (\alpha_1 + i\alpha_2)(i\varphi^+ - i\overline{\varphi^+})\Big] =$$
$$= (t-\xi)^{\mu_2}\Big[(i\beta_1 - \beta_2)(\varphi^- + \overline{\varphi^-}) + (\beta_1 + i\beta_2)(i\varphi^- - i\overline{\varphi^-}) + (t-\eta)^{\mu_1}(\gamma_1 + i\gamma_2)\Big].$$
$$(t-\eta)^{\mu_1}\Big[i\alpha_1\varphi^+ - \alpha_2\varphi^+ + i\alpha_1\overline{\varphi^+} - \alpha_2\overline{\varphi^+} + i\alpha_1\varphi^+ - \alpha_2\varphi^+ - i\overline{\alpha_1\varphi^+} + \alpha_2\overline{\varphi^+}\Big] =$$
$$= (t-\xi)^{\mu_2}\Big[i\beta_1\varphi^- - \beta_2\varphi^- + i\beta_1\overline{\varphi^-}\;\beta_2\overline{\varphi^-} + i\beta_1\varphi^- - \beta_2\varphi^- - i\beta_1\overline{\varphi^-} + \beta_2\overline{\varphi^-}\Big] +$$
$$+ (t-\eta)^{\mu_1}(\gamma_1 + i\gamma_2),$$
$$2(t-\eta)^{\mu_1}(i\alpha_1 - \alpha_2)\varphi^+ = 2(t-\xi)^{\mu_2}(i\beta_1 - \beta_2)\varphi^- + (t-\eta)^{\mu_1}(\gamma_1 + i\gamma_2),$$

или

$$\varphi^+(t) = \frac{(t-\xi)^{\mu_2}}{(t-\eta)^{\mu_1}} \cdot \frac{\beta_2 - i\beta_1}{\alpha_2 - i\alpha_1}\varphi^-(t) - \frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2),$$

или

$$\varphi^+(t) = \frac{(t-\xi)^{\mu_2}}{(t-\eta)^{\mu_1}} G(t)\varphi^-(t) + g(t), \qquad (2)$$

где

$$G(t) = \frac{\beta_2 - i\beta_1}{\alpha_2 - i\alpha_1}; \quad g(t) = -\frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2).$$

Перепишем краевое условие в следующем виде:

$$\varphi^+(t) = \frac{(t-\xi)^{\mu_2}}{(t-\eta)^{\mu_1}} G(t)\varphi^-(t),$$

где μ_1, μ_2 - произвольные положительные вещественные числа, $\mu_1 = m + \nu_1$, $\mu_2 = n - \nu_2$, m, n - целые положительные числа. $0 < \nu_1 < 1, 0 < \nu_2 < 1$.

$$\varphi^+(t) = \frac{(t-\xi)^{m+\nu_1}}{(t-\eta)^{n-\nu_2}} G(t)\varphi^-(t)$$

$$\varphi^+(t) = \frac{(t-\xi)^m}{(t-\eta)^n}(t-\xi)^{\nu_1}(t-\eta)^{\nu_2} G(t)\varphi^-(t).$$

Так как ν_1, ν_2 не целые числа, поэтому функция $(t-\xi)^{\nu_1}(t-\eta)^{\nu_2}G(t)\varphi^-(t)$ является многозначной.

Построим фундаментальные вспомогательные функции. Метод построения вспомогательных функций заключается в возможности рассматривать многозначную аналитическую функцию в разрезанной плоскости, как однозначную разрывную.

Введём следующие аналитические функции:

$$(z-z_0)^{\nu_1},(z-z_0)^{\nu_2},(z-\xi)^{\nu_1},(z-\eta)^{\nu_2},$$

где z_0 - некоторая точка в области D^+, ξ,η - точки на контуре. $0<\nu_1<1, 0<\nu_2<1$.

Точки разветвления этих функций соответственно z_0,∞ и ξ,∞, z_0,∞ и η,∞.

Проведём разрез в плоскости z из точки z_0 через точки ξ и η до бесконечно-удалённой точки.

В этой разрезанной плоскости обе функции будут однозначными, и этот разрез будет для них линией разрыва.

Рассмотрим функции

$$\varphi^+(z)=(z-\xi)^{\nu_1}(z-\eta)^{\nu_2}\Phi^+(z), \quad \varphi^-(z)=\left(\frac{z-\xi}{z-z_0}\right)^{\nu_1}\left(\frac{z-\eta}{z-z_0}\right)^{\nu_2}\Phi^-(z)$$

$$\Phi^+(t)=\frac{(t-\xi)^m}{(t-\eta)^n}(z-z_0)^{-\nu_1}(z-z_0)^{-\nu_2}G(t)\Phi^-(t)$$

$$\Phi^+(t)=\frac{(t-\xi)^m}{(t-\eta)^n}G_1(t)\Phi^-(t),$$

где $G_1(t)=(z-z_0)^{-\nu_1}(z-z_0)^{-\nu_2}G(t)$ является непрерывной функцией.

Рассмотрим случай одного разрыва и убедимся, что коэффициент $G_1(t)(z-z_0)^{-\nu_1}G(t)$ есть непрерывная функция.

Действительно, так как левая и правая окрестности точки $\alpha\in L$ лежат по разные стороны разреза для функции

$$\Omega(t)=\frac{\varphi^-(t)}{\varphi^+(t)}=(t-z_0)^{-\nu_1}, \quad \frac{\Omega(\alpha-0)}{\Omega(\alpha+0)}=e^{-2\pi i\nu_1}, \quad G_1(t)=\Omega(t)G(t)=(t-z_0)^{-\nu_1}G(t),$$

тогда новый коэффициент $G_1(t)$ уже всюду является непрерывной функцией на контуре L, включая и точку α.

Действительно

$$\frac{G_1(\alpha-0)}{G_1(\alpha+0)}=\frac{\Omega(\alpha-0)G(\alpha-0)}{\Omega(\alpha+0)G(\alpha+0)}=e^{-2\pi i\nu_1}\frac{G(\alpha-0)}{G(\alpha+0)}=1 \quad \left(\nu_1=\frac{1}{2\pi i}\ln\frac{G(\alpha-0)}{G(\alpha+0)}\right),$$

то есть $G_1(\alpha-0)=G_1(\alpha+0)$, что и означает непрерывность в точке α.

Итак, задача с разрывным коэффициентом $G(t)$ сведена к задаче с непрерывным коэффициентом $G_1(t)$.

Рассуждая аналогично рассмотренному выше случаю одного разрыва, убедимся, что коэффициент

$$G_1(t)=(t-z_0)^{-\nu_1}(t-z_0)^{-\nu_2}G(t)$$

есть функция непрерывная.

Подсчитаем теперь индекс данной задачи

$$IndG_1(t)=\frac{1}{2\pi i}\{\ln G_1(t)\}_L=\frac{1}{2\pi i}\ln\left(\frac{G(\alpha-0)}{G(\alpha+0)}e^{-2\pi i\nu_1}\right)=\frac{1}{2\pi i}\ln e^{2\pi i æ}=æ.$$

Эту величину мы и назовём индексом данной задачи.

Краевое условие преобразуем в виде

$$\Phi^+(t)=\frac{(t-\xi)^m}{(t-\eta)^n}t^{æ}\cdot t^{-æ}G_1(t)\Phi^-(t).$$

Так как функция $t^{-æ}G_1(t)$ имеет нулевой индекс, поэтому на основании теоремы Гахова запишем её в виде отношения двух аналитических функций

$$t^{-æ}G_1(t)=\frac{e^{\Gamma^+(t)}}{e^{\Gamma^-(t)}},\quad \Gamma(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_L\frac{\ln\left[\tau^{-æ}G(\tau)\right]}{\tau-z}d\tau,$$

где $\chi^+(z)=e^{\Gamma^+(z)}$, $\chi^-(z)=z^{-æ}e^{\Gamma^-(z)}$.

На основании теоремы об аналитическом продолжении и обобщённой теоремы Лиувилля, получим:

$$\frac{\Phi^+(t)}{\chi^+(t-\xi)^m}=\frac{\Phi^-(t)}{\chi^-(t-\eta)^n},$$

$$\Phi^+(z)=\chi^+(z)(z-\xi)^m P_{æ\text{-}n}(z),$$

$$\Phi^-(z)=\chi^-(z)(z-\eta)^n P_{æ\text{-}n}(z),$$

где $\chi^+(z)=e^{\Gamma^+(z)}$, $\chi^-(z)=z^{-æ}e^{\Gamma^-(z)}$,

$$\Gamma(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_L\frac{\ln\left[t^{-æ}G(t)\right]}{\tau-z}d\tau.$$

$$\varphi^+(z)=(z-\xi_1)^{\nu_1}(z-\eta)^{\nu_2}\chi^+(z)(z-\xi)^m P_{æ\text{-}n}(z)$$

$$\varphi^-(z)=\left(\frac{z-\xi}{z-z_0}\right)^{\nu_1}\left(\frac{z-\eta}{z-z_0}\right)^{\nu_2}\chi^-(z)(z-\eta)^n P_{æ\text{-}n}(z).\quad æ=IndG_1(t),$$

где $P_{æ\text{-}n}(z)$ - есть полином с произвольными коэффициентами.

Теперь рассмотрим задачу

$$\varphi^+(t)=\frac{(t-\xi)^{\mu_2}}{(t-\eta)^{\mu_1}}G(t)\varphi^-(t)+g(t).\qquad(3)$$

Пусть $\mu_1=m-\nu_1$, $\mu_2=p-\nu_2$, m,p - целые положительные числа.

$$0<\nu_1<1,\ 0<\nu_2<1,\ æ=IndG(t).$$

Краевое условие (1.1.3) запишем в виде:

$$\varphi^{+}(t)=\frac{(t-\xi)^{p-\nu_2}}{(t-\eta)^{m-\nu_1}}G(t)\varphi^{-}(t)+g(t)\,.$$

Из краевого условия видно, что $\varphi^{-}(t)$ представима в виде

$$\varphi^{-}(z)=(z-\eta)^{m}z^{-m}\varphi_1^{-}(z),\ (k=1,2,\cdots,|æ-p-1|).$$

Пусть функция $g(t)$ $p-1$- раз дифференцируема в точке $t=\xi$.

Построим многочлена $T(t)$ так, чтобы он удовлетворял условиям:

$$g^{(j)}(\xi)=T^{(j)}(\xi),\ j=0,1,\cdots,p-1\,, \qquad (4)$$

$$\varphi^{+}(t)-T(t)=\frac{(t-\xi)^{p-\nu_2}}{(t-\eta)^{-\nu_1}}t^{-m}G(t)\varphi_1^{-}(t)+g(t)-T(t)\,.$$

Используя условия (4), краевое условие запишем в виде

$$\varphi^{+}(t)-T(t)=\frac{(t-\xi)^{p-\nu_2}}{(t-\eta)^{-\nu_1}}t^{-m}G(t)\varphi_1^{-}(t)+(t-\xi)^{p}g_1(t)\,.$$

Разделив краевое условие на $(t-\xi)^{p}$, имеем:

$$\frac{\varphi^{+}(t)-T(t)}{(t-\xi)^{p}}(t-\xi)^{\nu_2}=t^{-m}G(t)(t-\eta)^{\nu_1}\varphi_1^{-}(t)+(t-\xi)^{\nu_2}g_1(t) \qquad (5)$$

Так как $G(t)\in H(L)$, то можно представить её в виде $G(t)=\frac{\chi^{+}(t)}{\chi^{-}(t)}$, после чего краевое условие принимает вид:

$$\frac{\varphi^{+}(t)-T(t)}{\chi^{+}(t)(t-\xi)^{p}}(t-\xi)^{\nu_2}=t^{-m}\frac{(t-\eta)^{\nu_1}}{\chi^{-}(t)}\varphi_1^{-}(t)+(t-\xi)^{\nu_2}\frac{g_1(t)}{\chi^{+}(t)}\,.$$

Функция $(t-\xi)^{\nu_2}\frac{g_1(t)}{\chi^{+}(t)}$ удовлетворяет условию Гёльдера и поэтому заменим её разностью краевых значений аналитических функций

$$(t-\xi)^{\nu_2}\frac{g_1(t)}{\chi^{+}(t)}=\psi^{+}(t)-\psi^{-}(t)\,,$$

где

$$\psi(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_L\frac{g_1(\tau)}{\chi^{+}(\tau)}(\tau-\xi)^{\nu_2}\frac{d\tau}{\tau-z}\,.$$

Тогда краевое условие можно будет записать в виде:

$$\varphi^{+}(t)-\psi^{+}(t)=t^{-m}\frac{(t-\eta)^{\nu_1}}{\chi^{-}(t)}\varphi_1^{-}(t)-\psi^{-}(t)\,.$$

При выполнении $æ-m\geq 0$, функция $t^{-m}\frac{(t-\eta)^{\nu_1}}{\chi^{-}(t)}\varphi_1^{-}(t)$ будет иметь на бесконечности полюс, а при выполнении $æ-m<0$ - нуль порядка $æ-m$.

Используя теорему об аналитическом продолжении и обобщённую теорему Лиувилля, будем иметь

$$\varphi^{+}(z)-\psi^{+}(z)=z^{-m}\frac{(z-\eta)^{\nu_1}}{\chi^{-}(z)}\varphi_1^{-}(z)-\psi^{-}(z)=P_{æ-m-1}(z).$$

Отсюда получим:

$$\varphi_1^{+}(z)=P_{æ-m-1}(z)+\psi^{+}(z),$$

$$\varphi_1^{-}(z)=z^m\chi^{-}(z)\left[P_{æ-m-1}(z)-\psi^{-}(z)\right](z-\eta)^{-\nu_1}.$$

$$\varphi^{+}(z)=\chi^{+}(z)(z-\xi)^{p}\left[P_{æ-m-1}(z)+\psi^{+}(z)\right](z-\xi)^{-\nu_2}+T(z), \quad (1.1.6)$$

$$\varphi^{-}(z)=(z-\eta)^m\chi^{-}(z)\left[P_{æ-m-1}(z)-\psi^{-}(z)\right](z-\eta)^{-\nu_1}$$

При $æ-m\le 0$ нужно положить $P_{æ-m-1}(z)=0$.

Далее, рассуждая как в [3] стр. 113, получим, что в случае $æ-m\le 0$ задача разрешима, если будут выполнены $-æ+m$ условий разрешимости. При $æ-m>0$ и $æ>m$ задача имеет $æ-m$ линейно-независимых решений.

Из вышеизложенного можно сделать вывод:

когда коэффициент $G(t)$ имеет нули на контуре, тогда число линейно-независимых решений однородной задачи не изменяется.

Когда коэффициент $G(t)$ в конечном числе точек обращается в бесконечность, тогда количество линейно-независимых решений уменьшается на число, равное $m(\mu_1=m-\nu_1, m$ - целое положительное число ($0<\nu_1<1$).

В результате сформулируем теорему.

Теорема. Пусть $\alpha_k(t),\ \beta_k(t),\ \gamma_k(t)\in H(L)$, $æ=\mathrm{Ind}\dfrac{\beta_2-i\beta_1}{\alpha_2-i\alpha_1}$.

Тогда, если $(æ-m-1)\ge 0$ решения однородной задачи зависят от $(æ-m-1)$ произвольных постоянных, неоднородная задача, безусловно, разрешима. Если $(æ-m-1)<0$ то однородная задача не имеет решений, а для разрешимости неоднородной задачи необходимо и достаточно $2|æ-m-1|$ вещественных или $|æ-m-1|$ комплексных условий разрешимости.

$$\int_L\frac{(\tau-\alpha)^{-\nu_1}(\tau-\beta)^{-\nu_2}}{\chi^{+}(\tau)}\tau^{j-1}d\tau=0.$$

$j=1,2,\cdots,|æ-m-1|$.

Если эти условия выполнены, то неоднородная задача имеет единственное решение, которое получается из (1.1.6) при $P_{æ-m-1}\equiv 0$.

Литература

1. Никольский С.М. Задача сопряжения гармонических функций в многомерном пространстве // Известия Академии наук СССР, сер. матем. 1959. Т. 23, № 6. С. 677-686.
2. Михайлов Л.Г. Особые случаи задач сопряжения для некоторых уравнений в частных производных // Доклады расширенных заседаний семинара института прикладной математики им. И. Н. Векуа. Тбилиси. 1985. Т. 1, № 1. С. 150-154.
3. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. - М.: Наука. 1977. - 640 с.

МАСЪАЛАИ ҲАМРОҲШУДАИ ФУНКСИЯҲОИ ГАРМОНИКӢ БО НУҚТАҲОИ СИНГУЛЯРӢ ДАР ҲАЛҚАИ САРБАСТА

Саидов Б.Б.

Донишгоҳ давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

Аннотатсия. *Азбаски масъалаи функсияҳои гармоникии ҳамроҳшуда дар масъалаҳои амалии математикӣ татбиқи васеъ дорад, пас ҳалли чунин масъалаҳо дар намуди ошкор ба миён меояд. Масъалаи ҳамроҳшудаи функсияҳои гармоникӣ дар фазои бисёрченакаро бо методҳои вариатсионӣ С.М. Николский омӯхтааст. Баъдан масъалаҳои мазкурро дар ҳамворӣ Л.Г. Михайлов омӯхта, ададҳои l ва p-ро дақиқ муайян намуд, ки дар инҷо l – миқдори ҳалҳои масъалаҳои якҷинса ва p – миқдори шартҳои ҳалшавандагии масъалаҳои ғайриякҷинса мебошанд. Кори мазкур ба омӯхтани чунин ҳолатҳо, яъне ҳалли масъалаи функсияҳои гармоникии ҳамроҳшуда бахшида шудааст, ки ин ҳалҳоро дар намуди сарбаста пайдо кардан мумкин аст.*

Калидвожаҳо: *функсияҳои гармоникӣ, функсияҳои шарти Гелдерро қаноаткунанда, масъалаи ҳамроҳшуда, контури суфта, бурриш, теоремаи Луивилл, функсияҳои бисёрқиммата.*

THE PROBLEMS OF CONJUGATION OF HARMONIC FUNCTIONS WITH SINGULAR POINTS ON THE CONTOUR

Saidov B.B.

Tajik State University of Finance and Economics

Annotation. *Since the problem of conjugation of harmonic functions has an important application in applied mathematics, and therefore the question arises of solving these problems explicitly. The problem of conjugation of harmonic functions in a multidimensional space through different methods was studied by S.M. Nikolsky. Then L.G. Mikhailov investigated the problem of conjugation of harmonic functions on the plane and determined exactly the numbers l and p, where l is the number of solutions to the homogeneous problem and p is the number of conditions for the solvability of the inhomogeneous problem. This article is devoted to the study of such cases, i.e. solution of the problem of conjugation of harmonic functions can be obtained in a closed form.*

Keywords: *harmonic function, function satisfying the Hölder condition, conjugation problem, smooth contour, cut, Liouville's theorem, multivalued function.*

Сведения об авторе. ***Саидов Бахтиёр Бобокалонович****, к.ф.м.н., зав. кафедрой «Высшая математика». Таджикский государственный финансово - экономический университет. E-mail: b.saidov @tgfeu.tj, тел.:(+992) 935075405.*

УДК 517.956

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Шарипов Б.

Таджикский государственный финансово-экономический университет

Аннотация. *В работе рассматриваются некоторые переопределённые системы дифференциальных уравнений с нелинейными правыми частями и сингулярными коэффициентами. Учитывая тождественное выполнение условий совместности систем, получены многообразия их решений. Анализируется гладкость решений систем в окрестности особых точек, принадлежащих полицилиндрам либо бицилиндрам (общая часть топологических пересечений цилиндров) в* $\overline{\Pi}_2(a,b)$*, для всяких порядков особенностей в данных системах.*

Ключевые слова: *обобщённая система, тождественное выполнение условия совместности, многообразие решений, полицилиндр, бицилиндр, топологические пересечения, особая точка в системе.*

В работе рассматриваются некоторые системы дифференциальных уравнений с нелинейными правыми частями и сингулярными коэффициентами. Учитывая тождественное выполнение условия совместности систем, находятся многообразия их решений. Учитывая, что заданные функции в системах аналитические, с применением теорем интеграла Коши, и теории вычетов находим непрерывное решение систем. Затем анализируется гладкость решений систем в окрестности и в самых особых точках, принадлежащих полицилиндрам либо бицилиндрам в области $\overline{\Pi}_2(a,b)$, для всяких порядков особенностей.

1. Рассмотрим п.о.с. К.-Р. вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1}=\frac{p(z_1,z_2)}{\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n}m(z_1,z_2,W),\quad \frac{\partial W}{\partial z_2}=\frac{q(z_1,z_2;W)}{\left(z_2-z_2^{(0)}\right)^n}, \tag{1}$$

где $p,m,q\in A\left(\overline{\Pi}_2\right)$, по $W, W\in A\left(\ddot{I}_{\ 3}^{(0)}\right)$, $\overline{\Pi}_3=\left\{z_k,z_k^{(0)}\right)\left|z_k-z_k^{(0)}\right|\le a,|W|\le b\Big\}$, $(k=1,2)$.

Начальное условие для системы (1) ставится в виде $W=W_0$ при $z_k=a_k,(k=1,2)$.

Условие совместности системы (1) в точках бицилиндра $\overline{\Pi}_2$, кроме точки $z_k=z_k^{(0)}$ выполняется тождественно, тогда и только тогда, когда функция $q(z_1,z_{2;};W)$ имеет вид:

$$q(z_1,z_2;W)=\left(z_2-z_2^{(0)}\right)^n\left\{\frac{\partial A}{\partial z_2}-\frac{\partial M}{\partial z_2}+f\left[z_2;M(z_1,z_2;W)-A(z_1,z_2)\right]\right\}m(z_2;W), \tag{2}$$

где функции $M(z_2,W), A(z_1,z_2)$ определяются через соответствующие заданные функции p,q, а функция $f(z_2,M-A)$ - находится из формулы (2). Поскольку

интегралы от правых частей системы (1) в точках $z_k = z_k^{(0)}$ $(k=1,2)$ не существуют, по этой причине, по аналогии с [4-5], требуем выполнения условий малости функций $p = o((z_1 - z_1^{(0)})^{n-\lambda})$, $q = \hat{i}\,((z_2 - z_2^{(0)})^{n-\lambda}), (0 \le \lambda < 1)$, или при ограниченности $\partial_{z_k} W$, существование $\lim\limits_{z_k \to z_k^{(0)}} \left((z_k - z_k^{(0)})^n \dfrac{\partial W}{\partial z_k} \right) = 0, (k=1,2)$, то и получим некоторые частные либо особые решения исходной системы.

При этом из системы (1) можем иметь функции $W = H_i(z_1, z_2), (i=1,2)$. Если хотя бы одна из этих функций удовлетворяет системе (1), то она будет некоторым частным, либо особым решением системы. Иначе говоря, исходная система несовместна. Интегрируем первое уравнение системе (1):

$$M(z_2; W) - A(z_1, z_2) = V, \tag{3}$$

где $V = V(z_2)$- новая неизвестная функция. Продифференцировав обе части равенство (3) по переменной z_2 , подставив её значение во второе уравнение системы (1), и с учётом значении функции $q(z_1, z_2; W)$ из (2), будем иметь

$$\frac{\partial V}{\partial z_2} = f(z_2; V). \tag{4}$$

Интегрируя регулярное комплексное дифференциальное уравнение (КДУ) (4) с начальными условиями, получим:

$$V(z_2) = V_0 + H(z_2),$$

где $V_0 = V(a_2)$ - некоторое постоянное число. Далее, подставляя значение V из последней формулы в (3), и переходя к прежним переменным, получим решение исходной системы, удовлетворяющееся начальному условию в виде

$$W(z_1,, z_2) = M^{-1}\left[z_2; A(z_1,, z_2) + W_0 + H(z_2)\right]. \tag{5}$$

Теорема 1. *Пусть в системе КДУ (1)* $p, m, q \in A(\overline{\Pi}_2)$, $W \in A(\Pi_3^{(0)})$. *Если условие совместности системы (1) выполняется, но не тождественно, а также выполняется условие (M_0), то возможно существует некоторое частное либо особое решение системы. В противном случае, система (1) несовместна. Для тождественного выполнения условия совместности системы (1) необходимо и достаточно, чтобы функция* $q(z_1, z_2; W)$ *имела вид (2). Если КДУ (4) имеет определённый вид решения, то и система (1) также имеет решение и многообразие её решений определяется явной формулой (5). Если же в системе (1) применять торию вычетов, то решение исходной системы всюду* $(D^{\pm} + L)$ *области* $\overline{\Pi}_3$ *непрерывно.*

2. Рассмотрим систему КДУ вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} = \frac{a(z_1, z_2)}{z_1 - z_1^{(0)}}\, p(z_2; W), \quad \frac{\partial W}{\partial z_2} = b(z_1, z_2; W), \tag{6}$$

где $a, b, p \in A(\overline{\Pi}_2)$ по всем переменным, $W \in A(\Pi_3^{(0)})$. Прежде всего заметим, что для существования непрерывного решения системы (6) необходимо, чтобы для данной системы выполнялись условия *(M_0)*. Тогда из системы (6) получаем: $a = a(z_1, z_2),\ p(z_2; W) = 0,\ b(z_1, z_2; W) = 0$, либо $W = h_i(z_1, z_2), (i = 1,2)$. Если хотя бы одна из этих функций удовлетворяет системе (6), то она будет частным решением системы. Тем самым определяем, что в точке вырождения система (6) может иметь некоторое частное решение.

Условие совместности системы (6) имеет вид

$$(z - z_1^{(0)})\frac{\partial b}{\partial z_1} + ap\frac{\partial b}{\partial W} = a\frac{\partial p}{\partial W}b + \left(p\frac{\partial a}{\partial z_2} + a\frac{\partial p}{\partial z_2}\right). \qquad (N_1)$$

Если условие *(N_1)* выполняется, но не тождественно, то из этого соотношения можно определить функцию $W = h(z_1, z_2)$. Если эта функция удовлетворяет системе (6), то она будет частным ее решением. В противном случае, система (6) несовместна. Для того чтобы соотношение *(N_1)* выполнялось тождественно, необходимо и достаточно, чтобы функция $b(z_1, z_2; W)$ имела вид

$$b(z_1, z_2; W) = \left\{\frac{\partial A}{\partial z_2} - \frac{\partial P}{\partial z_2} + f[z_2; P(z_2; W) - A(z_1, ...)]\right\} p(z_2; W), \qquad (7)$$

$P(z_2; W) = \int_{W_0}^{W} \frac{d\sigma}{p(z_2; \sigma)}$, $A(z_1, z_2) = \int_L \frac{a(t_1, z_2)}{t_1 - z_1^{(0)}} dt_1$. Если функция *a* $(z_1, \dots)$ удовлетворяет условию *(M_0)*, то функции *$A(z_1,z_2)$* и *$b(z_1,z_2,;W)$* всюду в бицилиндре $\overline{\Gamma}_2$ будут непрерывными, а в особой точке $z_1 = z_1^{(0)}$ имеют логарифмическую особенность. Если же в системе (6) применять теорему о вычетах к функции $A(z_1, z_2)$, то получим некоторую функцию $A(z_1, z_2) = 2\pi i \cdot a(z_1^{(0)}, z_2)$, непрерывную во всей области. Интегрируем первое уравнение системы (6), как КДУ, по переменной z_1

$$P(z_2; W) - A(z_1, z_2) = V, \qquad (8)$$

где $V = V(z_2)$- новая неизвестная функция. Дифференцируя (8) по переменной z_2, подставим её значение во второе уравнение системы (6) и в результате чего получим КДУ вида (4)

$$\frac{dV}{dz_2} = f(z_2; V), \qquad (3_1)$$

где функция *$f(z_1,M - A)$* определяется из соотношения (7). Далее интегрируя регулярное комплексное дифференциальное уравнение (3_1) по переменной z_2, будем иметь $V = \Phi(z_2; C)$ или $V = \Phi(z_2; W_0)$. Подставляя значение функции V в (8),

и переходя к прежним переменным, получим многообразие всех решений системы (6) в виде

$$W = P^{-1}\{z_2;\ A(z_1, z_2) + V[z_2; W_0]\}. \qquad (9)$$

Теорема 2. *Пусть в системе (6)* $a, p, b \in A(\overline{\Pi}_2), W \in A(\Pi_3^{(0)})$. *Если для системы (6) выполняется условие* (M_0), *либо условие* (N_1) *выполняется, но не тождественно, тогда можно найти некоторые частные, либо особые решения исходной системы. В противном случае, данная система несовместна. Для того чтобы условие* (N_1) *выполнялось тождественно, необходимо и достаточно, чтобы функция* $b(z_1, z_2; W)$ *имела вид (7). Если КДУ вида (4) имеет решение, тогда система (6) также разрешима и многообразие её решений определяется явной формулой (9), непрерывной во всей расширенной данной области.*

3 . Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} = a(z_1, z_2)\, m(z_2; W), \quad \frac{\partial W}{\partial \bar{z}_2} = \frac{b(z_1, z_2; W)}{(z_2 - z_2^{(0)})^n}\ , \qquad (10)$$

где $a, m, b \in A(\overline{\Pi}_2), W \in A(\Pi_3^{(0)})$. Условием совместности системы (10) будет

$$\frac{\partial b}{\partial z_1} + a\, m \frac{\partial b}{\partial W} = a \frac{\partial m}{\partial W}\ b + (z_2 - z_2^{(0)})^n \left(m \frac{\partial a}{\partial z_2} + a \frac{\partial m}{\partial z_2} \right). \qquad (N_2)$$

Если условие совместности (N_2) выполняется, но не тождественно, то из этого соотношения сможем определить некоторую функцию $W = h(z_1, z_2)$. Если эта функция удовлетворяет системе (10), тогда она будет лишь частным решением системы. В противном случае, данная система несовместна. А также, если для системы (10) выполняются условия (M_0) (при ограниченности производных от неизвестной функции), то также сможем получить частное, либо особое решение системы. Для того чтобы найти многообразие всех решений системы, требуем тождественного выполнения условия совместности (N_2). Это требование выполняется тогда и только тогда, когда функция $b(z_1, z_2; W)$ принимает вид:

$$b(z_1, z_2; W) = (z_2 - z_2^{(0)})^n \left\{ \frac{\partial A}{\partial z_2} - \frac{\partial M}{\partial z_2} + f[z_2; M(z_2; W) - A(z_1, z_2)] \right\} m(z_2; W), \qquad (11)$$

где $A(z_1, z_2) = \int_0^{z_1} a(t_1, z_2) dt_1, M(z, ..., W) = \int_0^W \frac{d\sigma}{m(z_2; \sigma)}$, $f(z_2; M - A)$ – вполне определённая функция. Заметим, что в этом случае особенность в исходной системе устраняется, и получаем регулярную систему уравнений. Подставляя значение функции $b(z_1, ...)$ в систему (10), получаем регулярную систему, в ней условие совместности выполняется тождественно. Затем интегрируя первое уравнение последней системы по переменной z_1, получим соотношение $M(z_2, ; W) - A(z_1, z_2) = V$, где $V = V(z_2)$ - новая неизвестная функция.

Дифференцируем последнее равенство по переменной z_2, подставим её значение в систему (10), в результате чего получим КДУ вида (3), где функция $f(z_1,...,M-A)$ определяется из формулы (11). Если считать, что функция $V=V(z_2;W_0)$ будет решением КДУ вида (4), то переходя к прежним переменным, получаем многообразие решений исходной системы в виде

$$W(z_1,z_2)=M^{-1}\{z_2;A(z_1,z_2)+V(z_2;W_0)\}. \qquad (13)$$

Теорема 3. *Пусть в системе (10)* $a,m,b\in A(\overline{\Pi}_2), W\in A(\Pi_3^{(0)})$ *. Если условие совместности (N3) выполняется, но не тождественно, а также, в случаи ограниченности частных производных неизвестной функции в системе (10), выполняются условия (M0), то можно определить некоторое частное либо особое решение системы. Для того, чтобы условие (N3) выполнялось тождественно, необходимо и достаточно, чтобы функция* $b(z_1,z_2;W)$ *имела вид (11). Если КДУ вида (4) имеет определённый вид решения, то система (10) также разрешима и многообразие её решений определяется явной формулой (13), непрерывной во всей расширенной области.*

4. Рассмотрим п.о.с.К.-Р. вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1}=\frac{a(z_1,z_2)}{(z_1-z_1^{(0)})^n}\,m(z_2;W),\quad \frac{\partial W}{\partial z_2}=\frac{b(z_1,z_2,;W)}{(z_1-z_1^{(0)})^n}, \qquad (14)$$

где $a,b,m\in A(\overline{\Pi}_2), W\in A(\Pi_3^{(0)})$. Для непрерывности решения системы (14) необходимо, чтобы при ограниченности частных производных искомой функции, выполнялись следующие равенства

$$\lim_{z_k\to z_k^{(0)}}(z_k-z_k^{(0)})^n\frac{\partial W}{\partial z_k}=0,\quad (k=1,\,2). \qquad (\mathrm{M}_0)$$

Тогда из (14) сможем определить функции $W=h_i(z_1,z_2),(i=1,2)$, которые могут быть частными, либо особыми решениями системы. Условие совместности системы (14) принимает вид

$$\frac{\partial b}{\partial z_1}+\frac{a\,m}{(z_1-z_1^{(0)})^n}\frac{\partial b}{\partial W}=\left(\frac{a}{(z_1-z_1^{(0)})^n}+\frac{n}{z_1-z_1^{(0)}}\right)\cdot b+m\frac{\partial a}{\partial z_2}+a\frac{\partial m}{\partial z_2}. \qquad (N_3)$$

Если условие *(N3)* выполняется, но не тождественно, тогда из этого соотношения сможем определить функцию $W=h(z_1,z_2)$. Если эта функция удовлетворяет системе (14), то она будет частным решением системы. В противном случае, исходная система не совместна. Для того чтобы существовало многообразие решений системы (14), необходимо и достаточно, чтобы условие *(N3)* по всем переменным выполнялось тождественно. Это требование выполняется тогда и только тогда, когда функция $b(z_1,z_2;W)$ принимает вид

$$b(z_1,z_2;W)=(z_1-z_1^{(0)})^n\left\{\frac{\partial A}{\partial z_2}-\frac{\partial M}{\partial z_2}+f\left[z_2;M(z_2,W)-A(z_1,z_2)\right]\right\}m(z_2;W), \qquad (15)$$

где $A(z_1,z_2)=\int\limits_L \frac{a(t_1,z_2)}{(t_1-z_1^{(0)})^n}dt_1$, $M(z_2,;W)=\int\limits_{W_0}^{W}\frac{d\sigma}{m(z_2,\sigma)}$. Для того чтобы первый интеграл существовал, необходимо, чтобы функция $a(z_1,z_2)$ удовлетворяла условию малости $a(z_1,z_2)=o(\left|z_1-z_1^{(0)}\right|^{n-\lambda})$, $(0\le\lambda<1)$. А также, если считать, что подынтегралная функция в данной области аналитической, то можно применять теоремы о вычетах функции, и полученная функция $A(z_1,z_2)=\frac{2\pi i}{(n-1)!}\cdot\lim\limits_{z_1\to z_1^{(0)}}\left(\frac{\partial^{n-1}a}{\partial z_1^{(n-1)}}\right)$ будет непрерывной на данной области $\overline{\Pi}_2$. Теперь учитывая значение функции $b(z_1,z_2;W)$ из формулы (15), интегрируем систему (14). По аналогии с предыдущим случаем, интегрируем первое уравнение системы (14) по переменной z_1, как КДУ с параметром z_2, и затем подставим её результат во второе уравнение системы. Если полученное КДУ имеет решение с начальными данными вида $V=V(z_2,W_0)$, то исходная система также разрешима, и после перехода к прежним переменным, получим многообразие решений системы формулой

$$W(z_1,z_2)=M^{-1}\left\{z_2;\,A(z_1,z_2)+V(z_2;W_0)\right\}. \qquad (16)$$

Теорема 4. *Допустим, что в системе (14)* $a,m,b\in A(\overline{\Pi}_2), W\in A(\Pi_3^{(0)})$. *Если условие совместности (N_3) выполняется, но не тождественно, а также, если каждые функции* a,b,m *системы удовлетворяют условию (M_0), тогда находятся некоторые частные, либо особые решения системы. Для того чтобы условие совместности (N_3) выполнялось тождественно, необходимо и достаточно, чтобы функция* $b(z_1,z_2;W)$ *принимала вид (15). Если КДУ вида (4) имеет решение, то исходная система в силу теоремы о вычетах, также разрешима, причём непрерывна и многообразие её решений определяется формулой (16).*

Литература

4. Векуа И.Н. Обобщённые аналитические функции / И.Н. Векуа. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
5. Берс Л., Шехтер Дж.Уравнения в частных производных /Л.Берс, Дж. Шехтер. – М.: Наука, 1963. –356 с.
6. Михайлов Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнений и его применения к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами / Л.Г. Михайлов. –Душанбе: Дониш, 1983. –183 с .

7. Магамедов Г.А. Обобщённые аналитические функции многих переменных / Г.А.Магомедов, П.Н. Паломодов // Мат.сб.1978. – Т.106 (148). – С.515-543.
8. Михайлов Л.Г. Многообразие решений обобщённой системы Коши-Римана со многими переменными / Л.Г.Михайлов // Докл. АН Тадж. ССР. –1972. – Т.21. – (№7). – С. 14-17.
9. Михайлов Л.Г. Об одном интегральном преставлении функции многих комплексных переменных / Л.Г. Михайлов, И.В.Горелов // Докл. АН Тадж. ССР. –1971. – Т.14. –№5. – С.5-7.
10. Горелов И.В. Об одном интегральном представлении функций многих комплексных переменных / И.В. Горелов // Докл. АН Тадж. ССР. –1978. – Т. 21. –№5. – С. 7-9.
11. Шарипов Б. О некоторых системах в полных дифференциалах, интегрируемых явно / Б. Шарипов // Докл. АН Тадж.ССР. –1984. – Т. 27. – №7. – С. 365-368.
12. Шарипов Б. Формула представления решений одного класса обобщённой системы Коши-Римана с сингулярными коэффициентами /Б. Шарипов // Дифференциальные уравнения. –2015. – Т.51. – №9. – С. 1252-1256.
13. Tutsche W. Partille komplexe differentialgleichungen in eine in mehreren komplexen variablen. –VEB, Deutscher verlag der Wissenschaften. Berlin, 1977. –308 p.
14. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. –М.: Наука, 1965. –716 с.

ТАСВИРИ МАҶМӮИ ҲАЛҲОИ ЯК СИНФИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ ДАР ФАЗОИ КОМПЛЕКСӢ

Шарипов Б.
Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур як синфи системаи муодилаҳои умумикардашудаи Коши-Риман дида баромада шуда, ҳангоми айниятан иҷро гардидани шарти ҳамҷоягиашон, маҷмӯи ҳалҳо ёфта мешаванд. Рафтори ҳалли система дар атрофи нуқтаи махсуси масъалаи гузошташуда таҳлил карда мешавад.*

Калидвожаҳо: *системаи умумикардашуда, айниятан иҷро гардидани шарти ҳамчоягӣ, маҷмӯи ҳалҳои система, полислиндр, бисилиндр, буриши топологӣ, нуқтаи махсус дар система.*

FORMULA OF THE PRESENTATION OF THE DECISIONS of ONE CLASS OF THE SYSTEM DIFFERENCIALINYH EQUATIONS IN COMPLEX PLANE

Sharipov B.
The Tajik state university of finance and economics

Annotation. *We considered some redefined generalized systems Koshi-Riman with nonlinear right parts, with singular factor in this work. Considering identical performing the condition of compatability systems, are found varieties of their decisions. We analyze the smoothness of solutions of systems in the vicinity of singular points belonging to polycylinders or bicylinders (a common*

part of topological intersections of cylinders) in $\overline{\Pi}_2(a,b)$, for all orders of singularities in these systems.

Keywords: *generalized system, identical execution condition совместности, variety of the decisions, policilinder, bicilinder, topological intersection, special point in system.*

Сведения об авторе. ***Шарипов Бобоали****-к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики Таджикского государственного финансово-экономического университета. E-mail:boboali.sharipov @ mail.ru*

УДК 517.956

ФОРМУЛА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Шарипов Б., Рахимов Р.М.

Таджикский государственный финансово-экономический университет

Аннотация*. В работе рассматриваются некоторые переопределённые системы дифференциальных уравнений с нелинейными правыми частями и сингулярными коэффициентами. При тождественном выполнении условий совместности систем,получены многообразия их решений.*

Ключевые слова: *обобщённая система, тождественное выполнение условие совместности, многообразие решений, полицилиндр, бицилиндр, топологические пересечение, особая точка в системе.*

В работе рассматриваются некоторые переопределённые обобщённые системы Коши-Римана (п.о.с.К.-Р.) с линейными и нелинейными правыми частями и сингулярными коэффициентами. Учитывая основные теоремы о вычетах и их приложения, вычислим интегралы, тем самым, получаем непрерывное решение изучаемых задач. Учитывая тождественное выполнение условия совместности систем, находятся многообразия их решений. Анализируется гладкость решений систем в окрестности особых точек, внутри и вне некоторой замкнутой области, ограниченной кривой линией L, принадлежащих полицилиндрам либо бицилиндрам в $\overline{\Pi}_2(a,b)$ для произвольных порядков особенностей. При этом, в решении задач учитываются $\max\left\{\left|f_k\right|\right\}=M$ при $k=\overline{1,2}$ или $k=\overline{1,n}$, причём $Ma<b$ для изучаемых систем, и $nMa<b$, $\left|\Phi(z_1,z_2,\ldots,z_n)\right|\le b-nMa$, при $n\ge 2$.

В работе [3] Михайловым Л.Г. впервые была рассмотрена переопределенная нелинейная обобщённая система Коши-Римана с регулярными и сингулярными коэффициентами в классе вещественно- аналитических функций. В отличие от

этого в классе аналитических функций рассматривается переопределённая система дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial W}{\partial z} = f(z,\varsigma;W),\ \frac{\partial W}{\partial \varsigma} = g(z,\varsigma;W) \qquad (1)$$

где $(z,\varsigma)\in \Pi_2(a,b),\ |z-z_0|\le a\ |\varsigma-\varsigma_0|\le a,\ W\in S_b;\ |W-W_0|\le b$. Если считать, что $W\in RA$, то это означает, что в окрестности каждой внутренней точки указанной области, неизвестная функция может быть представлена сходящимся степенным рядом по вещественным координатам точки, т.е. $x,y,\xi,\eta,$ если $x+iy=z,\ \xi+i\eta=\zeta$.

Заметим, что системы дифференциальных уравнений с частными производными с регулярными коэффициентами в комплексной области, были изучены в работах немецкого учёного Е. Тучке [9]. Полученные решения для системы вида (1) в комплексной плоскости непрерывны.

Операция перекрестного дифференцирования в системе (1), приводит к необходимому условию совместности

$$D_\varsigma f = D_z g:\quad \partial_\varsigma f + g\cdot\partial_W f - \partial_z g - \partial_W g = 0, \qquad (2)$$

а многообразие решений системы в классе RA (в вещественно аналитическом случае) определяется из интегрального уравнения

$$W(z,\bar z,\varsigma,\bar\varsigma) = \hat{\mathrm{O}}(\mathrm{z},\varsigma) + \qquad (3)$$

$$+\int_{\bar z_0}^{\bar z} f[t,z;W(t,z,\varsigma,\bar\varsigma)]dt + \int_{\bar\varsigma_0}^{\bar\varsigma} g\left[\bar z_0,z,\tau,\varsigma;W(\bar z,z,\tau,\varsigma) - \int_{\bar z_0}^{\bar z} f[t,z;W(t,z,\tau,\varsigma)]dt\right]d\tau,$$

а в классе А (в аналитическом случае) из интегрального уравнения вида

$$W(z,\varsigma) = C + \int_{z_0}^{z} f[t,\varsigma;W(t,\varsigma)]dt + \int_{\varsigma_0}^{\varsigma} g\left[z_0,\tau,;W(z,\tau) - \int_{z_0}^{z} f[t;W(t,\tau)]dt\right]d\tau. \qquad (4)$$

Теорема 1. *Пусть в системе уравнений (1) правые части аналитичные по W, в $\Pi_3(a,b)$ либо вещественно-аналитические $W\in RA(\mathrm{D})$. Если условие совместности (2) по всем переменным выполняется тождественно, и функции системы (1) удовлетворяют неравенствам $2Ma<b,\ |\Phi(z,\varsigma)|\le b-2Ma,$ где $M=\max(|f|,|g|)$, тогда существует многообразие решений системы (1) и оно определяются формулами (3),(4) в классах вещественно-аналитических, а также аналитических функций, причём оно содержит соответственно одну произвольную аналитическую функцию $\Phi(\mathrm{z},\varsigma)$, либо одно произвольное.*

Некоторые классы переопределённых обобщённых систем Коши- Римана с разделяющимися переменными и сингулярными коэффициентами

1. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial W}{\partial z_1}=\frac{a(z_1,z_2)}{z_1-z_1^{(0)}}m(W),\quad \frac{\partial W}{\partial z_2}=\frac{b(z_1,z_2)}{z_2-z_2^{(0)}}m(W), \tag{5}$$

где $a,b,m\in A(\overline{\Pi}_2),\quad W\in A(\Pi_3^{(0)})$ по всем переменным. Условием совместности системы (5) будет

$$(z_2-z_2^{(0)})\frac{\partial a}{\partial \bar{z}_2}-(z_1-z_1^{(0)})\frac{\partial b}{\partial \bar{z}_1}=0. \tag{N_1}$$

Легко заметить, что если в *(N₁)*, $z_k\to z_k^{(0)}$ $(k=1,2)$, тогда получим $\frac{\partial a}{\partial z_2}=0,\ \frac{\partial b}{\partial z_1}=0$; то есть $a=a(z_1), b=b(z_2)$. С другой стороны, для непрерывности решений системы (5) достаточно, чтобы при ограниченности частных производных $\partial_{z_k}W, (k=1,2)$ существовали и равны к нулю

$$\lim_{\bar{z}_1\to\bar{z}_1^{(0)}}\left((z_1-z_1^{(0)})\frac{\partial W}{\partial z_1}\right)=0,\quad \lim_{\bar{z}_2\to\bar{z}_2^{(0)}}\left((z_2-z_2^{(0)})\frac{\partial W}{\partial z_2}\right)=0\quad . \tag{M_0}$$

+Откуда, легко получим тривиальное решение системы (5) из равенства $a_0=0, b_0=0,\ m(z_1,z_2;W)=0,$ в виде аналитической функцией $W=C.$ Если в системе уравнений (5) выполняется условие малости, т.е.

$$a(z_1,z_2)=0\left(\left|z_1-z_1^{(0)}\right|^{\lambda}\right),\ b(z_1,z_2)=0\left(\left|z_2-z_2^{(0)}\right|^{\lambda}\right),\ (0\le\lambda<1), \tag{M_1}$$

тогда получим аналитическое (тривиальное) решение системы. Если в п.о.с.К.-Р. (5) условия *(M₀), (N₁), (M₁)* не выполняются, тогда систему (5) считаем несовместной. Допустим, что условие *(N₁)* выполняется во всей данной области $\overline{I}_3$. Интегрируя систему (5), в классе (A) имеем:

$$M(W)=C+\int_0^{z_1}\frac{a(t_1,z_2)}{t_1-z_1^{(0)}}dt_1+\int_0^{z_2}\frac{b(0,t_2)}{t_2-z_2^{(0)}}dt_2,\ \text{либо}\ M(W)=C+\int_L\frac{a(t_1,z_2)}{t_1-z_1^{(0)}}dt_1+\int_L\frac{b(0,t_2)}{t_2-z_2^{(0)}}.$$

В этой формуле, учитывая условия (M_0), в классе (RA), имеем:

$$M(W)=\hat{O}(z_1,z_2)+a(z_1,\varsigma_1^{(0)},z_2,\varsigma_2)\ln\left|\frac{\varsigma_1-\varsigma_1^{(0)}}{-\varsigma_1^{(0)}}\right|+b(z_1,0,z_2,\varsigma_2^{(0)})\ln\left|\frac{\varsigma_2-\varsigma_2^{(0)}}{-\varsigma_2^{(0)}}\right|. \tag{6}$$

Если к второму интегралу применять теорему о вычетах, в случае, когда подынтегральные функции аналитические, то получаем, что решение данной задачи непрерывно и оно определяется следующей формулой

$$W^{\pm}(z_1,z_2)=M^{-1}[2\pi i\cdot a(z_1,z_2)+2\pi i\cdot b(0,z_2)+C], \tag{7}$$

непрерывной на всей расширенной области $(D^{\pm}+L=D^{+}\cup D^{-}\cup L)$.

Итак, полученное решение системы уравнений (1), определяющееся формулой (6), в полицилиндре $\overline{\Pi}_3^{(0)}$ является непрерывным, а в точке $z_k=z_k^{(0)}, (k=1,2)$ имеет логарифмическую особенность. Если в системе (1)

выполнено условие (M_0), то решение системы всюду в $\overline{D}$ будет непрерывным. Если условия (M_0), (M_1), (N_1) не выполняются, то система (5) несовместна. Отметим, что решение системы (5), формула (6) либо (7), при обращении функции M по переменной W, вблизи особых точек данной области возможно будет однозначным, либо многозначным.

Теорема 2. *Пусть в п.о.с.К.-Р. (1)* $a,b \in RA(\overline{\Pi}_2), m \in A(\overline{\Pi}_3), W \in RA(\Pi_3^{(0)})$ *и* $a,b,m \in A(\overline{\Pi}_2),\ W \in A(\Pi_3^{(0)})$. *Если выполняется условие совместности (N_3) в точках бицилиндра* $\overline{\Pi}_2$, *а также выполняются условия (M_0), (M_1) (в случае ограниченности частных производных), тогда на данном множестве существует ограниченные и непрерывные частные решения системы (5). Если для системы (5) условия (M_0),(M_1),(N_1) не выполняются, то решение п.о.с.К.-Р. в области* $\Pi_3^{(0)}$ *непрерывно, а в точке* $z_1 = z_1^{(0)}$ *имеет логарифмическую особенность. Если к вышеуказанным интегралам применять теоремы о вычетах, то решение исходной системы во всей данной расширенной области непрерывно.*

2. Рассмотрим п.о.с.К.-Р. вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} = \frac{a(z_1, z_2)}{\left(z_1 - z_1^{(0)}\right)^n} p(W), \quad \frac{\partial W}{\partial z_2} = \frac{b(z_1, z_2)}{\left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n} p(W), \tag{8}$$

где $a,b,m \in A(\overline{\Pi}_2),\ W \in A(\Pi_3^{(0)})$ по всем переменным. Допустим, что в системе (8) при ограниченности частных производных от неизвестной функции, будут выполняться следующие соотношения;

$$\lim_{z_k \to z_k^{(0)}} \left((z_1 - z_1^{(0)})^n \partial_{z_k} W\right) = 0, \quad (k = 1,2), \tag{M_0}$$

тогда аналогично предыдущим случаям, получаем, что $W = C$ будет частным решением системы (8) (см.[4]). При этом, нам достаточно требовать ограниченности, либо в особых точках наличие нулей менее чем *(n-1)*-го порядка $\partial_{z_k} W$ (k=1,2). Условие совместности системы (8) имеет вид

$$(z_2 - z_2^{(0)})^n \frac{\partial a}{\partial z_2} - (z_1 - z_1^{(0)})^n \frac{\partial b}{\partial z_1} = 0. \tag{N_4}$$

Допустим, что условие *(N_4)* выполняется во всех точках бицилиндра $\overline{\Pi}_2$. Тогда интегрируя систему (5), будем иметь

$$P(W) = C + \int_L \frac{a(t_1, z_2)}{(t_1 - z_1^{(0)})^n} dt_1 + \int_L \frac{b(z_1^{(0)}, t_2)}{(t_2 - z_2^{(0)})^n} dt_2. \tag{9}$$

Если в постановке задачи считать, что подынтегральные функции a,b внутри данной области являются аналитическими (кроме особых точках $z_k = z_k^{(0)}$

(k=1,2)), то в интегралах из (9) можно применять теоремы о вычетах, и оно представляется формулой

$$W^{\pm}(z_1, z_2) = P^{-1}\left[\frac{2\pi i}{(n-1)!}\cdot\frac{d^{(n-1)}a(z_1, z_2)}{d\, z_1^{(n-1)}} + \frac{2\pi i}{(n-1)!}\cdot\frac{d^{(n-1)}b(0, z_2)}{d\, z_2^{(n-1)}} + C\right], \qquad (10)$$

непрерывной на всей данной расширенной области.

Теорема 3. *Пусть в п.о.с.К.-Р. (8)* $a, b, p \in A(\overline{\Pi}_2), W \in A(\Pi_3^{(0)})$. *Если для системы (8) выполняется условие (M_2), но не тождественно, тогда данная система возможно имеет некоторое частное решение. Если условия (M_2) и (N_2) не выполняются, тогда система (8) несовместна. Допустим, что для системы (8) все указанные условия выполняются, а также условие совместности данной системы выполняется тождественно, тогда система (8) разрешима и многообразие её решений определяются формулой (10), непрерывной во всей данной области.*

3. Рассмотрим п.о.с.К.- Р. вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} = \frac{a(z_1, z_2)}{z_1 - z_1^{(0)}} m(z_2; W), \quad \frac{\partial W}{\partial z_2} = \frac{b(z_1, z_2)}{z_2 - z_2^{(0)}} p(z_1, z_2; W), \qquad (11)$$

где $a, b, m, p \in A(\overline{\Pi}_2), W \in A(\Pi_3^{(0)})$ - по всем переменным. По аналогии с [4], для системы (11) требуем выполнения условий *(M_0)*. Тогда из системы (11) имеем функции $m(z_2; W) = 0,\ p(z_1, z_2; W) = 0$, либо $W = h_i(z_1, z_2), (i = 1,2)$, где они могут быть некоторыми особыми, либо частными решениями исходной системы.

Условие совместности системы (11) имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{z_1 - z_1^{(0)}}\right)m - \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{z_2 - z_2^{(0)}}\right)p + \frac{a\,b\cdot(p\,\partial_W m - m\partial_W p)}{(z_1 - z_1^{(0)})(z_2 - z_2^{(0)})} = 0. \qquad (N_5)$$

Допустим, что условие *(N_5)* выполняется, но не тождественно. Тогда из *(N_5)* имеем функцию $W = h(z_1, z_2)$, где она возможно будет некоторым частным либо особым решением системы (11). Тождественное выполнение условия совместности *(N_5)* будет справедливым в следующих случаях:

$$\text{а)}\ \frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{z_1 - z_1^{(0)}}\right) = 0,\ \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{z_2 - z_2^{(0)}}\right) = 0,\ p\frac{\partial m}{\partial W} - m\frac{\partial p}{\partial W} = 0.$$

Откуда легко получим

$$\begin{aligned} &a(z_1, z_2) = (z_1 - z_1^{(0)})\,\alpha(z_1), \\ &b(z_1, z_2) = (z_2 - z_2^{(0)})\,\beta(z_2),\ p(W) = \lambda\cdot m(W), (\lambda = const.) \end{aligned}. \qquad (12)$$

Тогда с учётом формулы (12), в результате интегрирования системы (11), и перехода к прежним переменным получим:

$$W = M^{-1}\left[C + A(z_1) + B(z_2)\right]. \qquad (13)$$

При этом решение системы (11) во всём полицилиндре $\overline{\Pi}_2$ непрерывно, аналитически, и в зависимости от функции M возможно является многозначным либо однозначным.

Допустим, в условие совместности (N_5) выполняется условие

$$\text{б)}\quad \frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{z_1 - z_2^{(0)}}\right) = \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{z_2 - z_2^{(0)}}\right), \quad p\frac{\partial m}{\partial W} - m\frac{\partial p}{\partial W} \neq 0.$$

В этом случае условие *(N_3)* выполняется тождественно тогда и только тогда, когда имеет место:

$$\begin{aligned} b(z_1, z_2) &= (z_2 - z_2^{(0)})\beta(z_1, z_2)\exp\{-\lambda A(z_1, z_2)\}, \\ p(z_1, z_2; W) &= [1 + \exp\{\lambda M(z_2; W)\}]m(z_2; W), \end{aligned} \tag{14}$$

где $M(z_2;W) = \int\limits_{W_0}^{W} \frac{d\tau}{m(z_2;\tau)}$, $A(z_1, z_2) = \int\limits_L \frac{a(t_1, z_2)}{t_1 - z_1^{(0)}} dt_1$. При этом, система (11) разрешима и многообразие её решений определяется формулой

$$W(z_1, z_2) = M^{-1}\left\{z_2; A(z_1, z_2) + \frac{1}{\lambda}\ln\left[C + \lambda B(z_1, z_2)\right]\right\}.$$

Если в этой формуле считать, что функция $a(z_1, z_2) \in A(D^{\pm} + L)$, то к этому интегралу можно применять теорию вычетов, в ней особенности устраняются и полученное решение системы в данной области непрерывно.

4. Теперь рассмотрим п.о.с.К.-Р. вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} = \frac{a(z_1, z_2)}{(z_1 - z_1^{(0)})^n}\ m(z_2; W), \quad \frac{\partial W}{\partial z_2} = \frac{b(z_1, , z_2)}{(z_2 - z_2^{(0)})^n}\ p(z_1, z_2; W), \tag{15}$$

где $a, b, p, m \in A(\overline{\Pi}_2)$, $W \in A(\Pi_3^{(0)})$. Для системы (15) условием совместности будет

$$\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{\left(z_1 - z_1^{(0)}\right)^n}\right)m - \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{\left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n}\right)p + \frac{ab\cdot(p\,\partial_W m - m\,\partial_W p)}{\left(z_1 - z_1^{(0)}\right)^n\left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n} = 0. \tag{N_6}$$

Легко заметить, что интегралы от правых частей системы (15) в точках $z_k = z_k^{(0)}$ $(k = 1,2)$ не существуют. Поэтому по аналогии с [4], в случае ограниченности $\partial_{z_k} W$, требуем выполнения пределов, которые следует из предельного перехода в системе (15)

$$\lim_{z_k \to z_k^{(0)}}\left((z_k - z_k^{(0)})^n \frac{\partial W}{\partial z_k}\right) = 0, (k = 1,2) \text{ и } \lim_{z_1 \to z_1^{(0)}} a(z_1, z_2)m(z_2; W) = 0,$$

$$\lim_{z_2 \to z_2^{(0)}} b(z_1, z_2)\,p(z_1, z_2; W) = 0.$$

Тем самым, имеем возможность определить поведение системы (15) на точках вырождений. При этом из (15) легко получим, что в точках $z_k = z_k^{(0)}$,

$W = h_k(z_1, z_2)$ (κ=*1,2*), являющиеся тривиальными, либо некоторыми частными решениями системы (15). Если условие *(N_6)* в точках полицилиндра, кроме точек $z_k = z_k^{(0)}$ $(k = 1,2)$ выполняется, но не тождественно, тогда из *(N_6)* можно определить некоторое частное, либо особое решение системы в виде $W = H(z_1, z_2)$. Если эта функция также удовлетворяет системе (15), то она будет некоторым частным решением системы. В противном случае, система (15) несовместна. Тождественное выполнение условия *(N_6)* можем рассматривать в следующих случаях:

а) $$\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{\left(z_1 - z_1^{(0)}\right)^n}\right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{\left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n}\right) = 0, \quad p\partial_W m - m\partial_W p = 0.$$

Откуда легко получим

$$a(z_1, z_2) = \left(z_1 - z_1^{(0)}\right)^n \alpha(z_1),\ b(z_1, z_2) = \left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n \beta(z_2),\ p(z_1, z_2; W) = \lambda\, m(z_2; W). \quad (16)$$

При этих значениях функций a, b, p условие (N_6) выполняется тождественно и многообразие её решений определяется формулой

$$W = M^{-1}\left[z_2; C + A(z_1, z_2) + B(z_1, z_2)\right], \quad (17)$$

являющееся непрерывным во всей области $\overline{\Pi}_3$ по всем переменным.

б) Допустим, что условие *(N_6)* выполняется тождественно в случае, когда

$$m\frac{\partial p}{\partial W} - p\frac{\partial m}{\partial W} \neq 0, \quad \frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{\left(z_1 - z_1^{(0)}\right)^n}\right) = \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{\left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n}\right).$$

Тогда из *(N_6)* сможем определить взаимосвязь между функциями $b(z_1, z_2)$ и $a(z_1, z_2)$, а также $m(z_1, z_2; W)$ и $p(z_2, W)$ следующими формулами:

$$\begin{cases} p(z_2; W) = \left[1 + \exp\left\{\lambda M(z_2; W)\right\}\right] \cdot m(z_2; W) \\ b(z_1, z_2) = \left(z_2 - z_2^{(0)}\right)^n \beta(z_1, z_2) \cdot \exp\left\{-\lambda A(z_1, z_2)\right\}, \end{cases} \quad (18)$$

где $M(z_2; W) = \int\limits_{W_0}^{W} \frac{d\vartheta}{m(z_2; \vartheta)}, \quad A(z_1, z_2) = \int\limits_L \frac{a(t_1, z_2)}{(t_1 - z_1^{(0)})^n} dt_1$.

Действительно, при этих значениях b, p из (18) условие совместности (N_6) выполняется тождественно и многообразие решений после перехода к прежним переменным находится формулой

$$W(z_1, z_2) = M^{-1}\left\{z_2; A(z_1, z_2) + \frac{1}{\lambda}\ln\left[C + \lambda \cdot B(z_1, z_2)\right]\right\}, \quad (19)$$

где $B(z_1,z_2)=\int\limits_0^{z_2}\beta(z_1,t_2)dt_2$, $\lambda=const.$ При этом, решение системы в точке $z_1=z_1^{(0)}$ имеет особенность (n-1)-го порядка (при n>1) и логарифмического порядка, если n=1.

Замечание. В силу поставленной задачи, функции a,b по всем своим новым аргументам считаются аналитическими [4], а $z_1=z_1^{(0)}$ их особой точкой. Следовательно, применяя к ней теорию вычетов, получим решение исходной задачи в виде

$$W^{\pm}(z_1,z_2)=M^{-1}\left\{z_2;A(z_1,z_2)+\frac{1}{\lambda}\ln\left[C+\lambda\cdot B(z_1,z_2)\right]\right\},$$

$$M(z_2;W)=\int\limits_{W_0}^{W}\frac{d\vartheta}{m(z_2;\vartheta)},\quad A(z_1,z_2)=\frac{2\pi i}{(n-1)!}\cdot\frac{d^{(n-1)}a(z_1,z_2)}{dz_1^{(n-1)}}.$$

При этом, решение исходной системы непрерывно на всей данной расширенной области $(D^{\pm}+L)$.

Теорема 4. *Пусть в п.о.с.К.-Р. (15)* $a,b,m,p\in A(\overline{\Pi}_2), W\in A(\Pi_3^{(0)})$. *Если условие* ($N_6$) *выполняется, но не тождественно, а также выполняется условие* (M_0), *тогда возможно определить некоторые частные решения системы (15). Для того чтобы условие* (N_6) *во всей области* $\overline{\Pi}_3$ *(кроме точки* $z_k=z_k^{(0)},(k=1,2)$) *выполнялось тождественно, необходимо и достаточно, чтобы функции* $b(z_1,...)$ *с* $a(z_1,z_2)$, *а также* $p(z_1,z_2;W)$ *с* $m(z_2;W)$ *были функционально зависимыми соответствующими формулами (16) и (18). Тогда система (15) разрешима и многообразие её решений определяется соответствующими формулами (17) либо (19), непрерывными на всей данной области.*

Литература

1. Векуа И.Н. Обобщённые аналитические функции / И.Н. Векуа. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
2. Берс Л. Уравнения в частных производных /Л.Берс, Дж. Шехтер. – М.: Наука, 1963. –356 с.
3. Михайлов Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнений и его применения к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами / Л.Г. Михайлов. –Душанбе: Дониш, 1983. –183 с .
4. Хёрмандер Р. Уравнение с частными производными / Р. Хёрмандер. - М.: Мир, 1981. –277 с.
5. Михайлов Л.Г. Многообразие решений обобщённой системы Коши-Римана со многими переменными / Л.Г.Михайлов// Докл. АН Тадж. ССР. –1972. – Т.21. – №7. – С. 14-17.

6. Михайлов Л.Г. Об одном интегральном преставлении функции многих комплексных переменных / Л.Г. Михайлов, И.В.Горелов // Докл. АН Тадж. ССР. –1971. – Т.14. – №5. – С. 5-7.
7. Горелов И.В. Об одном интегральном представлении функций многих комплексных переменных / И.В. Горелов // Докл. АН Тадж. ССР. –1978. – Т. 21. – №5. – С. 7-9.
8. Шарипов Б. Явные формулы представления решений некоторых квазилинейных обобщённых систем Коши-Римана с двумя комплексными переменными / Б. Шарипов // Докл.АН Тадж.ССР. –1985. – Т. 28. – №1. – С. 16-20.
9. Шарипов Б. Формула представления решений одного класса обобщённой системы Коши-Римана с сингулярными коэффициентами / Б. Шарипов // Дифференциальные уравнения. –2015. –Т.51. – №9. – С. 1252-1256.
10. Tutsche W. Partille komplexe differentialgleichungen in eine in mehreren komplexen variablen. –VEB, Deutscher verlag der Wissenschaften. Berlin, 1977. –308 p.
11. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев., Б.В. Шабат. –М.: Наука, 1965. –716 с.

ТАСВИРИ МАҶМӮИ ҲАЛҲОИ ЯК СИНФИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ ДАР ФАЗОИ КОМПЛЕКСӢ

Шарипов Б., Раҳимов Р.М.
Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

Аннотатсия*. Дар мақолаи мазкур баъзе системаи муқарраргардидаи муодилаҳои дифференсиалӣ бо паҳлӯҳои рости ғайри хаттӣ ва коэффитсиентҳои сингулярӣ мавриди баррасӣ қарор гирифтааст. Бо назардошти иҷрои якхелаи шартҳои мутобиқати системаҳо, навъҳои ҳалли онҳо ба даст оварда шудааст.*
Калидвожаҳо: *системаи умумикардашуда, иҷрои якхелаи шартҳои мутобиқат, маҷмӯи ҳалҳои система, полисиндр, бисилиндр, нуқтаи махсус дар система.*

FORMULA OF THE PRESENTATION OF THE DECISIONS of ONE CLASS OF THE SYSTEM DIFFERENCIALINYH EQUATIONS IN COMPLEX PLANE

Sharipov B., Rahimov R.M.
The Tajik State University of Finance and Economics

Annotation. *This paper considers some redefined systems of differential equations with nonlinear right-hand sides and singular coefficients. If the conditions for compatibility of systems are fulfilled identically, the varieties of their solutions are obtained.*
Keywords: *generalized system, identical execution condition совместности, variety of the decisions, policilinder, bicilinder, topological intersection, special point in system.*

Сведения об авторах. ***Шарипов Бобоали*** *- к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики Таджикского государственного финансово-экономического университета. E-mail: boboali.sharipov @ mail.ru*
Рахимов Рашид Маджитович *- к.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики Таджикского государственного финансово-экономического университета.*

УДК 536.34.04

ВЛИЯНИЕ МОНОКАРБИТА ТИТАНА НА ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОЁМКОСТИ СПЛАВОВ С ЭФФЕКТАМИ ПАМЯТИ И ПРИМЕНЕНИЕ ИХ К СОЛНЕЧНЫМ КОЛЛЕКТОРАМ

Сафаров М.М.[1], Умарзода Ш.У.[2], Назруллоев А.С.[2]
Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе[1]
Таджикский государственный педагогический университет им.С.Айни[2]

Аннотация. *В работе приводятся результаты экспериментально-теоретического исследования изобарной теплоёмкости сплавов системы ванадий-молибден в зависимости от температуры. Установлена закономерность изменения теплоёмкости исследуемых сплавов с эффектами памяти. Была автоматизирована установка для исследования теплоёмкости твёрдых тел.*

Ключевые слова: *солнечный коллектор, сплавы с эффектом памяти, молибден, вольфрам, карбид кремния, метод монотонного разогрева, теплоёмкость, температура.*

В работе Э.Стормса [1] представлены диаграммы состояния и указаны карбидные соединения сплавов с различными металлами и сплавами с эффектом памяти. Авторы работы [2] утверждают, что титан с углеродом образуют только одно карбидное соединение, т.е. монокарбид титана TiC. В системе V-C существует два карбида- полукарбид и монокарбид [3]. Молибден с углеродом образует два карбидных соединения Mo_2C и MoC, каждое соединение имеет две кристаллические модификации: низкотемпературную - α и высокотемпературную - β [4]. В работах [5, 6] показано, что в условиях электроискрового диспергирования титана, ванадия и молибдена в жидком углеводороде происходит синтез монокарбида, соответствующий металлу с кубической решеткой. Автор работ [7] профессор Абдулазизов Т.М. (2019) указал, что можно получить твердый раствор между монокарбидами титана, ванадия и молибдена в условиях электроискрового диспергирования. Кроме того, в данной работе показано, что при электроискровом диспергировании электродной пары титана, ванадия и молибдена в углеродсодержащей жидкой среде (гептан) создается условие для синтеза многокомпонентного сложного карбида с ГЦК-решеткой.

Экспериментальные методы исследования.

Методы монотонного нагрева дают возможность из одного опыта приобрести температурную зависимость измеряемой величины во всем промежутке нагрева объекта, и поэтому носят в некоторых случаях название динамических способов. Из способов монотонного нагрева для установления коэффициента теплопроводности веществ применяется способ тонкой пластины. Способ

тонкой пластины базируется на закономерностях монотонного разогрева измеряемого объекта в порядке, когда его термическое поле остается тесным к постоянному режиму и применяет расчётные уравнения для коэффициента теплопроводности. Следует заметить, что разработкой методов теплофизических измерений в режиме монотонного (динамического) разогрева испытуемых материалов с 1950 г., помимо лаборатории тепловых измерений ЛИТМО, занимаются различные исследователи, и прежде всего Ю.П. Барский и О.А. Краев [8]. Проведенные в указанном направлении исследования показали его перспективность для целей организации теплового приборостроения.

Применение исследуемых образцов.

Теплоснабжение объектов традиционными способами требует затрат большого количества природного топлива. Совершенствование теплогенерирующих установок даёт возможность его экономии, но не полного отказа даже при работе над проблемой использования нетрадиционных источников энергии (солнечной, ветровой, геотермальной и т.д.). Практически они неисчерпаемы и обладают преимуществом перед ископаемым топливом, так как экологически чисты, не имеют отходов, дешевы. Однако применение их связано с высокой стоимостью преобразующих устройств, периодичностью работы, специфичностью места расположения. Несмотря на все это область использования их быстро расширяется.

Специалистам в области теплоснабжения в недалеком будущем придется столкнуться с различными системами, создаваемыми на базе нетрадиционных топлив, одним из которых является солнечное излучение. Солнечная радиация - практически неисчерпаемый и экологически чистый источник энергии. Число часов солнечного сияния в год в странах Средней Азии составляет 2700 - 3035, в Закавказье 2130 - 2520, на Украине и в Молдавии - 2000 - 2080. Количество солнечной энергии, поступающей за год на 1 $м^3$ горизонтальной поверхности, в Ашхабаде равно 1720 кВт-ч, в Москве 1015 кВт-ч. С помощью гелиотехнических устройств может быть полезно использовано 10 - 50% этой энергии.

Перспективы развития солнечной энергетики. Проблема использования солнечной энергии, которая являлась предметом изучения отдельных исследователей, сегодня привлекает пристальное внимание всей общественности. Это объясняется конечным запасом ископаемого топлива и заставляет задуматься над получением энергии будущего. Кроме того, в последние годы остро встал вопрос о защите окружающей среды. Современная топливная энергетика загрязняет воздушный бассейн вредными выбросами, а также существует "тепловое загрязнение". Поэтому на современном этапе солнечная энергия является весьма перспективным энергоисточником.

Солнечная энергия практически вечный и потенциально огромный источник энергоснабжения, невносящий каких-либо загрязнений в окружающую среду. В наше время надвигающейся экологической катастрофы использование её может помочь избежать значительных неприятностей с точки зрения охраны среды. Основные проблемы применения солнечной энергии - высокая стоимость концентрации при использовании, рассосредоточенность и дискретность поступления по часам суток, времени года и географическим поясам. Ключевой проблемой применения солнечной энергии является проблема аккумулирования. Если рассосредоточенность излучения и необходимость создания устройства для концентрации определяются технико-экономическими характеристиками используемых для этого систем, то дискретность поступления энергии требует решения вопросов аккумулирования. В технических вопросах использования солнечной энергии следует выделить следующие аспекты - электроснабжение, теплоснабжение, горячее водоснабжение и опреснение. В первом случае идёт получение электрической энергии, во втором - тепла.

Осуществление подобных проектов связано с низкой плотностью солнечной медиации, которая составляет I киловатт на квадратный метр. В связи с этим требуется большая площадь энергоприемников. В настоящее время разработаны концентраторы энергии, для которых требуется поверхность в десятки квадратных километров. Кроме того, технология изготовления модулей концентраторов является дорогостоящей. Необходимость создания системы аккумулирования выдвигает дополнительные, но преодолимые трудности и увеличивает стоимость энергии. Поэтому во всем мире ведутся разработки солнечной электростанции по термодинамическому циклу преобразования, то есть с применением паросиловой установки, аналогично применяемой на современных тепловых станциях. В большинстве высокоразвитых стран годовое количество солнечной энергии, падающей на крыши жилых домов, значительно превосходит величину энергии, необходимой для их отопления или охлаждения. Поэтому естественно, прежде всего, говорить об использовании солнечной энергии для подобных целей. Наибольший интерес представляет преобразование солнечной энергии в электрическую или механическую. КПД большинства этих установок чрезвычайно низок, но тем не менее перспективы применения весьма заманчивы.

Математическая модель и пути реализации при проектировании солнечных коллекторов.

Проектирование солнечных систем должно проводиться с учётом:

- особенностей климата;
- объёма отапливаемых помещений и на каком этаже;
- количества людей;

· типа установленных отопительных приборов;
· коэффициента теплопроводности стен (толщина и материал стен);
· места размещения теплообменника и т.п.

Проектирование проводится в два этапа. Первый этап предполагает расчёт солнечного коллектора для отопления, а именно определение их количества, необходимого для отопления. Второй этап - привязка полученных результатов к существующей системе отопления. Для разработки математической модели в основном используется закон теплового баланса следующим выражением:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla q = Q\,, \qquad (1)$$

где, ρ, λ и C_p – плотность теплоносителей, кг/м^3, коэффициент эффективного теплопроводности теплоносителя, Вт/(м·К) и C_p- изобарная теплоёмкость теплоносителя, используемого в коллекторах, Дж/ (кг·К). Вышеперечисленные теплофизические характеристики исследуемых объектов и теплоносителей, входящих в уравнение (1), заимствованы из справочников по теплофизическим свойствам веществ (под редакцией Н.Б.Варгафтика), при их отсутствии, они определяются экспериментальным или теоретическим путем, т.е. определяются численным методом.

В предлагаемом нами солнечном коллекторе, в качестве теплоносителя используется водный раствор метилового спирта. В уравнении (1)

$$q=-\lambda \nabla T \quad . \qquad (2)$$

Из уравнения (1) и (2) получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \nabla^2 T = Q \quad . \qquad (3)$$

Теплофизические свойства теплоносителя солнечного коллектора в виде плоской формы, в которых в данном случае используется водный раствор метилового спирта и различных температурах (до температуры кипения), были использованы экспериментальные установки, а удельная изобарная теплоемкость исследуемого раствора была рассчитана численным методом [9-11]. Для такого вычисления использовали справочные данные температурной зависимости удельной изобарной теплоёмкости воды и метилового спирта при атмосферном давлении.

Литература

1. Стормс Э. Тугоплавкие карбиды /Э.Стормс.-М.: Атомиздат, 1970,-233с.
2. Кипарисов, С.С. Карбид титана: получение, свойства, применение/ С.С. Кипарисов Ю.В. Левинский, А.П.Петров - М.: Металлургия, 1987. -216с.
3. Косолапова Т.Я. Карбиды/ Т.Я.Косолапова.-М.:Металлургия, 1986, 209с.
4. Холлек Х. Двойные и тройные карбидные и нитридные системы переходных металлов: Справочник/ Х.Холлек.-М.:Металлургия, 1988. -319с.

5. Сативалдиев, А. Электроэрозионный синтез соединений переходных металлов/ А.Сативалдиев, У.А.Асанов. - Бишкек.:КГНУ, 1995. -187с.
6. Асанов У.А. Физико-химические процессы в плазме искрового разряда, создаваемого в жидких диэлектриках/ У.А.Асанов. Бишкек.: Кыргиз-патент, 2001. -403с.
7. Абдулазизов Т.А., Сативалдыев А.С., Маметова А.С. О фазовом составе продуктов совместного электроискрового диспергирования титана со сплавом V-Mo в гептане. Материалы 4 Международной научной конференции «Вопросы физической и координационной химии», посвящённой памяти докторов химических наук, профессоров Якубова Х.М. и Юсуфова З.Н., Душанбе, 2019, - 386с.
8. Платунов Е.С. Теплофизические измерения и приборы / Е.С. Платунов, С.Е. Буравой, В.В. Курепин, Г.С. Петров. - Л.: Машиностроение. Ленингр. отд. - 1986. - 256 с.
9. Сафаров М.М., Садиков Х.С., Тауров Э.Ш. и.др. Теплофизические и термодинамические свойства катализаторов, принимаемых в нано-технологии./ М.М.Сафаров, Х.С.Садыков,Э.Ш.Тауров, М.М.Анакулов, Дж.А. Зарипов, Г.Н.Неъматоа, Ш.З.Нажмиддинов//Вестник Таджикского национального университета. -Душанбе, Сино, 2011, - №3(67). - С. 16-23.
10. Сафаров М.М., Садиков Х.С., Тауров Э.Ш. и.др. Исследование тепло-проводности, теплоемкости, энтальпии сплавов с эффектами “памяти” формы систем (Cu-Mn) в широком интервале температур //Измерительная техника. 2014, - №2. - С.57-59.
11. Safarov M.M., Sadikov Kh.S. Influence of nanomaterials on exchange of thermal conductivity in water/ Abstracts book, 30th ITCC and 18th ITES.- Pitsburg.-USA. - 2009. - p.25.

ТАҲҚИҚИ ТАЪСИРИ МОНОКАРБИДИ ТИТАН БА ТАҒЙИРЕБИИ ГАРМИҒУНҶОИШИ ХОСИ ХУЛАҲОИ “ХОТИРАДОР” ВА ИСТИФОДАИ ОНҲО ДАР КОЛЛЕКТОРҲОИ ОФТОБӢ

Сафаров М.М. [1], Умарзода Ш.У.[2], Назруллоев А.С. [2]

Филиали ДДМ ба номи М.В.Ломоносов дар ш. Душанбе [1]
Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ[2]

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои таҳқиқоти таҷрибавӣ-назариявии гармиғунҷоиши хоси хулаҳои ванадий-молибден ва карбиди титан вобаста бо ҳарорат оварда шудааст. Барои хулаҳои таҳқиқотии “хотирадор” тағйирёбии гармиғунҷоиши хос муқарар шудааст. Дигаргуниои муқарраршуда аз тарафи муаллифон автоматикунонида шудааст.* ***Калидвожаҳо:*** *коллектори Офтобӣ, хулаҳои “хотирадор”, титан, молибден, волфрам, карбиди кремния, спирти метил, методи монотони гармкунӣ, гармиғуҷоиши хос, ҳарорат.*

INFLUENCE OF TITANIUM MONOCARBITE ON CHANGE OF HEAT CAPACITY OF ALLOYS WITH MEMORY EFFECTS AND APPLICATION OF THEM TO SUNNY COLLECTORS

Safarov M.M.[1], Umarzoda Sh.U. [2], Nazrulloev A.S.[2]

Lomonosov Moscow State University in Dushanbe[1]
Tajik State Pedagogical University named after S. Aini[2]

Annotation. *The paper presents the results of an experimental-theoretical study of the isobaric heat capacity of alloys of the vanadium-molybdenum system as a function of temperature. To measure the heat capacity of the studied alloys, we used an experimental setup (ITSP-400), developed by Professor E.S. Platunov and his students. The regularity of the change in the heat capacity of the studied alloys with memory effects is established. This installation for studying the heat capacity of solids was automated.*
Keywords: *solar collector, memory alloys, molybdenum, tungsten, silicon carbide, monotonous heating method, heat capacity, temperature.*

Сведения об авторах: **Сафаров Махмадали Махмадиевич**- д.т.н., профессор, Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе, глав. специалист отдела НИиМС, телефон (+992) 93 163 15 85. E-mail: mahmad1@list.ru
Умарзода Шарифмуроди Умар - ст. преп. кафедры «Информационные технологии» Таджикского государственного педагогического университета имени С.Айни, тел. (+992) 918 77 71 72, e-mail: umarzoda@mail.ru
Назруллоев Абдукодир Саъдуллоевич - к.т.н, и.о.доцента, Таджикский государственный педагогический университет имени С.Айни, тел.: (+992 918 42 91 13), e-mail: Nazrulloev@mail.ru

УДК 536.19.34

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЖИДКИХ УГЛЕВОДОРОДНЫХ СМЕСЕЙ ПРИ ДОБАВКЕ В НИХ НАПОЛНИТЕЛЕЙ

Сафаров М.М.[1] , Раджабов А.Р.[2], Джумъаев С.С.[2]
Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе[1]
Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни[2]

Аннотация. *В работе приводятся результаты экспериментального исследования теплопроводности углеводородных смесей без добавки наночастиц и с добавкой микрочастиц, наночастиц: титана, оксидов металлов при различных температурах и давлениях. В качестве исследуемых образцов использованы изобутан, толуол, ксилол и их смеси. В качестве добавки к смесям применён металл и оксиды металлов наноразмерных и микроразмерных фракций, имеющих сферическую форму. Концентрация добавок составляла от 0 до 5%. Для измерения коэффициента теплопроводности создана экспериментальная установка методом нагретой нити.*
Ключевые слова: *теплопроводность, толуол, ксилол, изобутан, нанотрубки, наночастицы оксидов металлов, микрочастицы, метод нагретой нити.*

Введение. Перенос теплоты в средах, частично прозрачных для теплового инфракрасного излучения, происходит не только собственной (молекулярной, кондуктивной) теплопроводностью, но и в той или иной мере путём диффузионного переноса энергии излучением, радиацией. Происходит миграция инфракрасных фотонов, излучаемых каждым из элементов среды в частично

поглощаемых им. Если длина свободного пробега фотонов относительно невелика, механизм фотонной теплопроводности аналогичен молекулярному (или фононному).

Как известно, при применении классических стационарных методов (или квазистационарных, таких, как метод регулярного режима) определяют эффективную теплопроводность слоя жидкости. При применении методов, основанных на использовании нестационарных процессов, в которых тепловое возмущение охватывает очень тонкие слои (менее 0.1 мм) изучаемой среды, можно получить данные, практически соответствующие молекулярной теплопроводности. В некоторых работах методом нагреваемой проволоки измерение проводилось в сравнительно большом интервале времени (до 3-10с) [1, 2].

Реакции с участием твёрдых веществ и, в частности процессы их термического разложения представляют огромный интерес для большого круга специалистов: научных сотрудников, инженеров, и технологов, работающих в металлургии, химическом производстве и материаловедении, в том числе специализирующихся в области новейших технологий синтеза соединений (химическое парофазное осаждение, самораспространяющийся высокотемпературный синтез, механохимия, нанотехнологии).

В рамках предлагаемых представлений оказалось возможным объяснить основные особенности развития реакций, включая механизм отдельных стадий процесса и интерпретировать многие проблемы и необычные явления (в частности эффект Топли-Смита и кинетический компенсационный эффект).

Экспериментальная часть

Измерение переносных свойств наножидкостей, а именно их теплопроводности при различных температурах и давлениях с использованием разных термостатирующих веществ. Технический результат достигается путем дополнительного оснащения конструкции прототипа ёмкостью с исследуемым объектом, прижимным сосудом, размещенным в нем полиэтиленовым мешочком и грузопоршневым манометром.

Устройство состоит из ёмкости, выполненной из нержавеющей стали и содержащей исследуемый объект наножидкость. Ёмкость посредством трубки через краники присоединена к полиэтиленовому мешочку, размещенному в прижимном сосуде, содержащем глицерин. Прижимной сосуд при помощи трубки присоединен к грузопоршневому манометру (МП-2500 или МП-600) [3]. К трубке, соединяющей емкость и прижимной сосуд, через краники посредством трубки присоединены вакуумный насос и манометр, который также присоединен к внутреннему сосуду измерительной трубки, содержащей внешний сосуд,

служащий в качестве рубашки, и внутри которого содержится термостатирующая среда (воздух, вода или масло).

Устройство работает следующим образом. Предварительно ёмкость заполняют исследуемым объектом, а внешний сосуд измерительной трубки - термостатирующей средой. Затем при комнатной температуре и атмосферном давлении в электрическую цепь подают постоянный электрический ток и, поставив полученные значения вольтметра V и амперметра A в формулу (1), определяют мощность нагревательного элемента [3].

$$W=IU \quad (1)$$

где W-мощность (Вт); I-сила тока (А); U- напряжение (В).

Одновременно при помощи грузопоршневого манометра пошагово каждые 4.9 МПа, увеличивают давление в исследуемом объекте. Используя полученные данные, по формуле (1) определяют подводимую мощность нагревательного элемента в зависимости от температуры, а по формуле (2) - его сопротивление в зависимости от давления. По формуле (2) определяют значение температуры опыта в измерительной ячейке [3].

$$R = R_o\big(1+\alpha(T-T_o)\big). \quad (2)$$

где R - сопротивление никелевой проволоки (Ом); R_o- сопротивление никелевой проволоки при комнатной температуре (Ом); α - коэффициент температурнойзависимости от сопротивления (1/К); T_o- комнатная температура (К); Т - температура опыта при пошаговом нагреве (К).

Поставив значения мощности и удельного сопротивления нагревательного элемента, с помощью которого определяется разность температур, по формуле (3) определяют коэффициент теплопроводности исследуемого объекта [3]:

$$\lambda_{ср} = \frac{wIn(\frac{T_1}{T_2})}{2\pi l(T_1-T_2)} \quad (3)$$

где, $\lambda_{ср}$ - коэффициент теплопроводности исследуемых наножидкостей [Вт/(м·К)], W-мощность никелевой проволоки (Вт); (T_1 - T_o)-разность температур (К); L-длина проводника(м); r_o-радиус никелевой проволоки (мм); r_1,- внутренний радиус внешнего цилиндра (мм).

Обсуждение результатов

Результаты экспериментального исследования теплопроводности объектов системы костровое масло - бензол в интервале температур (298-398)К и атмосферном давлении представлены ниже (таблица 1). Кроме того, для достоверности полученных результатов (методом нагретой нити) дополнительно была измерена теплопроводность некоторых образцов с помощью другой установки цилиндрического бикалориметра регулярного теплового режима первого рода [4, 5].

Таблица 1 - Зависимость теплопроводности исследуемых растворов системы костровое масло-бензол при различных температурах и атмосферном давлении.

№ обр.	Т, К	298	323	348	373	398
1	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	180.0	177.0	174.0	171.0	167.0
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	184.5	179.3	174.0	168.8	163.6
	Δ, %	-2.5	-1.3	0	1.3	2.0
2	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	175.5	172.2	168.7	165.4	161.1
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	178.8	173.7	168.7	163.6	158.5
	Δ, %	-1.9	-0.9	0	1.09	1.6
3	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	171.0	167.3	163.3	159.8	155.3
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	173.1	168.2	163.3	158.4	153.5
	Δ, %	-1.2	-0.5	0	0.9	1.2
4	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	166.5	162.4	157.9	154.2	149.4
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	167,4	162.7	157.9	153.1	148.4
	Δ, %	-0.5	-0.2	0	0.7	0.7
5	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	162.0	157.5	152.5	148.5	143.5
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	161.7	157.1	152.5	148.0	143.4
	Δ, %	0.2	0.3	0	0.3	0.1
6	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	157.5	152.7	147.2	142.9	137.6
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	156.0	151.6	147.2	142.8	138.3
	Δ, %	1.0	0.7	0	0.1	-0.5
7	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	153.0	147.8	141.8	137.3	131.8
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	150.3	146.0	141.8	137.5	133.3
	Δ, %	1.8	1.2	0	-0.2	-1.1
8	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	148.5	142.9	136.4	131.7	125.9
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	144.6	140.5	136.4	132.3	128.2
	Δ, %	2.6	1.7	0	-0.5	-1.9
9	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К)	144.0	138.0	131.0	126.0	120.0
	$\lambda \cdot 10^3$, Вт/(м· К) (рас.)	138.9	135.0	131.0	127.1	123.2
	Δ, %	3.5	2.2	0	-0.9	-2.7
Общая среднеарифметическая погрешность Δ=0.24%						

Обр. №1 - (80г. (100%) касторового масла); Обр. №2 -(70г. (87,5%) касторового масла +10г. (12,5%) бензол); Обр. №3 - (60г. (75%) касторового масла +20г. (25%) бензол); Обр. №4 - (50г.(62,5%) касторового масла +30г. (37,5%) бензол); Обр. №5 - (40г. (50%) касторового масла +40г. (50%) бензол); Обр. №6 - (30г. (37,5%) касторового масла +50г. (62,5%) бензол); Обр. №7 - (20г. (25%) касторового масла +60г. (75%) бензол); Обр. №8 - (10г. (12,5%) касторового масла +70г. (87,5%) бензол); Обр. №9 - (80г. (100%) бензол).

Теплопроводность чистого касторового масла и химически чистого бен-зола экспериментально была измерена другими авторами, в том числе [6, 7], в нашей работе она измерена при атмосферном давлении и температуре псевдокипения, а теплопроводность жидкого бензола измерена до температуры кипения. С ростом температуры теплопроводность касторового масла и бензола

уменьшается по линейному закону, она больше, чем теплопроводность бензола при температуре 298К и Р=0.101МПа на 25% и при том же давлении и Т=398К, больше на 39.2%.

Для обощения и обработки экспериментальных данных по теплопроводности исследуемых растворов нами использован закон термодинамического подобия в следующем виде:

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = f\left(\frac{T}{T_1}\right), \qquad (4)$$

где λ – теплопроводность исследуемых образцов при различных температурах и атмосферном давлении, λ_1- теплопроводность исследуемых образцов при температуре T_1=348К и атмосферном давлении.

Выполнимость выражения (4) показана на рисунке 1.

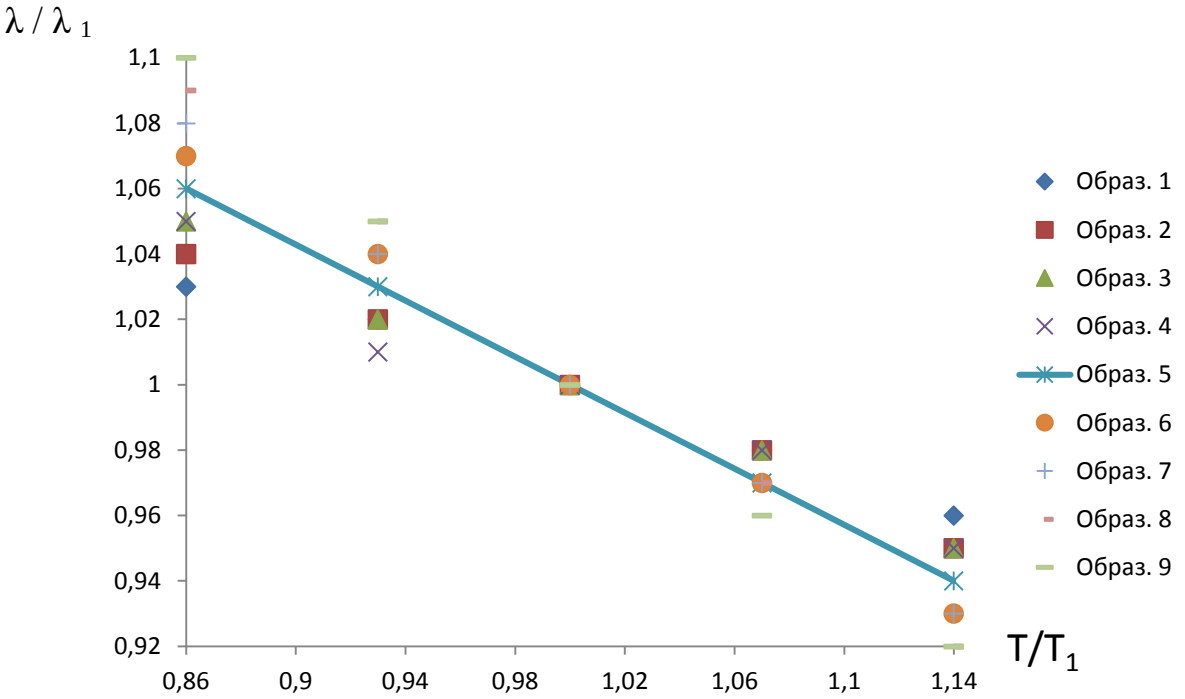


Рисунок 1 - Зависимость относительной теплопроводности от относительной температуры для исследуемых растворов.

Обр. №1 - (80г. (100%) касторового масла); Обр. №2 -(70г. (87,5%) касторового масла +10г. (12,5%) бензол); Обр. №3 - (60г. (75%) касторового масла +20г. (25%) бензол); Обр. №4 - (50г. (62,5%) касторового масла +30г. (37,5%) бензол); Обр. №5 - (40г. (50%) касторового масла +40г. (50%) бензол); Обр. №6 - (30г. (37,5%) касторового масла +50г. (62,5%) бензол); Обр. №7 - (20г. (25%) касторового масла +60г. (75%) бензол); Обр. №8 - (10г. (12,5%) касторового масла +70г. (87,5%) бензол); Обр. №9 - (80г. (100%) бензол).

Прямая линия, приведенная на рисунке 1, описывается следующим эмпирическим выражением:

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = (-0{,}4286 \cdot (\frac{T}{T_1}) + 1{,}4286) \qquad (5)$$

Результаты анализа λ_1 показали, что они являются функциями кон-центрации бензола.

График зависимости $\lambda_1 = f(n)$ при температуре T_1= 348К показан на рисунке 2.

Выражение прямой линии, показанной на рисунке 2, имеет следующий вид:

$$\lambda_1=(-0{,}4301 \cdot n + 174{,}04)\cdot 10^{-3},\ Вт/(м\cdot К) \qquad (6)$$

Выражение (5) с учетом (6) принимает вид:

$$\lambda = (-0.4286 \cdot (\frac{T}{T_1} + 1.4286) \cdot (-0.4301 \cdot n + 174.04)10 - 3, Вт/(мК) \qquad (7)$$

где Т- температура опыта в К, n-концентрации второго компонента в %.

С помощью эмпирического уравнения (7) можно рассчитать теплопроводность растворов системы касторовое масло - бензол при атмосферном давлении в интервале температур (298 - 398) К со среднеквадратической погрешностью Δ=0.24%.

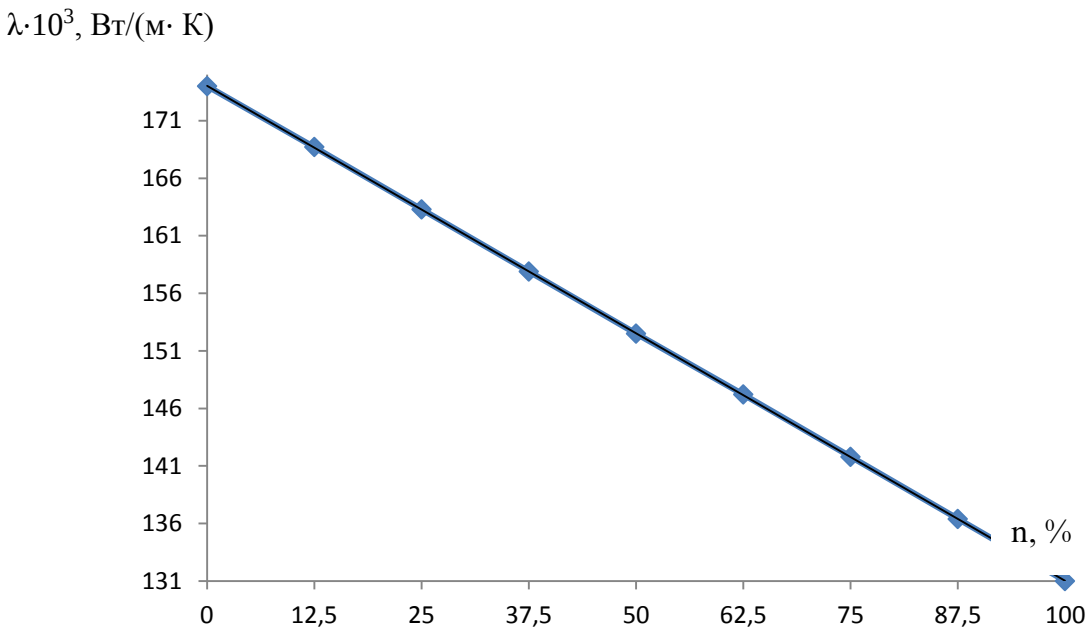


Рисунок 2 - Зависимость $\lambda_1 = f(n)$ для исследуемых растворов системы касторовое масло - бензол (обозначение как на рис. 1).

Математическая модель эффекта Топли-Смита.

Топли и Смит (Т-С) в 1931г. были одними из первых в области нанотехнологии, которые в своё время решали одну из важнейших задач науки о наночастицах. Эффект Т-С выполняет определение размера металлических оксидных наночастиц в вакууме при высоких температурах и разряженных атмосфер различных газов. Топли и Смит впервые получили аномальное изменение скорости дегидратации (J) кристаллогидратов с возрастанием давления пара воды ($P_в$) при изучении скорости дегидратации $MnC_2O_4{\cdot}2H_2O$ [8]. За прошедшее время эффект Т-С наблюдался для нескольких десятков кристаллогидратов.

В работе [9] изложены результаты исследования механизма и кинетики реакций термического разложения твёрдых и жидких веществ, основанных на термохимическом анализе процессов. В рамках, развитых автором представлений, объяснены основные особенности развития реакций и интерпретированы многие проблемы, накопившиеся в данной области, предложены методы термического анализа измерений и расчётов, позволяющие существенно повысить точность и правильность определения кинетических параметров. Термическое разложение твёрдых и жидких веществ - это процесс, лежащий в основе многих природных явлений и промышленных технологий. История цивилизации связана с развитием многих технологий, основанных на термической обработке природных материалов с целью получения других объектов, имеющих важное практические применение. Но надо отметить, что без проведения термического разложения продуктов нет возможности разработать теорию и выявить механизм их выделения, также указать влияние различных внешних факторов на поведение термодинамических и теплофизических характеристик химических и технологических объектов.

В работе [10] Хаул и Шенинг рентгеновским методом (по ширине линии) исследовали структуру продуктов разложения доломита в зависимости от температуры. Эксперименты проводили в вакууме и в присутствии CO_2. В первом случае разложение происходило до оксидов CaO и MgO, во втором- до $CaCO_3$, и MgO. Наиболее важный для рассматриваемой проблемы результат работы [10] заключается в том, что размер кристаллитов, образующихся в вакууме, монотонно увеличивается с повышением температуры (таблица 2).

Таблица 2 - Зависимость размера наночастиц оксидов металлов (d, нм) от температуры в вакууме [10]

	Температура, К	973	1273
1	MgO	6	120
2	CaO	13	140

Сирси с сотрудниками [11-13] наблюдали те же закономерности при разложении гидроксида магния, карбоната магния и бария. В случае разложения $Mg(OH)_2$ и $MgCO_3$, при 540 и 675 К, соответственно, получен остаток MgO, представлявший собой высоко пористый рентген аморфного продукта, частично сохранивший (как при эпитаксиальном осаждении) структуру исходного материала. Размер кубических частиц MgO, измеренный с помощью просвечивающего электронного микроскопа, составил, соответственно, около 2 и 3нм [11].

В настоящее время нами выполняются исследования теплофизических, термодинамических свойств наножидкостей (углеводородных систем) с добавкой металлических, оксидных наночастиц, а также различных теплоносителей при высоких параметрах состояния, но, честно сказать, затрудняемся в объяснении механизма и причины изменения вышеперечисленных теплофизических и термодинамических характеристик [4, 14-16].

Предложенный эффект даёт возможность глубже изучать проблемы нанотехнологии и наножидкостей.

Литература

1. Kashiwagi, H., Oishi M., Tanaka Y at.al.// Int J. Thermophycs. 1982. Vol. 3, №2.- P.101-116.
2. Wada, Y., Nagasaka Y., Nagashima A.// Int J. Thermophycs. 1985. Vol. 6, №3.- P.251-265.
3. Сафаров, М.М., Мирзоев С.Х.,Собиров Дж.Ф.,Зарипова М.А. и др. Устройства для определения теплопроводности коэффициента тепло-проводности наножидкостей/ Малый патент Республики Таджикистан, № TJ 923, заявлено 10.10.2017г.
4. Зарипова, М.А. Влияние наночастиц на изменение теплофизических, термодинамических свойств некоторых кислородосодержащих органических жидкостей при различных температурах и давлениях. /Мохира Абдусаломовна Зарипова//Дис…. д.т.н, Душанбе, 2015, 407с.
5. Сафаров, М.М. Теплофизические свойства простых эфиров и водных растворов гидразина в зависимости от температуры и давления / Махмадали Махмадиевич Сафаров//Дис… д.т.н, Душанбе, 1993, 449с. (второй том-459с).
6. Кутатиладзе, С.С., Боришанский В.М. Справочник по теплопередаче. Л. - М.: 1958. -414с.
7. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. /Н.Б.Варгафтик, Л.П.Филиппов, А.А.Тарзиманов, Е.Е.Тоцкий. - М.:Энергоатомиздат, 1990. - 352с.
8. Topley, B., Smith M.I.// Nature.1931. V.128. P.302.
9. Львов, Б.В. Терморазложение твердых и жидких веществ. СПб.Изд-во Политехнический университет, 2006. -278с.
10. Haul, R.A.W., Schoning F.R.L.//Z.anorg.allg.Chem.1952, Vol.269. - P.120-134.
11. Kim, M.G., Dahmen U., Searcy A.W.//J. Amer. Ceram. Soc. 1987, V. 70. P. 146 – 154.
12. Ewing, R.H., Beruto D., Searcy A.W. //J. Amer. Ceram. Soc. 1979, V. 62. - P. 580 – 584.
13. Basu, T.K., Searcy A.W. //J. Chem. Soc. Faraday Trans. I. 1976, V. 72. - P. 1889 – 1895.

14. Тиллоева, Т.Р. Теплофизические и термодинамические свойства коллоидного водного раствора наносеребра. /Тахмина Рустамовна Тиллоева // Дис….к.т.н., Душанбе, 2016. - 164с.
15. Гуломов, М.М. Влияние углеродных нанотрубок на изменение тепло-, температуропроводности и плотности жидкого диэтилового эфира. /Масрур Мирзохонович Гуломов // Дис….к.т.н., Душанбе, 2017. - 132с.
16. Анакулов, М.М. Влияние углеродных нанотрубок на изменение тепло-физических и электрофизических свойств водного раствора этиленгликоля 65 антифриз) и воды /М.М. Анакулов//Дис.. ….к.т.н., Душанбе, 2014. -117с.

ТАҲҚИҚИ ГАРМИГУЗАРОНИИ МАҲЛУЛҲОИ МОЕЪИ КАРБОГИДРАТҲО БО ИЛОВА НАМУДАНИ НАНОЗАРАЧАҲО

Сафаров М.М. [1], Рачабов А.Р. [2], Ҷумъаев С.С. [2]
Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В. Ломоносов дар Душанбе[1]
Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айни[2]

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои таҷрибавии таҳқиқи гармигузаронии омехтаҳои моеъи карбогиратҳо бе ҳамроҳнамудани наноомехтаҳо ва бо ҳамроҳ намудани зарачаҳои андозаашон микронӣ, наногии сферашакл: титан, оксиди металҳо дар ҳудудҳои ҳарорат ва фишор оварда шудааст. Ба сифати гармиинтиқолдиҳандаҳо бензол, изобутан, толуол, ксилол ва омехтаи онҳо интихоб гардидааст. Ба сифати омехтакунандаи маҳлулҳо нанометаллҳо ва оксиди онҳо, ки шакли сфераро доранд истифода шудааст, Консентратсияи омехташавандаҳо аз 0 то 5%-ро ташкил медиҳад. Барои омӯхтани гармигузаронии маводи татқиқотӣ дастгоҳи таҷрибавӣ коркард ва сохта шудааст.*
Калидвожаҳо:: *гармигузаронӣ, бензол, толуол, ксилол, изобутан, нанонайча, нанозарачаи оксиди металҳо, микрозарача, методи нокили тафсон.*

EXPERIMENTAL STUDY OF THERMAL CONDUCTIVITY OF LIQUID HYDROCARBON MIXTURES AT THE ADDITION OF TEMP

Safarov M.M.[1], Radjabov A.R.[2], Dzhumaev S.S.[2]
Lomonosov Moscow State University in Dushanbe[1]
Tajik State Pedagogical University named after S. Aini[2]

Annotation. The paper presents the results of an experimental study of the thermal conductivity of hydrocarbon mixtures without the addition of nanoparticles and with the addition of microparticles, nanoparticles; titanium, metal oxides at various temperatures and pressures. Isobutane, toluene, xylene, and mixtures were used as test samples. As an additive in mixtures, metal and metal oxides of nanosized and microdimensional fractions having a spherical shape were used. The concentration of additives ranged from 0 to 5%. To measure the thermal conductivity, we created an experimental setup using the heated filament method.
Keywords: thermal conductivity, toluene, xylene, isobutane, nanotubes, metal oxide nanoparticles, microparticles, heated thread method. Introduction Heat transfer in environments partially transparent to thermal infrared radiation occurs not only through its own heat conduction.

Сведения об авторах: **Сафаров Махмадали Махмадиевич**- д.т.н., профессор. Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе, глав. специалист отдела НИиМС, E-mail: mahmad1@list.ru

Раджабов Абдужабор Рузимадович- ст. преподаватель. Энергетический институт Таджикистана, г. Бохтар р.Кушониен. E-mail: abdujabor@mail.ru
Джумъаев Саидджафар Сафаралиевич - ст. преподаватель, Технический колледж ТТУ имени акад. М.С.Осими, E-mail: saidjafar @mail.ru

УДК 536.12.43(02)

ВЛИЯНИЕ ФУЛЛЕРЕНОВ C_{60} И C_{70} НА ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ АКТИВНОСТИ ПАРОВ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ

Тиллоева Т.Р. [1], Джумъаев С.С. [2], Гортышов Ю.Ф.[3]
Филиал МЭИ в г. Душанбе[1]
Таджикский государственный педагогический университет имени С.Айни[2]
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.Туполева[3]

Аннотация. *Представлены результаты экспериментального исследования влияния неметаллических нанодобавок чистых фуллеренов марок C_{60}, C_{70} , показано их влияние на повышение эффективности жидких углеводородных смесей и их паров с изменением тепловой активности через относительные коэффициенты системы (углеводороды + фуллерены) / углеводородные смеси при температурах T = 283…400 K и давлении p = 0.1 МПа. Разработаны пути повышения тепловой активности двигателей и энергоустановок летательных аппаратов и самих летательных аппаратов при использовании нового горючего типа «углеводороды — фуллерены». В статье изложен материал, необходимый для проведения расчётов по созданию тепловых эффективных реактивных двигателей и энергоустановок летательных аппаратов.*
Ключевые слова: *углеводороды, фуллерены, теплопроводность, относительные коэффициенты, плотность, теплоёмкость, эффективность реактивных двигателей, летательный аппарат.*

Ведение. Одним из способов повышения эффективности жидкостных реактивных двигателей и энергоустановок на жидких горючих и охладителях одно- и многоразового использования для различных летательных аппаратов (ЛА), космических ЛА (КЛА) и энергоохладителей, является повышение тепловой эффективности жидких горючих и теплоносителей [1–7]. Существуют различные способы повышения эффективности жидких горючих и теплоносителей [8–13], один из которых введение и растворение в них неметаллических добавок, в частности фуллеренов. В качестве горючего в статье рассмотрен жидкий чистый углеводород, эффективность которого можно повысить увеличением его плотности, теплоёмкости, теплопроводности и других теплофизических и термодинамических свойств (ТФС и ТДС) путём введения в него неметаллических добавок — чистых сухих фуллеренов [14–18].

При заправке нового горючего с повышенной плотностью по нормам штатной заправки горючего происходит неполная заправка штатного бака (или отсека) горючего, благодаря чему может быть увеличена масса полезной нагрузки для ЛА, КЛА, что очень важно, особенно при выведении увеличенного полезного груза на космическую орбиту.

При использовании нового горючего с повышенной плотностью (при сохранении технических характеристик штатного двигателя и всего ЛА, КЛА) возможно конструктивное уменьшение объема бака (или отсека) горючего, что, в свою очередь, позволяет уменьшить массу всего ЛА, КЛА, увеличить массу полезной нагрузки при выведении на орбиту, улучшить аэродинамические качества (повысить аэродинамические характеристики и увеличить дальность полета) ЛА, КЛА.

Одним из новых способов повышения эффективности жидких топлив (горючих) является введение и растворение в них неметаллических энергетических добавок в виде углеродных наночастиц - фуллеренов [6, 10].

Результаты экспериментальных исследований ТФС и ТДС жидкого чистого углеводорода без введения в него чистых сухих фуллеренов и с их введением были подробно освещены в предыдущих публикациях авторов [6, 14–19].

Данная работа посвящена определению вклада растворенных в гидразине чистых сухих фуллеренов в улучшение ТФС и ТДС новой наножидкости (нового горючего, топлива и теплоносителей) типа «изобутан + фуллерены», в частности в повышение теплопроводности, плотности и теплоёмкости жидкого чистого углеводорода, для чего были определены экспериментальные относительные коэффициенты теплопроводности, плотности и удельной изобарной теплоёмкости.

Влияние фуллеренов на тепловые активности жидкого и газообразного чистого углеводородов. Для определения вклада фуллеренов C_{60}, C_{70} с концентрацией 0.1…0.5 % (мас.), введенных в жидкий чистый изобутан, в изменение его плотности, теплопроводности и теплоёмкости при различных значениях давления и температуры были найдены относительные коэффициенты плотности, теплопроводности и теплоёмкости.

Для численных расчетов эффективности энергоустановки необходимо знать, что при составлении математической модели необходимо иметь значение теплопроводности, плотности и изобарную теплоемкость чистого жидкого изобутана при различных температурах и давлениях, а также с добавкой фуллеренов C_{60} и C_{70}.

Коэффициент эффективности теплоносителей системы изобутан и фуллерены рассчитан следующей формулой [19]:

$$К_{эфф} = \sqrt{C_\rho \rho \lambda}, \frac{Вт\sqrt{с}}{м^2 К} \quad (1)$$

где, C_ρ – удельная теплоёмкость $\frac{Дж}{(кг\ К)}$; ρ- плотность, кг/м^3;

λ- теплопроводность, Вт/(м·К).

Результаты численных расчётов по коэффициенту активности исследуемых коллоидных растворов системы углеводородных жидкостей изобутана и фуллеренов C_{60} и C_{70} представлены в таблицах 1-4.

Таблица 1 - Значение изобарной теплоёмкости (C_p,Дж/(кг·К) паров изобутана при различных температурах и атмосфере давления [19]

Т,К	298	420	460	500	540	580	630
C_p	1670	2236	2404	2561	2429	2854	3019

Таблица 2 - Плотность паров (ρ, кг/м^3) изобутана в зависимости от температуры при атмосферном давлении [21]

Т,К	283	293	298	303	313	323	0	348	373	398
ρ	569	557	551	545	532	518		480	428	353

Таблица 3 - Теплопроводность паров изобутана (λ 10^3, Вт/ (м·К)) в зависимости от температуры при р=0.1 МПа [21]

Т,К	283	298	400	420	460	500	540	580	630
λ 10^3	14.3	16.0	28.5	31.2	36.6	42.1	47.8	53.8	61.4

Таблица 4 - Коэффициент тепловой активности ($К_{эфф}$, $\frac{Вт\sqrt{с}}{м^2 К}$) исследуемых образцов системы изобутан (пар) без добавки, и с добавкой фуллеренов C_{60}, C_{70} при различной температуре и атмосферном давлении.

Т, К	283	298	343	373	400
Газообразный изобутан без добавки наночастиц					
$К_{эфф}$	114.9	121.3	132.5	141.0	147.8
Газообразный изобутан с добавкой фуллерен C_{60}					
$К_{эфф}$	125.5	130.2	146.7	158.5	169.2
Газообразный изобутан с добавкой фуллерен C_{70}					
$К_{эфф}$	133.1	139.6	161.4	175.3	188.5

Полученные результаты коэффициента тепловой активности теплоносителя холодильной установки (паров изобутана без добавки и с добавкой фуллеренов) были рассчитаны с помощью уравнения (1) на основе экспериментальных данных по теплопроводности, теплоёмкости и плотности паров исследуемого

теплоносителя, полученных другими авторами [20, 21]. Как видно из таблицы 4, с повышением температуры коэффициент тепловой активности исследуемых теплоносителей в интервале температур (283- 400)К растёт по линейному закону.

Заключение. Проведение экспериментальных исследований плотности, теплопроводности и теплоемкости жидкого чистого изобутана при различных значениях температуры и давления (T = 283…400K) в условиях его естественной конвекции без введения и с введением чистых сухих фуллеренов позволило:

- определить вклад фуллеренов в повышение плотности, теплопроводности и теплоёмкости чистого изобутана с получением новой наножидкости (горючего, топлива или теплоносителя) типа «изобутан+ фуллерены»;
- определить, что наиболее эффективными из исследуемых марок фуллеренов C_{60}, C_{70} являются фуллерены марки C_{70};
- создать экспериментальную базу данных по относительным коэффициентам теплопроводности, плотности и теплоёмкости системы (изобутан + фуллерены) / углеводородная жидкость.

Применение материалов статьи будет способствовать повышению качества расчётов и конструктивных инновационных разработок новых реактивных двигателей и ЭУ для ЛА, КЛА, а также самих ЛА, КЛА одно- и многоразового использования, холодильных агрегатов повышенной эффективности, различного базирования и назначения.

Литература

1. Гапоненко О.В. Основные направления развития прорывных технологий в космической деятельности России и проблемы их разработки и внедрения. Инженерный журнал: наука и инновации, 2019, вып. 6 (90). DOI: 10.18698 / 2308-6033-2019-6-1893
2. NASA Strategic Technology Investment Plan. NASA, Office of the Chief Technologist, 2017. URL: https://www. nasa. gov/sites/ default/files/ atoms/files/ 2017-8-1_stip_final-508ed. pdf (дата обращения 24.05.2018).
3. Коломенцев А.И., Байков А.В., Мартыненко С.И., Якутин А.В., Яновский Л.С., Теличкин Д.С., Цыгенхаген Ш. Проблема разработки микродвигательных установок. *Изв. вузов. Авиационная техника*, 2010, № 2, - С. 53–55.
4. Ковалёв В.Д., Гимбицкий В.А., Гимбицкая Л.А., Марченко Е.И. К вопросу увеличения дальности и продолжительности полета летательного аппарата. Наука вчера, сегодня, завтра: сб. ст. по материалам 18–19-й Междунар. научно-практ. конф. Новосибирск, 8 декабря 2014 г. Новосибирск, СибАК, 2014, № 11–12 (17), - С. 30–36.
5. Фомин В.М., Звегинцев В.И., Мажуль И.И., Шумский В.В. Анализ эффективности использования комбинированной силовой установки для разгона малоразмерных ракет, стартующих с поверхности Земли. Прикладная механика и техническая физика, 2010, т. 54, № 6, С. 21–30.

6. Абдуллин М.Р., Давлатов Н.Б., Шигапов Р.Р. Анализ и классификация путей совершенствования жидкостных ракетных двигателей одно- и многоразового использования на углеводородных и азотосодержащих горючих и охладителях. Материалы докл. междунар. молодежной науч. конф. «24-е Туполевские чтения», посвященной 130-летию со дня рождения авиаконструктора И.И. Сикорского. Казань, 7–8 ноября 2019 г., КНИТУ-КАИ. Казань, Изд-во КНИТУ-КАИ, 2019, т. 2, С. 314–320.
7.Аверьков И.С., Разносчиков В.В., Яновский Л.С. Влияние свойств топлив на характеристики летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем. Авиационные двигатели, 2018, № 1, С. 73–81.
8. Аверьков И.С., Демская И.А., Катков Р.Э., Разносчиков В.В., Самсонов Д.А., Тупицын Н.Н., Яновский Л.С. Анализ энергетических возможностей составных углеводородных горючих для кислородных двигателей космических ракетных ступеней. Космическая техника и технологии, 2017, № 4 (19), С. 46–51.
9. Большаков Г.Ф. Химия и технология компонентов жидкого ракетного топлива. Ленинград, Химия, 1983, - 320 с.
10. Хавкин А.В., Гуляева Л.А., Белоусов А.И. Производство реактивных топлив повышенной плотности (Т-8В и Т-6). Мир нефтепродуктов. Вестник нефтяных компаний, 2015, № 4, С. 13–16.
11.Дубовкин Н.Ф., Яновский Л.С., Шигабиев Т.Н., Галимов Ф.М., Иванов В.Ф. Инженерные методы определения физико-химических и эксплуатационных свойств топлив. Казань, Мастер Лайн, 2000, - 378 с.
12. Яновский Л.С., ред. Энергоемкие горючие для авиационных и ракетных двигателей. Москва, Физматлит, 2009, - 400 с.
13. Данилов А.М. Применение присадок в топливах. 3-е изд. Санкт-Петербург, Химиздат, 2010, - 360 с.
14. Алтунин В.А., Давлатов Н.Б., Зарипова М.А., Платонов Е.Н., Яновская М.Л. Некоторые пути повышения эффективности углеводородных и азотосодержащих горючих космического применения. Журнал «Военмех. Вестник БГТУ», 2019, № 55, - С. 424–429.
15.Алтунин В.А., Давлатов Н.Б., Зарипова М.А., Сафаров М.М., Платонов Е. Н., Яновская М.Л. Способы повышения эффективности теплофизических и термодинамических свойств жидких углеводородных и азотосодержащих горючих для двигателей и энергоустановок космического применения. Тр.53-х чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Калуга, 18–19 сентября 2018, РАН, РАКЦ. Казань, Изд-во Казан. ун-та, 2019, - С. 138–148.
16.Алтунин В.А., Абдуллин М.Р., Платонов Е.Н., Давлатов Н.Б., Зарипова М.А., Сафаров М.М., Яновская М.Л. Разработка способов повышения эффективности теплофизических и термодинамических свойств жидких углеводородных и азотосодержащих горючих и охладителей для двигателей гиперзвуковых, аэрокосмических и космических летательных аппаратов. Материалы докл. 43-х Академических чтений по космонавтике, посвященных памяти акад. С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых —

пионеров освоения космического пространства. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019, т. 2, - С. 71–72.
17. Алтунин В.А., Алтунин К.В., Алиев И.Н., Абдуллин М.Р., Давлатов Н.Б., Платонов Е.Н., Яновская М.Л. Некоторые пути повышения эффективности жидких и газообразных углеводородных и азотосодержащих горючих для двигателей летательных аппаратов. *Тепловые процессы в технике*, 2019, т. 11, № 10, - с. 453–479.
18. Алтунин В.А., Давлатов Н.Б., Зарипова М.А., Сафаров М.М., Алиев И.Н., Яновская М.Л. Экспериментальное исследование теплофизических свойств жидкого чистого гидразина при различных температурах и давлениях. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 10 (94). http: //dx.doi.org/ 10.18698/2308-6033-2019-10-1922
19. Алтунин В.А., Давлатов Н.Б., Зарипова М.А., Сафаров М.М., Алиев И.Н., Яновская М.Л. Экспериментальное исследование плотности и теплоемкости жидкого чистого гидразина. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 11 (95). DOI: 10.18698/2308-6033-2019-11-1934.
20. Краткий справочник физико-химических величин. Под редакцией Мищенко К.П., Равделя З.Н. Химия. Ленинградское отделение, 1972. - 202с
21. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. / Н.Б.Варгафтик, Л.П.Филипов, А.А.Тарзиманов, Е.Е. Тоцкий, - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 352 с.

ТАЪСИРИ ФУЛЛЕРЕНҲОИ НАВЪИ C_{60} ВА C_{70} БО ТАҒИРЕБИИ ФАЪОЛНОКИИ ҲАРОРАТИИ БУҒИ ГАРМИИНТИКОЛДИҲАН-ДАҲОИ ПАЙВАСТАГИИ КАРБОНИЮ ГИДРОГЕНИ

Тиллоева Т.Р. [1], Чумъаев С.С. [2], Гортышов Ю.Ф. [3]
Филиали Институти энергетикии Москва дар ш.Душанбе[1]
Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ[2]
Донишгоҳи миллии тадқиқотии Қазон. А.Н.Туполев[3]

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои омӯзиши таҷрибавии буғи моеъҳои карбонию гидрогенӣ бо иловаи нанозарачаҳо ва бидуни фуллеренҳои навъи C_{60} ва C_{70} оварда шудааст. Дар асоси натиҷаҳои омӯзиши хосиятҳои гармофизикии маводҳои таҳқиқотӣ ва омехтаи буғи онҳо, таъсири тағйирёбии коэффитсиенти фаъолнокии ҳарорати дар ҳудудҳои T=(283-400)K ва фишори p=0.1МПа нишон дода шудааст. Роҳҳои фаъолгардонии дастгоҳҳои парвозкунанда, муҳҳаррикҳо ва дастгоҳҳои гармиинтиқолдиҳандаҳо бо истифодабарии сӯзишвориҳои нав "омехтаи гази карбонию гидрогени-фуллерен" коркард карда шудааст. Дар мақола маводе пешниҳод гардидааст, ки онҳо барои ҳисоб намудани фаъолнокии ҳароратии муҳҳаррикҳои парвозкунанда, дастгоҳҳои энергия интиқолдиҳандаҳо ва дастгоҳҳои парвозкунанда имконият диҳад.*

Калидвожаҳо: *пайвастагиҳои карбонию гидрогенӣ, фуллерен, буг, гармигузаронӣ, коэффитсиенти нисбӣ, зичӣ, гармигунҷоиши хос, самаранокии муҳҳаррикҳои реактивӣ ва дастгоҳҳои парвозкунанда.*

INFLUENCE OF C_{60} AND C_{70} FULLERENES ON THE CHANGE OF THERMAL ACTIVITY OF VAPORS OF HYDROCARBON HEAT CARRIERS

Tilloeva T.R.[1], Dzhumaev S.S.[2], Gortyshov Yu.F.[3]
Branch of the Moscow Power Engineering Institute in Dushanbe[1]
Tajik State Pedagogical University named after S. Aini[2]
Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev[3]

Annotation. *The results of an experimental study on the addition of non-metallic nanosup-plements - pure dry fullerenes of grades C_{60} and C_{70} to hydrocarbon (vapors) are presented. The effect of fullerenes on increasing the efficiency of liquid hydrocarbon mixtures and their vapors with a change in its thermal activity through the relative coefficients of the system (hydrocarbons + fullerenes) / hydrocarbon mixtures at temperatures T = 283 ... 400 K and pressures p = 0.1 MPa is shown. The ways to increase the thermal activity of the engines and power plants of aircraft and aircraft themselves have been developed when using the new fuel type "hydrocarbons - fullerenes". The article provides new material necessary for calculations on the creation of heat-efficient jet engines and aircraft power plants.*
Keywords: *hydrocarbons, fullerenes, thermal conductivity, relative coefficients, density, heat capacity, jet engine efficiency, aircraft.*

Сведения об авторах: ***Тиллоева Тахмина Рустамовна***- к.т.н., доцент, Филиал МЭИ в г. Душанбе, E-mail: tahmina@mail.ru
Джумъаев Саидджафар Сафаралиевич- ст. преподаватель, Технический колледж ТТУ имени акад. М.С.Осими, E-mail: saidjafar @mail.ru
Гортышов Юрий Фёдорович- д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Татарстана. НИУ-КАИ имени А.Н. Туполева. E-mail: jurij.Gortyshov @kai.ru

УДК 66.046.41./040.22

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ МЕТАТИТАНОВОЙ КИСЛОТЫ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ РУТИЛЬНОГО ДИОКСИДА ТИТАНА

Шарипов Х.Б., Джуракулов И.Х., Кабутов К.
Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАНТ

Аннотация. *Исследовано высокотемпературное разложение метатинановой кислоты. Частицы диоксида титана получены термическим разложением метатитановой кислоты при температурах 250-700^{o}C. Определены структуры и микроморфологии частиц диоксида титана.*
Ключевые слова*: частицы диоксида титана, анатаз, рутил, метатитановая кислота, термическое разложение.*

Диоксид титана отличается высокой реакционной устойчивостью к различным соединениям, в том числе к токсичным, содержащимся в воздушной среде. Из-за своей инертности, диоксид титана не токсичен и в общем, считается безопасным веществом. Основная масса полученных продуктов на основе диоксида титана применяется в качестве лакокрасочных материалов,

фотокатализаторов, пищевой и косметической промышленности (для отбеливания и улучшения укрывистости, для защиты покрытий, цвета и упаковки продуктов от вредных УФ-лучей) и т.д. [1, 5].

Термодинамически стабильной фазой диоксида титана при нормальных условиях является рутил. Анатаз и брукит являются метастабильными модификациями, при высоких температурах переходящие в рутил. Модификации диоксида титана в нанокристаллическом состоянии получают путём осаждения из растворов, гидротермального метода, термического разложения солей, электроосаждения и т.п. В зависимости от метода получения образуются частицы диоксида титана, отличающиеся по фазовому составу, микроморфологии и функциональным характеристикам. Последовательность фазовых переходов зависит от режима термической обработки, а также от термодинамической стабильности исходных фаз. Эти последовательные преобразования подразумевают очень близко сбалансированные энергии, как функцию от размера частиц. Например, для рутила переход в термодинамически стабильное состояние в нанометровом диапазоне может происходить в условиях, исключающих укрупнение, а анатаз и/или брукит стабильны при малых размерах частиц.

Одним из основных способов получения частиц диоксида титана, которые используют в качестве пигментов, является сульфатный метод. Технология производства диоксида титана этим методом состоит из получения растворов сульфата титана, гидролиза раствора сульфатных солей титана и термообработки гидратов диоксида титана [2]:

$TiOSO_4 + 2H_2O = TiO(OH)_2 + H_2SO_4$

$TiO(OH)_2 = TiO_2 + H_2O$

В целях получения высокой дисперсности частиц гидролиз ведут кипячением растворов сульфата титана с концентрацией TiO_2 не менее 190-200 г/л. В результате образуется большое количество разбавленной 2-22%-ной гидролизной серной кислоты. Полученный осадок (метатитановая кислота) сорбирует значительное количество SO_3. При прокаливании метатитановой кислоты $TiO(OH)_2$ сначала удаляются молекулы воды (при 200-300^oC), затем SO_3 (при 500-800^oC) и в конце образуется чистый диоксид титана [2].

Процесс получения метатитановой кислоты главным образом влияет на морфологию и размер частиц диоксида титана. При получении метатитановой кислоты посредством гидролиза титанил-сульфата увеличение температуры приводит к росту частиц. Для уменьшения размеров частиц метатитановой кислоты процесс целесообразно проводить при меньших температурах. Но исследование процесса гидролиза показало, что продолжительность нагрева не оказывает существенного влияния на размер частиц метатитановой кислоты.

Кроме того, определенное воздействие на размер частиц $TiO(OH)_2$ оказывает количество воды, подаваемой как на стадию растворения $TiOSO_4$, так и на сам гидролиз. С увеличением количества вводимой в реакционную массу воды, вероятно, приводит к увеличению доли более крупных частиц в растворе. Для увеличения выхода целевого продукта при низких температурах используют систему с подщелачиванием раствора. В качестве щелочного агента можно использовать раствор NaOH. По этой методике можно увеличить выход метатитановой кислоты, вплоть до 100% [3].

При гидролизе хлоридов титана после прокаливания конечного продукта в основном, образуются частицы диоксида титана в анатазной форме. Конечным продуктом гидролиза хлоридов титана является титановая кислота $Ti(OH)_4$. Свежеосажденный $Ti(OH)_4$ подвержен процессу старения, который происходит довольно быстро даже при комнатной температуре. Продуктом старения является $TiO(OH)_2$. Исследования показывают, что при прокаливании метатитановой кислоты образуется только рутильная модификация диоксида титана [3]. Но при прокаливании $Ti(OH)_4$ в зависимости от температуры обработки может образоваться анатаз, рутил или смесь модификаций анатаза и рутила [4].

В настоящее время процессы формирования кристаллических структур диоксида титана при термическом разложении метатитановой кислоты недостаточно изучены. Поэтому, целью настоящей работы явилось исследование высокотемпературного разложения метатитановой кислоты, образованной при окислении трихлорида титана после старения $Ti(OH)_4$ до $TiO(OH)_2$.

Для получения частиц диоксида титана, как уже отмечалось, использовали метатитановую кислоту, образованную при окислении трихлорида титана:

$4TiCl_3 + O_2 + 14H_2O = 4Ti(OH)_4 + 12HCl$

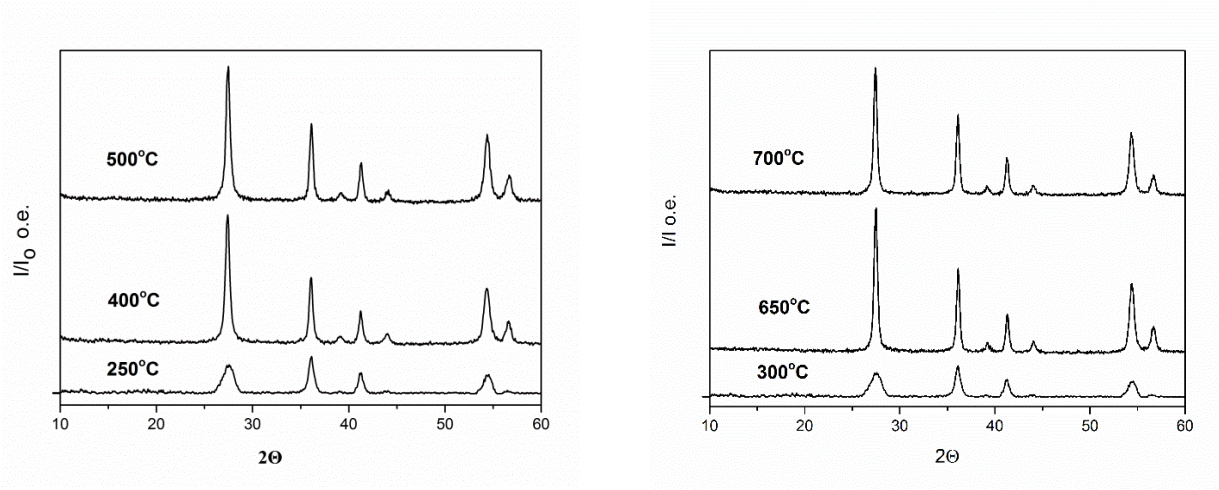
$Ti(OH)_4 = TiO(OH)_2 + H_2O$

Образцы метатитановой кислоты подвергали термообработке при температурах 250-700^oC, время выдержки 2 ч.

Рентгенофазовый анализ (РФА) образцов проводили на дифрактометре DRON 3 (CuKα-излучение) в диапазоне 10°–70°2θ при скорости вращения гониометра 3°2θ/мин. Дифрактограммы индицировали с использованием базы данных PDF2 (2012). Рентгенограммы полученных образцов показаны на рис.1.

Сканирующую электронную микроскопию (СЭМ) и рентгеноспектральный микроанализ (РСМА) полученных образцов проводили с использованием микроскопа JEOL JSM 35CF, оснащенного анализатором Harpin W, при ускоряющих напряжениях 1–30 кВ.

На рисунке 1 видно, что при температурах 250-300°С образуется кристаллическая фаза диоксида титана в рутильной модификации. Увеличение температуры не приведет к изменению структуры полученных образцов. Но образцы диоксида титана, полученные при низких температурах 250-300°С имеют низкую степень кристалличности [4]. Это обусловлено тем, что для удаления молекул воды, гидроксильных групп –ОН и ионов хлора требуется большая температура.



а) б)

Рисунок - 1. Дифрагтограммы образцов диоксида титана, полученных при термической обработке метатитановой кислоты, а) - при температурах 250-300^{0}С; б) при температурах 300-700^{0}С.

По данным СЭМ (рис.2) можно утверждать, что частицы диоксида титана имеют сфалеритную форму, что позволяет увеличивать адсорбционные свойства полученных материалов [5].

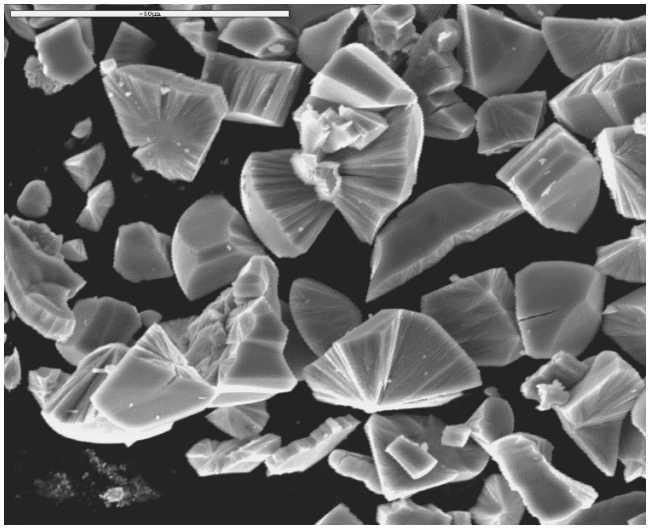


Рисунок 2 - Микроструктура образца диоксида титана, полученного при температуре 500°С.

Относительное атомное (%) содержание хлора, титана и кислорода на примере образца диоксида титана, полученного при температуре 500^{o}C из данных РСМА показывает, что данный образец соответствует общей формуле $Ti_{0.99}O_{1.99}(Cl_{0.1})$ [6].

Таким образом, в результате проведенных исследований установлено, что высокотемпературное разложение метатитановой кислоты приведет к образованию диоксида титана только в рутильной модификации. Кроме того, было выявлено, что способ получения метатитановой кислоты оказывает существенное влияние на размер и микроморфологию частиц диоксида титана.

Литература

1. Hewitt J. Titanium in the Cosmetic Industry. - Cosmetic Toiletries, 1999, - v.114, - pp.59-68.
2. Yanqing Z., Erwei S., Suxian C., Wenjun L., Xingfang H. Hydrothermal Preparation and Characterization of Brookite-type TiO_2 Nanocrystallites. - J. Mater. Scien. Lett., 2000, - v.19, - pp.1445-1448.
3. Тихонов В.А., Ермакова О.Е., Лановецкий С.В., Пойлов В.З. Влияние параметров процесса гидролиза титанил-сульфата на размер частиц метатитановой кислоты. - Вестник ПГТУ, - 2009, - с.56-62.
4. Шарипов Х.Б., Кабутов К., Джуракулов И.Х., Сафаров А., Султанов Ф. Синтез наночастиц диоксида титана из треххлористого титана и исследование их фотокаталитических свойств. - Известие АНРТ. - 2018, №4.
5. Степанов А.Ю., Сотникова Л.В., Владимиров А.А., Дягилев Д.В., Титов Ф.В., Ларичев Т.А. Получение нанокристаллических порошков диоксида титана и исследование их кристаллографических и адсорбционных свойств. - Ползуновский вестник, 2013, №1, - с.292-295.
6. Алиев С.А. Свойства плёнок диоксида титана с металлическими наночастицами. - Вестник РУДН, 2016, - №2, - с.73–86.

ТАҲҚИҚИ ҶУДОШАВИИ ҲАРОРАТИИ КИСЛОТАИ МЕТАТИТАНАТ ҲАНГОМИ ҲОСИЛ НАМУДАНИ ДУОКСИДИ ТИТАНИ РУТИЛӢ

Шарипов Х.Б.[1], Ҷурақулов И.Ҳ.[1], Кабутов К.[1], Сафаров М.М.[2]
Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови АМИТ[1]
Филиали ДДМ ба номи М.В.Ломоносов дар ш. Душанбе[2]

Аннотатсия. *Ҷудошавии баландҳароратии кислотаи метатитанат таҳқиқ карда шуд. Зарраҳои дуоксиди титан ҳангоми ҷудошавии ҳароратии кислотаи метатитанат дар ҳароратҳои 250-700^{o}C ҳосил шуданд. Сохт ва микроморфологияи зарраҳои дуоксиди титан муайян карда шуданд.*

Калимаҳои калидӣ: *зарраҳои дуоксиди титан, рутил, кислотаи метатитанат, ҷудошавии ҳароратӣ.*

THE STUDY ON THERMAL DECOMPOSITION OF METATITANIC ACID WITH RUTILE TITANIUM DIOXIDE

Sharipov Kh.B.[1], Juraqulov I.H.[1], Qurbonjon K.[1], M.M.Safarov[2]
S.U.Umarov Physical-Technical Institute, NAST[1]
Lomonosov Moscow State University in Dushanbe[2]

Annotation. *The high-temperature decomposition of metatitanic acid was investigated. The particles of titanium dioxide were obtained by thermal decomposition of metatitanic acid at temperatures ranging from 250 to 700^{o}C. The structures and micromorphology of titanium dioxide particles were determined.*
Keywords: *titanium dioxide particles, rutile, metatitanic acid, thermal decomposition.*

Сведение об авторах: **Шарипов Хуршед Бадриинович –** докторант PhD. Физико-технический Институт им. С.У. Умарова НАНТ, ведущий инженер. Тел: (+992)915919291. E-mail: sh_khurshed_94@mail.ru
Джуракулов Исматулло Хадиятуллоевич – докторант PhD. Физико-технический Институт им. С.У. Умарова НАНТ, ведущий инженер. Тел: (+992)900929333. E-mail: ismatullo.jih92@mail.ru
Кабутов Курбонджон – к.т.н. Физико-технический Институт им. С.У. Умарова НАНТ, заведующий Центра исследования и использования ВИЭ. E-mail: kurbon47@mail.ru

УДК 669. 691.5(075.8)

ВЛИЯНИЕ БАРИЯ НА АНОДНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЦИНКОВОГО СПЛАВА ЦАМСв 4-1-2,5 В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА 0.03%-ного NaCl

Аминова Н.А., Ганиев И.Н., Бердиев А.Э., Алиханова С.Д.
Российско-Таджикский (Славянский) университет

Аннотация. *Приведены результаты экспериментального исследования влияния добавок бария на анодное поведение цинкового сплава ЦАМСв4-1-2.5 в среде электролита NaCl Показано, что добавки бария в на 10-15% снижают скорость коррозии исходного сплава ЦАМСв4-1-2.5. С ростом концентрации бария в сплаве потенциалы свободной коррозии и питтингообразования смещаются в положительную область.*
Ключевые слова: *цинковый сплав ЦАМСв4-1-2.5, барий, электролит, анодное поведение, потенциал свободной коррозии, потенциал питингообразавания, скорость коррозии.*

Введение. Цинковые сплавы представляют собой сплавы, в которые помимо основного металла - цинка, составляющего не менее половины всего состава, входят примеси других элементов, как правило, металлов. По способу обработки сплавы на основе цинка делятся на две группы: цинковые литейные и деформируемые сплавы, также к сплавам принято относить марки цинка технической чистоты.

Наибольшее применение ЦАМы получили в сфере автомобилестроения. Из них производят тонкостенные корпуса карбюраторов и насосов, решетки, радиаторов и элементы гидравлического тормоза. Подшипниковая промышленность использует сплавы, как материал для изготовления подшипников скольжения и монометаллических вкладышей, а также в текстильном производстве и в пищевой промышленности. Все вышеперечисленные характеристики позволили ЦАМ получить самое широкое применение [1-4].

Электрохимическое формообразование деталей машин и приборов чаще всего осуществляют в растворах нейтральных солей. Ниже приведены экспериментальные данные по анодному поведению цинкового сплава *ЦАМСв4-1-2.5*, легированного барием в различных областях анодных потенциалов, в середе электролита 0.03%-ного NaCl.

Экспериментальная часть. Для приготовления сплавов был использован цинк марки Ц1 (ГОСТ 3640-94), алюминий марки А7 (ГОСТ 11069-2001) и барий металлический марки БМ1 (ГОСТ 2149-75). Из полученных в печи СШОЛ сплавов отливались цилиндрические образцы длиной 100 мм и диаметром 8 мм, торцевая часть которых служила рабочим электродом. Электрохимические

исследования проводились на импульсном потенциостате ПИ-50-1 в среде 0.03%-ного раствора электролита NaCl при скорости развёртки потенциала 2 мВ·с-1 по методикам, описанным в работах [5-7]. В качестве электрода сравнения использовался хлорсеребряный электрод, все значения потенциалов приведены относительно данного электрода. Поляризационные кривые фиксировались с помощью самописца ЛКД-4. На полученных кривых по изменению хода потенциала и тока определялись основные электрохимические параметры. Химический состав сплавов и результаты исследования представлены в таблице.

Перед началом электрохимических измерений образцы выдерживались в электролите хлорида натрия до достижения стационарного потенциала. Значения стационарных потенциалов устанавливаются на основании зависимости «потенциал (Е, В) - время (t, мин.)». Электродные потенциалы исследуемых сплавов устанавливаются в течение первого часа выдержки в растворе NaCl, более длительная выдержка (1-3 сут.) подтверждает установившиеся стационарные потенциалы сплавов.

В нейтральных растворах, содержащих ионы хлора пассивная оксидная пленка на цинке и его сплавах разрушается и протекает питтинговая коррозия. При достижении потенциала питтингообразования анодный процесс образования защитного слоя заменяется анодным процессом образования легкорастворимого соединения металла с активными анионом и гидроксидом цинка [8-10]:

$$Zn = Zn^{2+} + 2e^{-}; \qquad Zn + 2OH^{-} = Zn(OH)_2 + 2e^{-}; \qquad Zn + 2Cl^{-} \rightleftarrows ZnCl_2 + 2e^{-}$$

Образование этих соединений затрудняет доступ кислорода к поверхности электрода и способствует пассивации поверхности сплавов цинка. Поэтому для прогнозирования коррозионного поведения цинковых сплавов важное значение имеет степень пассивации, которую целесообразно определять параметрами - силой тока в пассивном состоянии, величиной потенциала питтингообразования и протяженностью пассивной области, получаемых потенциодинамических кривых.

Поляризация образцов проводилась в потенциодинамическом режиме со скоростью развертки 2 мВ/с в положительном направлении от стационарного потенциала, установившегося при погружении до постоянного значения тока 2 мА, затем в обратном направлении - до величины потенциала, при котором происходит растворение оксидной пленки. Наконец, образцы поляризовали в положительном направлении, получив анодные поляризационные кривые сплавов. Условно можно разделить потенциодинамическую кривую на три области: активного растворения, активно - пассивного состояния и перепассивации. Таким образом, на полученных потенциодинамических кривых

определяли основные электрохимические характеристики сплавов: потенциал коррозии ($E_{кор}$), потенциалы питингообразования ($E_{п.о.}$) и репассивации ($E_{р.п}$), потенциалы начала пассивации ($E_{н.п.}$) и полной пассивации ($E_{п.п.}$), а также плотности тока анодного растворения.

Как видно из рисунка 1, по мере увеличения концентрации бария в исходном сплаве ЦАМСв4-1-2.5 потенциал свободной коррозии смещается в область положительных значений. Наиболее заметное смещение потенциала в область положительных значений наблюдается впервые 5 -10 минут от начала погружения.

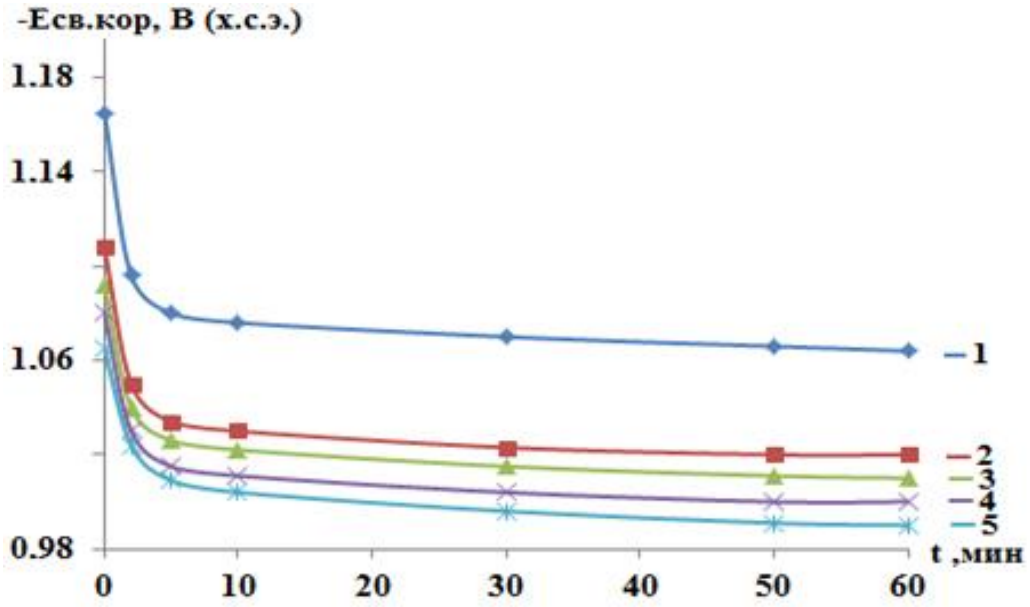


Рисунок 1 - Временная зависимость потенциала (х.с.э.) свободной коррозии сплава *ЦАМСв4-1-2.5* (1), содержащего барий, мас.%: 0.05(2); 0.10(3); 0.5.(4); 1.0.(5), в среде электролита 0.03% -ного раствора NaCl.

Стабилизация потенциала свободной коррозии наблюдается после 40-50 минут от начала погружения электрода в раствор электролита, что свидетельствует о пассивации сплава и формировании защитной оксидной плёнки на его поверхности.

Результаты исследования коррозионно-электрохимического поведения вышеупомянутых сплавов в середе электролита 0.03%-ного NaCl, представлены в таблице.

Исследование анодного растворения сплава ЦАМСв4-1-2.5, легированного барием в среде раствора хлорида натрия показало, что анодные оксиды на этих сплавах не имееют пор, обладают ионной проводимостью и отличаются высоким электрическим сопротивлением. Рост плотных оксидных слоев происходит, если через них возможна диффузия ионов растворяющегося сплава, анионов атомов

кислорода и гидроксидных групп.

Таблица - Коррозионно-электрохимические характеристики сплава ЦАМСв4-1-2.5, легированного барием в среде электролита 0.03%-ного NaCl

содержание бария в сплаве, мас.%	электрохимические потенциалы, В (х.с.э.)				Ток коррозии,
	$-E_{св.кор}$	$-E_{кор.}$	$-E_{п.о.}$	$-E_{р.п}$	$i_{кор.}$, А/м^2
-	1.103	1.400	0.850	0.900	0.102
0.05	1.055	1.356	0.811	0,863	0.094
0.1	1.044	1.342	0.800	0.856	0.092
0.5	1.032	1.328	0.790	0.847	0.090
1.0	1.020	1.311	0.779	0.839	0.088

Выводы

Установлено, что с ростом концентрации бария в цинковом сплаве ЦАМСв4-1-2,5 потенциалы коррозии и питтингообразования смещаются в положительную область, а по мере роста концентрации хлорид-ионов в электролите NaCl - в отрицательную область. Сплавы, легированные барием характеризуются более низким значением скорости коррозии, чем исходный сплав ЦАМСв4-1-2,5.

Литература

1. Синявский В.С., Вальков В.В., Калинин В.Д. Коррозия и защита алюминиевых сплавов. М.: Металлургия, 1986. - 23 с.
2. Ганиев И.Н. //ЖПХ. 2004. - Т. 77. - № 6. - С. 939-943.
3. Бердиев А.Э., Ганиев И. Н., Ниёзов Х. Х., Эшов Б. Б. //ЖПХ. - 2015. - Т. 88. Вып. 6. - С.887-891.
4. Осими О., Ганиев И.Н., Назаров Х.М., Бердиев А.Э. Анодное поведение сплава АК12, легированного сурьмой в среде электролита NaCl// Известия ВУЗов. Химия и химическая технология. –Иваново. 2014 - Т.57. - №7. - С.84-87
5. Тимонов А.М., Сысоева В.В., Беркман Е.А. // ЖПХ. - 1980. Т53. - № 1. - С.231-233.
6. Фрейман Л.И., Макаров В А., Брыськин Е.И. Потенциодинамические методы в коррозионных исследованиях и электрохимической защите. - М.: Химия, 1972. - 240 с.
7. Григорьева И. О., Дресвянников А. Ф. Анодное поведение алюминия в нейтральных электролитах. Вестник Казанского технологического университета, 2010. - С. 153-160.
8. Кечин В.А., Люблинский Е.Я. Цинковые сплавы. -М.: Металлургия. - 1986.
9. Григорьева И.О., Дресвянников А.Ф., Хайруллина Л.Р., Михалишин И.О. Анодная активация и пассивация алюминия в водных средах, содержащих галогенид-ионы. Вестник Казанского технологического университета, 2014. - С. 225-228.

10. Каримова С.А., Кутырев А.Е., Павловская Т.Г., Захаров К.Е. Низкотемпературное уплотнение анодно-оксидных покрытий на деталях из алюминиевых сплавов. Авиационные материалы и технологии. - 2014. - №4. - С. 9-17.

ТАЪСИРИ БАРИЙ БА РАФТОРИ АНОДИИ ХӮЛАИ РУҲ ЦАМСв 4-1-2.5 ДАР МУҲИТИ 0.03%-и ЭЛЕКТРОЛИТИ NaCl

АМИНОВА Н.А., ГАНИЕВ И.Н., БЕРДИЕВ А.Э., АЛИХОНОВА С.Ҷ.
Донишгоҳи Славянию Руссию Тоҷикистон

Аннотатсия. *Натиҷаҳои таҳқиқоти таҷрибавии таъсири иловагиҳои барий ба рафтори анодии хӯлаи руҳ САМСв4-1-2.5 дар муҳити электролити хлориди натрий оварда шудааст. Нишон дода шудааст, ки иловаи барий суръати коррозияи хӯлаи аввалияи САМСв4-1-2.5-ро 10-15% кам мекунад. Бо зиёдшавии консентрасияи барий дар хӯла иқтидори коррозия ва питтингҳосилкунӣ ба самти мусбӣ майл менамоянд.*
Калидвожаҳо: *хӯлаи рӯҳ САМСв4-1-2.5 – барий -электролити NaCl –рафтори анодӣ – иқтидори озоди коррозия – иқтидори питингҳосилкунӣ, -суръати коррозия.*

INFLUENCE OF BARIUM ON THE ANODIC BEHAVIOR OF A ZINC ALLOY ZAMCb 4-1-2,5 IN the ENVIRONMENT of the ELECTROLYTE OF 0.03% STRENGTH NaCl

Aminova N.A., Ganiev I.N., Berdiev A.E., Alikhanova S.J.
Russian-Tajik (Slavic) University

Annotation.*The results of an experimental study of the effect of barium additives on the anodic behavior of the ZAMSv4-1-2.5 zinc alloy in a NaCl electrolyte medium are shown. It is shown that barium additives in reduce the corrosion rate of the initial ZAMSv4-1-2.5 alloy by 10-15%. As the barium concentration increases in the alloy, the potentials of free corrosion and pitting formation shift to the positive region.*
Keywords*: ZAMSv4-1-2.5 - zinc alloy-1-2,5 – barium - NaCl electrolyte-anodic behavior-free corrosion potential-pitting potential - corrosion rate.*

Сведения об авторах: **Аминова Н.А.** – зав. лабораторией кафедры «Химия и биология» Российско-Таджикского (Славянского) университета. E-mail: nigora.aminova.92@mail.ru;
Ганиев И.Н. – д.х.н., академик НАНТ, профессор кафедры «Химия и биология» Российско-Таджикского (Славянского) университета. E-mail: ganiev48@mail.ru;
Бердиев А.Э. –д.т.н., доцент, зав. кафедрой «Химии и биологии» Российско-Таджикского (Славянского) университета. E-mail: berdiev75@mail.ru;
Алиханова С.Д. – к.х.н., ст. преподаватель кафедры «Химии и биологии» Российско-Таджикского (Славянского) университета. E-mail: thuraya86@inbox.ru

УДК 669.715:620.193

ПОТЕНЦИАЛ СВОБОДНОЙ КОРРОЗИИ АЛЮМИНИЕВОГО ПРОВОДНИКОВОГО СПЛАВА E-AlMgSi (“АЛДРЕЙ”), ЛЕГИРОВАННОГО БЕРИЛЛИЕМ, В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА 3%-ного NaCl

Ганиев И.Н.[1], Умарова Т.М.[2]
Институт химии имени В. И. Никитина НАНТ[1]
Филиал МГУ имени М. В. Ломоносов в г. Душанбе[2]

Аннотация. *Влияние примесей на электросопротивление алюминия хорошо изучено. Известно, что проводимость алюминия составляет 65.45% от проводимости меди. Прочность алюминиевых проводов на растяжение составляет 150-170 МПа, что составляет при равной проводимости около 65% прочности медного провода. Такая прочность алюминиевых проводов, достаточная для выдерживания собственного веса и может оказаться недостаточной при перегрузке снегом, льдом или ветром. Одним из путей увеличения прочности алюминиевых проводов является применение алюминиевых сплавов, имеющих повышенную прочность при достаточно высокой проводимости. Одним из представителей группы таких сплавов является сплав E-AlMgSi (“Алдрей”). Фаза Mg_2Si является основным упрочнителем данного сплава, которая придаёт алюминию высокие механические свойства. Потенциостатическим методом, в среде электролита 3%-ного раствора NaCl определена величина потенциала свободной коррозии алюминиевого проводникового сплава E-AlMgSi (“алдрей”), легированного бериллием.*
Ключевые слова: *алюминиевый проводниковый сплав E-AlMgSi (“Алдрей”), бериллий, потенциал свободной коррозии, анодное поведение.*

Алюминий и его сплавы остаются базовым конструкционным материалом для изделий авиационно – космической техники и как проводниковый материал в электротехнике, благодаря высокой электро- и теплопроводности, низкой плотности, удовлетворительной коррозионной стойкости в различных средах [1, 2].

Исследование электрохимического поведения алюминия в нейтральных и щелочно – солевых растворах в последние годы представляет несомненный интерес, и позволяет изучить особенности активации металла на фоне больших скоростей анодного процесса [3].

Тройные сплавы системы Al-Mg-Si образуют катодные участки в оксидной плёнке, которые с алюминием образуют гальванические элементы, что приводит к ускорению реакции коррозии. Следовательно, если легировать данные сплавы другими элементами, число и размер катодных участков уменьшается и вследствие этого повышаются антикоррозионные свойства сплавов [4, 5].

Целью данной работы является изучение временной зависимости потенциала свободной коррозии алюминиевого проводникового сплава E-AlMgSi (“алдрей”), легированного бериллием, в среде 3%-ного раствора NaCl.

Синтез сплавов проводили в шахтной лабораторной печи сопротивления типа СШОЛ при температуре 750 – 800^{0}С. В качестве шихты при получении сплава E-AlMgSi использовали алюминий марки А6, который дополнительно легировали расчётным количеством кремния и магния. При легировании алюминия кремнием учитывалось содержание кремния (0.1мас.%), имеющегося в составе первичныый алюминий. Магний, завернутый в алюминиевую фольгу, вводился в расплав алюминия с помощью колокольчика. Металлический индий вводили в расплав завернутым в алюминиевую фольгу. Химический анализ полученных сплавов на содержание кремния и магния проводили в Центральной заводской лаборатории ГУП “Таджикская алюминиевая компания”. Состав сплавов также контролировался взвешиванием шихты и полученных сплавов. При отклонении веса сплавов более чем на 1-2% синтез сплавов проводили заново. Далее из расплава удаляли шлак и производилось литьё образцов в стальную графитовую изложницу для дальнейшего изучения коррозионно-электрохимических исследований. Образцы цилиндрической формы имели диаметр 10мм и длину 140мм.

Электрохимические исследования сплава E-AlMgSi (“Алдрей”), легированного бериллием проводились на потенциостате ПИ – 50.1.1 по методике, описанным в работах [6-10]. Электродом сравнения служил хлорид-серебряный, а вспомогательным – платиновый. Температура электролита в ячейке поддерживалась постоянная – 20^{0}С с помощью термостата МЛШ-8.

Образцы сплавов потенциодинамически поляризовали в положительном направлении от потенциала, установившегося при погружении в исследуемый раствор до резкого возрастания тока в результате питтингообразования (рис. 1, кривая I). Затем поляризовали в обратном направлении до достижения значения потенциала –0.590 В, в результате чего происходило подщелачивание приэлектродного слоя поверхности образца (рис. 1, кривая II). Далее образцы поляризовали в катодную область для удаления оксидной пленки с поверхности рабочего электрода (рис. 1, кривая III). В завершающей стадии, образцы поляризовали в положительном направлении (повторная анодная кривая - рис. 1, IV), с которой определяли потенциалы начало пассивации (Ен.п.) и питтингообразования ($E^1_{п.о.}$).

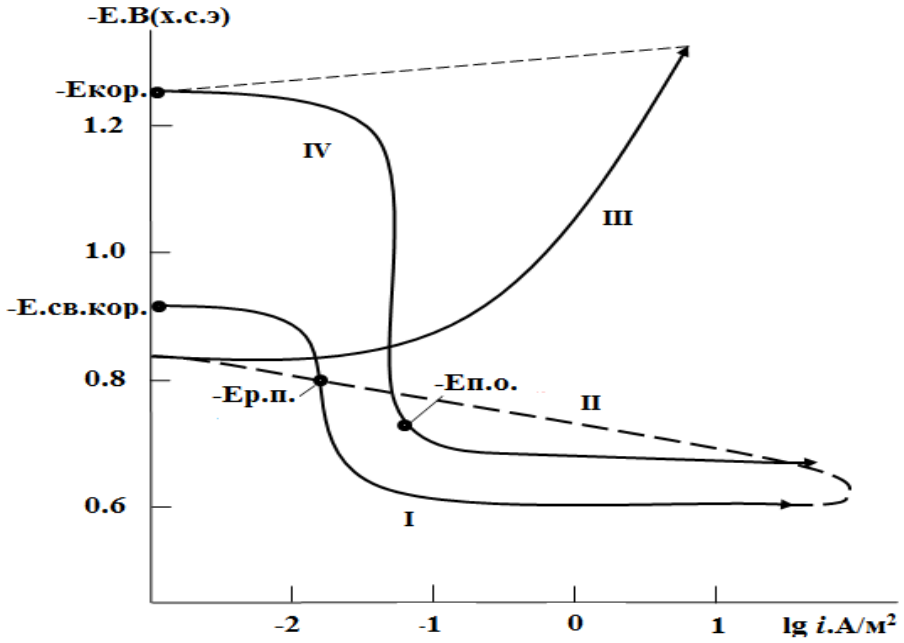


Рисунок 1 - Поляризационная (2мВ/с) кривая алюминиевого проводникового сплава Е-AlMgSi (“Алдрей”), в среде электролита 3%-го NaCl

По ходу прохождения полной поляризационной кривой определяли следующие электрохимические параметры:

- $E_{св.кор}$ – стационарный электродный потенциал, или потенциал свободной коррозии;
- $E_{п.о.}$ и $E^{1}_{п.о.}$ – потенциалы питтингообразования до и после катодной обработки;
- $E_{рп}$ – потенциал репассивации;

Зависимости бестокового потенциала коррозии алюминиевого проводникового сплава Е-AlMgSi (“Алдрей”), легированного бериллием от времени, в среде электролита 3%-ного раствора NaCl, фиксировали в течение первого часа выдержки. Результаты приведены в таблице и на рисунке 2. Как известно, о коррозионном поведении металлов и сплавов можно судить по их электрохимическим характеристикам. Установившееся значения потенциала свободной коррозии и характер их зависимости от времени испытаний может дать ряд важных сведений о поведении металла в коррозионной среде.

Анализ кривых позволяет видеть, что в первые минуты погружения сплава в раствор электролита с увеличением времени происходит смещение потенциала свободной коррозии в положительную область значений. Независимо от состава сплавов, потенциалы свободной коррозии к 60 минутам стабилизируются. Таким образом, после первого часа выдержки в среде 3%-ного раствора NaCl потенциал свободной коррозии для нелегированного сплава составляет -0.732 В, для сплавов с добавками 0.05%, 0.1%, 0.5% и 1.0% Be, равен - 0.720; - 0.830; -0.824 и -0.820 В, соответственно.

-Есв.кор., В (х.с.э.)

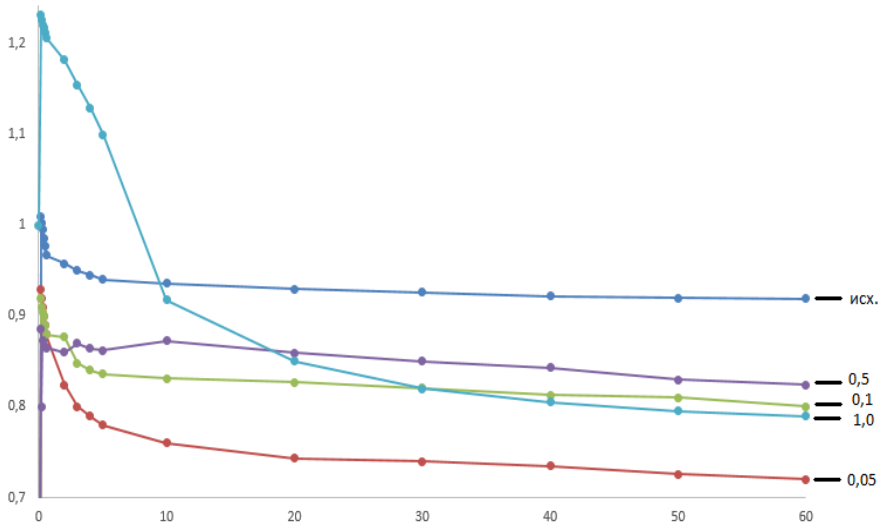


Рисунок 2 - Временная зависимость потенциала свободной коррозии сплава Е-AlMgSi (“Алдрей”), легированного бериллием, в среде электролита 3%-ного NaCl

Таблица 1 – Зависимость потенциала (х.с.э.) свободной коррозии (-Есв.кор., В) сплава Е-AlMgSi (“Алдрей”), легированного бериллием от времени, в среде электролита 3% NaCl

Время выдержки, мин.	Содержание бериллия в сплаве, мас.%				
	-	0.05	0.1	0.5	1.0
0	0.835	0.940	0.930	0.865	1.244
0.15	0.830	0.930	0.920	0.868	1.232
0.2	0.825	0.920	0.910	0.871	1.226
0.3	0.820	0.910	0.904	0.873	1.220
0.4	0.810	0.900	0.900	0.864	1.217
0.5	0.800	0.890	0.890	0.867	1.212
0.6	0.797	0.880	0.880	0.865	1.207
2.0	0.785	0.824	0.857	0.860	1.182
3.0	0.778	0.800	0.835	0.870	1.155
4.0	0.765	0.790	0.828	0.864	1.129
5.0	0.753	0.780	0.830	0.862	1.100
10	0.750	0.760	0.832	0.873	0.918
20	0.738	0.743	0830	0.859	0.850
30	0.737	0.740	0.835	0.850	0.830
40	0.735	0.735	0.831	0.843	0.825
50	0.732	0.726	0.831	0.830	0.821
60	0.732	0.720	0.830	0.824	0.820

Анализ проведенных исследований показал, что при погружении алюминиевого проводникового E-AlMgSi (“Алдрей”), легированного бериллием, в среде электролита 3% - ного NaCl, происходит смещение потенциала свободной коррозии в положительную область значений. При этом потенциалы питингообразования и репассивации также смещаются в положительную область значений.

По результатам исследования установлено, что легирование бериллием алюминиевого проводникового сплава E-AlMgSi (“Алдрей”) смещает потенциал свободной коррозии в отрицательную область значений, а это в свою очередь позволяет рассматривать сплавы данной системы не только как проводниковые, но и как потенциальный протектор для защиты стальных конструкций от коррозионного разрушения.

Литература

1. Усов В.В., Займовский А.С. Проводниковые, реостатные и контактные материалы. Материалы и сплавы в электротехнике. Том II. – М.: Госэнергоиздата, 1957. 184 с.
2. Дриц М.Е. Алюминиевые сплавы: свойства, обработка, применение. Отв. ред. Л.Х. Райтбарг. Изд. 13-е, перераб. и доп. – М.: Металлургия, 1979. 679 с.
3. Альтман М.Б. и др. Промышленные алюминиевые сплавы. – М.: Металлургия, 1985. - 344 с.
4. Беляев А.И. и др. Металловедение алюминия и его сплавов: Справочник. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Металлургия, 1983. - 280 с.
5. Кеше Г. Коррозия металлов. – М.: Металлургия, 1984. 400 с.
6. Ганиев И.Н., Абулаков А.П., Джайлоев Дж.Х., Алиев Ф.А., Рашидов А.Р. Коррозионно-электрохимическое поведение алюминиевого проводникового сплава E-AlMgSi (“алдрей”) с оловом, в среде электролита NaCl // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. 2019. Т. 22. № 2. С.
7. Бердиев А.Э., Ганиев И.Н., Ниёзов Х.Х. Влияние иттрия на анодное характеристики сплава АК1М2 // Известия ВУЗов. Материалы электронной техники. 2014. Т.17. №5. С. 224-227.
8. Джайлоев Дж.Х., Ганиев И.Н., Амонов И.Т., Якубов У.Ш. Анодное поведение сплава Al+2.18%Fe, легированного стронцием, в среде электролита NaCl // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2019. №1 (27). С. 42-46.
9. Ганиев И.Н., Якубов У.Ш., Сангов М.М., Хакимов А.Х. Анодное поведение сплава АЖ5К10, модифицированного стронцием, в среде электролита NaCl // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2017. № 4 (22). С. 57-62.
10. Якубов У.Ш., Ганиев И.Н., Сангов М.М. Электрохимическая коррозия сплава АЖ5К10, модифицированного барием, в среде электролита NaCl // Известия

Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). 2018. № 43 (69). С. 21-25.

ПОТЕНСИАЛИ ОЗОДИ КОРРОЗИОНИИ ХӮЛАИ АЛЮМИНИЙИ НОҚЛИИ E-AlMgSi (“АЛДРЕЙ”) БО БЕРИЛЛИЙ ҶАВҲАРОНИДА, ДАР МАҲЛУЛИ ЭЛЕКТРОЛИТИ 3% NaCl

Ғаниев И.Н.[1], Умарова Т.М.[2]
Институти химияи ба номи В.И.Никитини АМИТ[1]
Филиали ДДМ ба номи М. В. Ломоносов дар ш. Душанбе[2]

Аннотатсия. *Яку аз усулҳои баландбардории мустаҳкамии ноқилҳои алюминий ин бо металлҳои гуногун ҷавҳаронидани онҳо мебошад. Яке аз намояндаҳои гурӯҳи ҳамингуна хӯлаҳоин хӯлаи алюминийи ноқилии E-AlMgSi (“Алдрей”) мебошад. Дар мақола бо усули потенсиостатикӣ дар маҳлули электролити 3% NaCl тағирёбии потенциали озоди коррозионии E-AlMgSi (“Алдрей”) омӯхта шудааст. Нишон дода шудааст, ки потенсиали озоди коррозионӣ, аз вақт ба самти мусби майл намуда, аз иловаи бериллий қиматаш кам мешавад.*

Калидвожаҳо: *хӯлаи алюминийи ноқилии E-AlMgSi (“Алдрей”), бериллий, потенсиали озоди коррозионӣ, рафтори анодӣ.*

POTENTIAL OF FREE CORROSION OF ALUMINUM CONDUCTOR ALLOY E-AlMgSi (“ALDREY”) DOPED WITH BERYLLIUM IN THE MEDIUM OF ELECTROLYTE OF 3% NaCl

Ganiev I.N. [1], Umarova T.M. [2]
Institute of Chemistry named after V. I. Nikitin NAST[1]
Lomonosov Moscow State University in Dushanbe[2]

Annotation. *The effect of impurities on the electrical resistance of aluminum is well understood. It is known that the conductivity of aluminum is 65.45% of the conductivity of copper. The tensile strength of aluminum wires is 150-170 MPa, which, with equal conductivity, is about 65% of the strength of a copper wire. Such strength of aluminum wires is sufficient to support its own weight and may be insufficient when overloaded with snow, ice or wind. One of the ways to increase the strength of aluminum wires is the use of aluminum alloys having increased strength with a sufficiently high conductivity. One representative of the group of such alloys is the alloy E-AlMgSi (“Aldrey”). The main hardener of this alloy is the Mg_2Si phase, which gives aluminum high mechanical properties. Potentiostatic method with a potential sweep rate of 2 mV / s in a 3% NaCl electrolyte medium was used to determine the free corrosion potential of an aluminum conductive alloy E-AlMgSi (“aldrey”) doped with beryllium.*

Keywords: *aluminum conductive alloy E-AlMgSi (“aldrey”), beryllium, corrosion rate, free corrosion potential, pitting potential, anodic behavior.*

Сведения об авторах. **Ганиев Изатулло Наврузович -** академик НАНТ, д.х.н., профессор, заведующий лабораторией «Коррозионностойкие материалы» Института химии имени В. И. Никитина НАНТ. E – mail: ganiev48@mail.ru
Умарова Т.М.-д.т.н., главный специалист отдела науки, инноваций и международных связей Филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в г.Душанбе.

УДК 544.654

ОПТИМАЛЬНОЕ ВРЕМЯ ДЛЯ АНОДНОГО ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ТРАВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО КРИСТАЛЛА InP В ЭЛЕКТРОЛИТЕ НА ОСНОВЕ HCl ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ РЕГУЛЯРНОЙ ПОРИСТОСТИ

Тураев Д.А., Мирзоев Д.А., Шарипов Х.Б.
Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАНТ

Аннотация. *В работе было найдено оптимальное значение времени для осуществления анодной электрохимической обработки полупроводникового кристалла InP в электролите на основе HCl, при котором достигается регулярная пористость, позволяющая создать на его основе электронные приборы с улучшенными характеристиками. Было исследовано, что физические свойства этих материалов во многом зависят от структуры поверхности рабочей среды, на которой они основаны.*
Ключевые слова: *нанопористая структура, фосфид индия, анодное электрохимическое травление, оптимальное время.*

В настоящее время активно развиваются исследования в области получения пористых полупроводников, таких как Si [1, 2], GaAs, GaP, InP [3]. Особое место в этом ряду занимает InP в связи с перспективами использования его в качестве подложек для выращивания различных гетероструктур, на основе которых создаются эффективные источники излучения (инжекционные лазеры, светодиоды) и быстродействующие фотоприемники для систем волоконно-оптических линий связи. Пористый фосфид индия стал объектом многих исследований [4-6], в результате которых удается получать регулярную структуру пор заданных размеров.

Практическое применение пористых кристаллов предполагает необходимость их получения с атомарно-чистой поверхностью. Интерес к исследованию поверхности и границ раздела полупроводников обусловлен тенденцией микроэлектроники к миниатюризации приборов и элементов интегральных схем. Однако, даже на атомарно-чистых поверхностях, полученных в условиях сверхвысокого вакуума с помощью специальной техники скалывания кристалла с применением сложных методов очистки, наблюдаются признаки нарушения порядка. Кроме того, кристаллы подвергают

химической и механической обработке (стравливание слоев, шлифовка и др.), что приводит к появлению на поверхности адсорбированных примесей и структурного разупорядочения. При взаимодействии с окружающей средой, на поверхности может образовываться оксидная пленка с осажденными на ней примесями. Поверхностные дефекты и адсорбированные атомы могут значительно изменять свойства кристаллов.

Следует заметить, что поверхностные явления могут оказывать влияние на процесс порообразования во время электрохимического травления кристаллов. В местах скопления дефектов и адсорбированных атомов кристалла может наблюдаться значительное растравливание поверхности, а также образование кристаллитов – так называемых островков оксидов (или других соединений). В результате этого полученный пористый слой также не является атомарно-чистым.

Процесс селективного травления может сопровождаться множеством химических реакций, которые могут происходить на границе раздела «полупроводник-электролит». В связи с чем, целью данной работы является поиск оптимального значения времени для осуществления анодной электрохимической обработки полупроводникового кристалла InP в электролите на основе HCl, при которой достигается регулярная пористость.

Сущность работы заключается в том, что найдено оптимальное значение времени, равное 10 мин (при неизменном значении температуры 20°C) для осуществления анодной электрохимической обработки полупроводникового кристалла InP в электролите на основе HCl, при которой достигается регулярная пористость, позволяющая создать на его основе электронные приборы с улучшенными характеристиками. Опыты проводились при комнатной температуре (20°C) с варьированием времени травления (1-40 мин.). Изучения рабочей поверхности модифицированных структур исследовали с помощью растрового электронного микроскопа. Результаты измерений представлены на рис.1.

Из рис.1 видно, что максимальная регулярная пористость на поверхности InP достигается при его анодном электрохимическом травлении в электролите на основе HC1 в течение 10 мин. Эксперименты указывают на то, что увеличение времени травления при комнатной температуре (20°C) приводит к деструкции кристалла.

При малом времени выдержки (менее 10 мин) образующая пористость недостаточна для обеспечения эффективной регулярности.

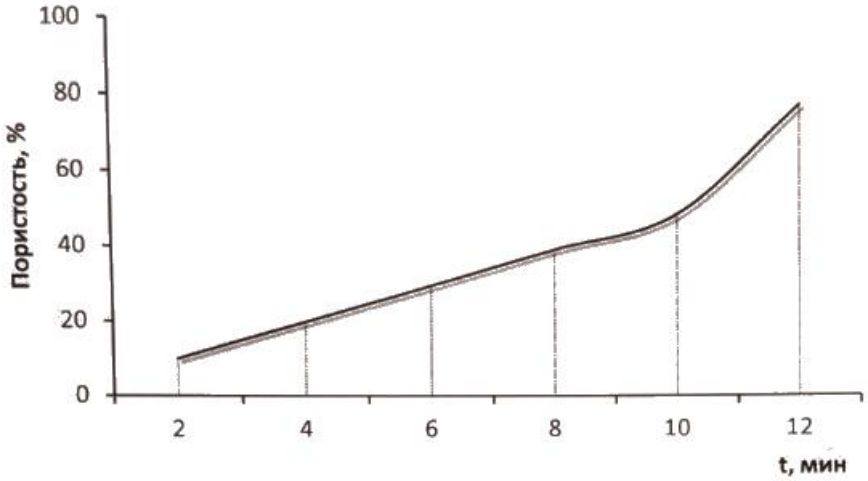


Рисунок - 1. Кинетика изменения степени пористости на поверхности кристалла InP в зависимости от продолжительности времени травления в электролите на основе HC1.

Об этом свидетельствуют изменения интенсивности спектров фотолюминесценции пористых пластин InP, подверженных различным режимам анодного электрохимического травления (рис. 2).

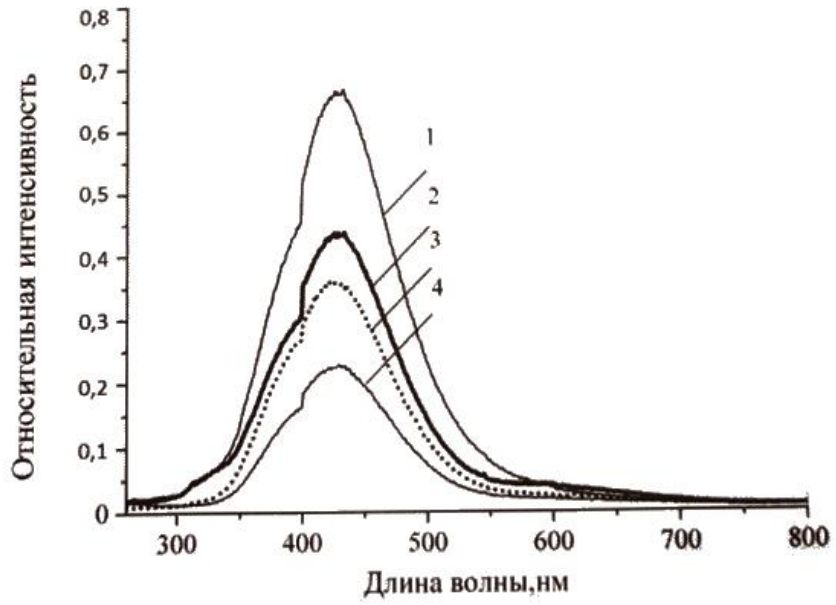


Рисунок - 2. Спектры фотолюминесценции пластин 1nP после анодного травления в электролите на HCl различных времён выдержки: 1- 10 мин; 2 - 5 мин; 3 - 15 мин; 4 - исходный.

Из сопоставления формы контура и интенсивности спектров фотолюминесценции нетрудно заметить ощутимый эффект регулярной пористости при времени травления в электролите равной 10 мин. Таким образом, найденное время травления кристалла InP в электролите на основе HCl равное 10 мин (при постоянном значении температуры 20°C) является оптимальным.

Достигнутая оптимальная регулярная пористость InP позволяет значительно повысить эффективность электронных приборов, созданных на его основе.

Литература

1. Christophersen M., Langa S., J. Carstensen J. et al. A comparison of pores in silicon and pores in III-V compound materials. - Phys. Stat. Sol. 2003, - v.197, №1, - pp.197-203.
2. Langa S., Tiginyanu I.M., Carstensen J. et al. Self-organized growth of single crystals of nanopores. - Applied Physics Letters. 2003, - v.82, №2, - pp.278-280.
3. Suchikova J.A, Kidalov V.V., Sukach G.A. Investigation of different types of the pores obtained by anodic etching on surface InP. - Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. 2009, - v.22(61), №1, - pp.164-169.
4. Langa S., Frey S., Carstensen J. et al. Waveguide structures based on porous indium phosphide. - Electrochemical and Solid-State Letters. 2005, - v.8, №2, - pp.30-32.
5. Pichonat T. Development of porous silicon-based miniature fuel cells. - Journal of Micromechanics and Microengineering. 2005, - v.15, №9, - pp.179-184.
6. Tiginyanu I.M., Kravetsky I.V., Langa S. et al. Porous III-V compounds as nonlinear optical materials. - Physica Status Solidi (A). 2003, - v.197, №2, - pp.549-555.

ВАҚТИ ОПТИМАЛӢ БАРОИ КОРКАРДИ ЭЛЕКТРОХИМИЯВИИ АНОДИИ КРИСТАЛЛИ НИМНОҚИЛИИ InP ДАР ЭЛЕКТРОЛИТИ HCl БАРОИ БА ДАСТ ОВАРДАНИ ПУКИИ ЛОЗИМА

Тураев Д.А., Мирзоев Д.А., Шарипов Х.Б.
Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови АМИТ

Аннотация. *Дар таҳқиқоти зерин вақти оптималӣ барои гузаронидани коркарди электрохимиявии анодии кристалли нимноқилии InP дар электролити HCl, ки пукии лозимаро ба даст меорад, ёфт шуд. Ин имконият медиҳад, ки дар асоси InP таҷҳизотҳои электронӣ бо хосиятҳои дараҷаи баланддошта сохта шаванд. Таҳқиқ карда шуд, ки хосиятҳои физикии чунин маводҳо дар бисёр маврид аз сохти сатҳи муҳити корӣ, ки дар он асос ёфтаанд, вобаста мебошанд.*

Калимаҳои калидӣ: *сохти нанопукӣ, фосфиди индий, коркарди электрохимиявии анодӣ, вақти оптималӣ.*

AN OPTIMUM TIME FOR ELECTROCHEMICAL ANODIC ETCHING OF InP SEMICONDUCTOR CRYSTAL IN HCI-BASED ELECTROLYTE TO ACHIEVE REGULAR POROUS STRUCTURE

Turaev D.A., Mirzoev D.A., Sharipov Kh.B.
S.U. Umarov Physical-Technical Institute NAST

Annotation. *The optimal time value was found in the work for anode electrochemical processing of an InP semiconductor crystal in an HCI-based electrolyte, at which regular porosity is achieved, allowing to create electronic devices with improved characteristics on its basis. It has been*

investigated that the physical properties of these products largely depend on the surface structure of the working medium on which they are based.
Keywords: *porous structure, indium phosphide, electrochemical anodic etching, optimal time.*

Сведения об авторах: ***Тураев Диловар Авротович*** – докторант PhD, Физико-технический институт им. С.У. Умарова НАНТ, Душанбе. Тел: (+992)000805850. E-mail: dellovar56@gmail.com
Мирзоев Дилшод Абдуфатохович **–** докторант PhD, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАНТ, Душанбе. Тел: (+992)900743274. E-mail: dilshod.mirzoev.1996@mail.ru
Шарипов Хуршед Бадридинович – докторант PhD, Физико-технический институт им. С.У. Умарова НАНТ, Душанбе. Тел: (+992)501147126. E-mail: sh_khurshed_94@mail.ru

УДК 536.12.46

КОЭФФИЦИЕНТ АДСОРБЦИИ И МАССООТДАЧИ РУТЕНИЕВОГО КАТАЛИЗАТОРА

Холиков М.М., Джураев Д.С.
Политехнический институт Таджикского технического университета им. акад. М.С. Осими в городе Худжанде

Аннотация. *В данной статье приведены результаты экспериментальных исследований поглощения влаги гранулированным пористым оксидом алюминия, как в чистом виде, так и содержащим рутений Ru Al_2O_3 фракции 1-2 мм (20%). В качестве влажной среды выбрана дистиллированная вода и NaCl. На основе экспериментального исследования и закона соответственных состояний получены аппроксимационные зависимости.*
Ключевые слова: *катализатор, рутений, нейтрализатор, адсорбция, массоотдача, оксид алюминия, фракция, поглощение влаги, масса, жидкость.*

Рутениевые катализаторы в реакции разложения гидрозина занимают второе место после иридиевых и могут самостоятельно применяться в каталитических пакетах РД, однако более целесообразно их использование в газогенераторах, так как они более активны по сравнению с иридиевими при разложении аммиака (продукт разложения гидрозина). В рутениевых катализаторах активным компонентом является диспергированный металлический рутений, распределенный на поверхности носителя. В НПО ГИПХ г.Санкт-Петербург на основе рутения разработан катализатор (20 % масса рутения) на носителе [1].

Для исследования были взяты образцы гранулированного пористого оксида алюминия, как в чистом виде, так и содержащего рутений, широко применяемого в качестве носителя каталитических процессов (удельная поверхность 123 $м^2/г$; суммарный объём пор ~ 0.35 $см^3/г$; насыпная плотность ~ 1 $г/см^3$). Гранулы оксида алюминия имели форму, близкую к цилиндрической и следующие размеры: высота 1-1.5 мм, диаметр 0.85-1.25мм.

Таблица 1 - Основные характеристики рутениевых катализаторов

концентрация метала, %	размер гранул, мм	удельная поверхность, $м^2$/ г	суммарный объём пор, $см^3$/ г	насыпная плотность, г / $м^3$
Al_20_3	0.8-1.25	123	0.35	1.00
Al_20_3	2-3	130	0.35	1.07
Al_20_3	3-4	130	0.38	0.99
Ru, 7	0.8-1.25	92	0.246	1.146
Ru, 11	0.8-1.25	92	0.224	1.178
Ru, 15	0.8-1.25	93	0.213	1.258
Ru, 20	0.8-2.0	90	0.22	1.390
Ru, 20	2-3	80	0.20	1.359

Из экспериментальных данных следует, что при повышении времени опыта, масса оксида алюминия с различной фракцией меняется, т.е. увеличивается. В качестве адсорбентов применялись различные водные среды (чистая вода и хлористый натрий) [2-5]. Результаты экспериментальных исследований приведены в таблице 2 и на рисунке 1.

Таблица 2 - Экспериментальные значения изменения массы в процессе увлажнения адсорбентом для 2 гр. пористого гранулированного оксида алюминия с наполнителем рутения (20%).

	чистая вода		раствор NaCl	
t, ч	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм
1	2.074	2.071	2.064	2.074
2	2.088	2.086	2.088	2.10
3	2.102	2.10	2.108	2.128
4	2.122	2.123	2.13	2.157
5	2.145	2.143	2.145	2.18
6	2.159	2.157	2.159	2.199
7	2.173	2.171	2.173	2.214
8	2.187	2.185	2.187	2.228
9	2.201	2.199	2.201	2.242
10	2.216	2.214	2.216	2.256
11	2227	2.228	2.23	2.27
12	2.238	2.242	2.244	2.285
13	2.25	2.256	2.258	2.299
14	2.261	2.27	2.272	2.313

15	2.272	2.285	2.287	2.327
16	2.287	2.29	2.301	2.339
17	2.295	2.299	2.315	2.35
18	2.301	2.299	2.320	2.356
19	2.301	2.299	2.320	2.356
20	2.301		2.320	2.356

Из таблицы 2 видно, что в условиях увлажнения различных сред в течении 1 часа масса пористого гранулированного оксида алюминия, как в чистом виде, так и с наполнителями рутения меняется, т.е. увеличивается. С увеличением времени увлажнения масса оксида алюминия без и с различнимы фракциями меняется от 1.1 до 1.3 %.

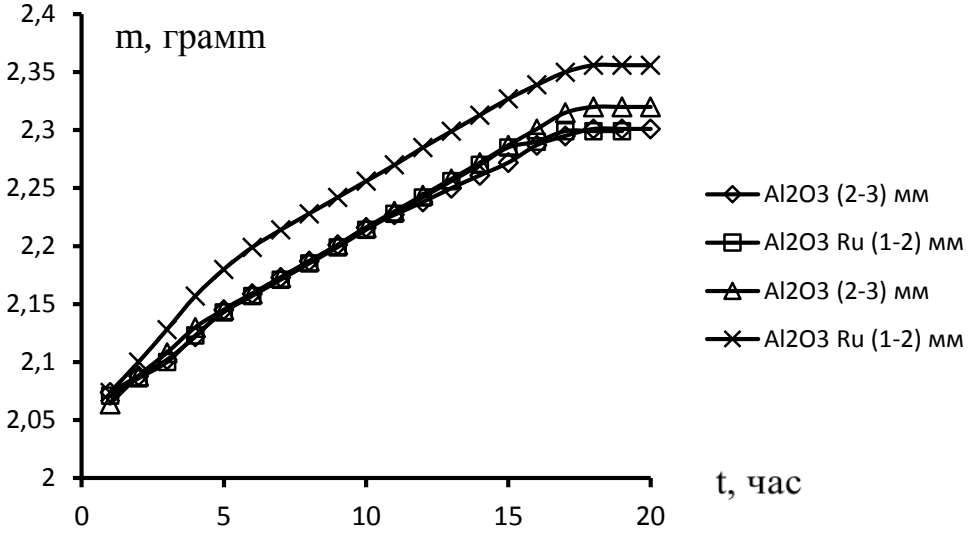


Рисунок 1 - Изменение массы в процессе увлажнения адсорбентом с наполнителем рутения (20%) при комнатной температуре и атмосферном давлении: чистая вода: ряд 1- (Al_2O_3 2-3 мм); ряд 3- (Al_2O_3 Ru 1-2 мм); NaCl: ряд 3- (Al_2O_3 2-3 мм); ряд 4 - (Al_2O_3 Ru 1-2 мм).

Изменение массы воды при различном влиянии адсорбента воды приведены в таблице 3, на основе данных таблицы составлен график изменения массы воды при различных условиях. Из таблицы видно, что в среде паров различных вод, масса меняется каждый час, т.е. уменьшается.

На рисунках 2 и 3 показаны зависимости коэффициента адсорбции от времени выдержки оксида алюминия с различными фракциями в различных средах при температуре 293 К и атмосферном давлении. Как видно из рисунков, с увеличением времени выдержки коэффициент адсорбции также увеличивается, т.е. чем больше фракция оксиди алюминия, тем больше коэффициент адсорбции.

Таблица 3 - Экспериментальные значения изменения масса адсорбентов для 2 гр. пористого гранулированного Al_2O_3 с наполнителем рутения (20%)

t, ч	чистая вода		раствор NaCl	
	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм
0	3.62	4.33	4.94	4.24
1	3.54	4.21	4.81	4.12
2	3.46	4.12	4.72	4.03
3	3.41	4.06	4.66	3.96
4	3.37	4.01	4.60	3.90
5	3.33	3.95	4.54	3.85
6	3.29	3.90	4.48	3.80
7	3.25	3.85	4.43	3.74
8	3.21	3.8	4.39	3.68
9	3.17	3.75	4.35	3.63
10	3.13	3.71	4.31	3.59
11	3.09	3.67	4.26	3.55
12	3.05	3.63	4.21	3.51
13	3.02	3.59	4.18	3.47
14	2.99	3.55	4.15	3.43
15	2.96	3.53	4.12	3.39
16	2.94	3.51	4.09	3.36
17	2.92	3.49	4.07	3.33
18	2.90	3.47	4.05	3.30
19	2.89	3.45	4.03	3.28
20	2.88	3.43	4.01	3.26
21	-	-	3.99	-
22	-	-	3.98	-

С увеличением времени увлажнения, масса воды меняется от 0.04% до 2.02%, в течение 1 часа масса пористого гранулированного оксида алюминия с наполнителями рутения меняется в пределах 2.02 %, а в течение 10 часов в пределах – 13.5 % [1, 2, 4]. Зная разность массы исследуемых образцов в процессе адсорбции, можно вычислить коэффициент адсорбции. Используя, исходные данные таблицы (2), определяем коэффициент адсорбции по формуле:

$$\Gamma = \frac{m_2 - m_1}{Mm_1} \left(\frac{моль}{г} \right) \quad (1)$$

где $Г$ - коэффициент адсорбции, моль/г; m_1 – масса сухих наночастиц, г; m_2 – масса увлажненных наночастиц, г; M – молярная масса адсорбента, г/моль.

Результаты рассчёта представлены в таблице 4.

Таблица 4 - Коэффициент адсорбции 2 гр. катализатора с наполнителем рутения (20%) в процессе увлажнения адсорбентом при комнатной температуре и атмосферном давлении [6, 7].

	чистая вода		раствор NaCl	
t, ч	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм
1	2.056	1.972	0.547	0.632
2	2.444	2.389	0.752	0.855
3	2.833	2.778	0.923	1.094
4	3.389	3.417	1.111	1.342
5	4.028	3.972	1.239	1.538
6	4.417	4.361	1.359	1.701
7	4.806	4.75	1.479	1.829
8	5.194	5.139	1.598	1.949
9	5.583	5.528	1.718	2.068
10	6.00	5.944	1.846	2.188
11	6.306	6.333	1.966	2.308
12	6.611	6.722	2.085	2.436
13	6.944	7.111	2.205	2.556
14	7.25	7.50	2.325	2.675
15	7.556	7.917	2.453	2.795
16	7.972	8.056	2.573	2.897
17	8.194	8.306	2.641	2.991
18	8.361	8.306	2.718	3.043
19	8.361	8.306	2.812	3.043
20	8.361		2.812	3.043
21			2.812	

Из таблицы 4 видно, что увеличение коэффициента адсорбции при выдержки в среде паров чистой воды в течение часа составляет 16-28 %, при выдержке 10 часов – 66-73%. При выдержке в среде паров NaCl в течение часа, увеличение коэффициента адсорбции составило 24-28 %, а в течение 10 часов - 69-73 % [6-8].

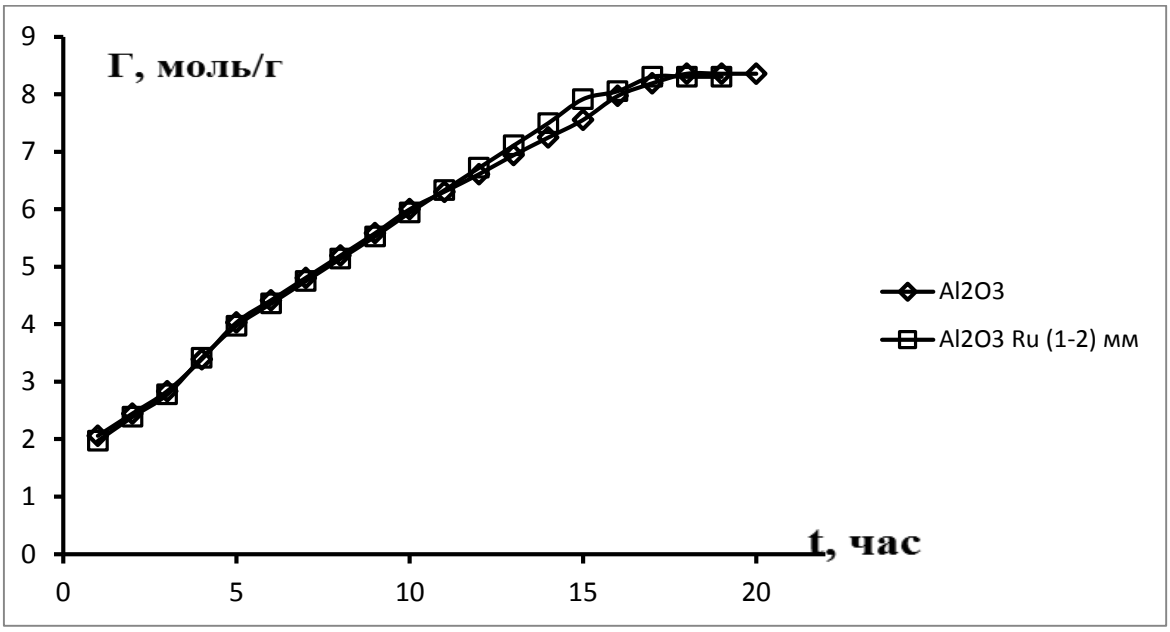


Рисунок 2 - Зависимость коэффициента адсорбции 2 гр. катализатора с наполнителем рутения (20%) от времени в процессе увлажнения чистой водой при комнатной температуре и атмосферном давлении: ряд 1-(Al_2O_3 2-3мм); ряд 2-(Al_2O_3Ru 1-2мм).

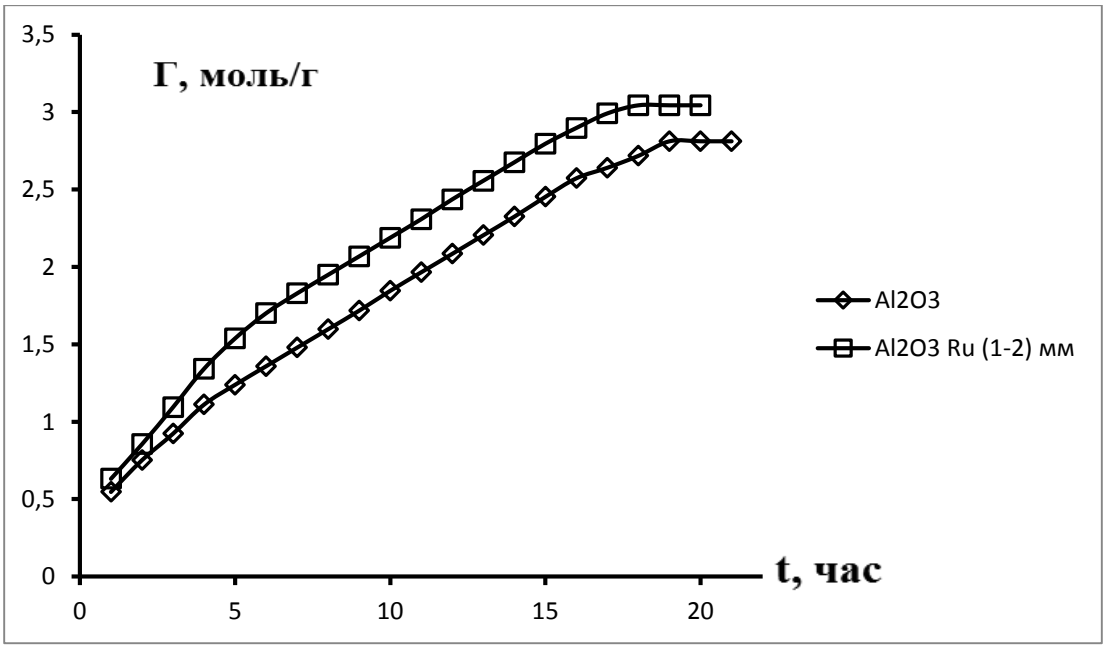


Рисунок 3 - Зависимость коэффициента адсорбции 2 гр. катализатора с рутением (20%) от времени в процессе увлажнения NaCl при комнатной температуре и атмосферном давлении: ряд 1- (Al_2O_3 2-3мм); ряд 2- (Al_2O_3Ru 1-2мм).

Для определения коэффициента массоотдачи необходимо знать массу засыпки в сухом состоянии и в условиях увлажнения. Коэффициент массоотдачи определяли по формуле [8]:

$$\beta = \frac{\Delta m}{m_1 S \cdot t}, \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot c}\right) \quad (2)$$

где, β - коэффициент массоотдачи, $\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot c}\right)$; Δm – разность массы образцов при увлажнении, (кг); m_1– масса сухого катализатора (г.); S – общая поверхность пор катализатора (м^2); t– время увлажнения исследуемых объектов (сек.).

Найденные с помощью уравнения значения коэффициента масоотдачи представлены в таблице 5 [8, 9].

Таблица 5 - Коэффициент массотдачи $\left(\beta \cdot 10^7, \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot c}\right)$ в процессе увлажнения адсорбента, для 2 гр. пористого гранулированного оксида алюминия, с наполнителем рутения (20%)

	чистая вода		раствор NaCl	
t, ч	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм	Al_2O_3 (2-3) мм	Al_2O_3 Ru (1-2) мм
1	7.906	8.981	6.838	9.812
2	4.701	7.465	4.701	8.681
3	3.632	5.787	3.846	7.407
4	3.259	5.339	3.472	6.814
5	3.098	4.965	3.098	6.25
6	2.831	4.543	2.831	5.758
7	2.64	4.241	2.64	5.308
8	2.497	4.015	2.497	4.948
9	2.386	3.839	2.386	4.668
10	2.308	3.715	2.308	4.444
11	2.205	3.598	2.234	4,261
12	2.119	3.501	2.172	4.123
13	2.055	3.419	2.12	3.993
14	1.992	3.348	2.076	3.881
15	1.937	3.299	2.044	3.785
16	1.916	3.147	2.01	3.678
17	1.854	3.054	1.942	3.574
18	1.787	2.884	1.887	3.434
19	1.693	2.732	1.85	3.253
20	1.608		1.757	3.09

Как видно из таблицы 5 коэффициент массоотдачи меняется каждый час, т.е. уменьшается. При увеличении времени, коэффициент адсорбции медленно уменьшается. Коэффициент массоотдачи связан с концентрацией нанонаполнителя т. е. чем меньше концентрация нанонаполнителя, тем выше коэффициент массоотдачи. Используя данные таблицы 5 построим график зависимости коэффициента массоотдачи β от времени t.

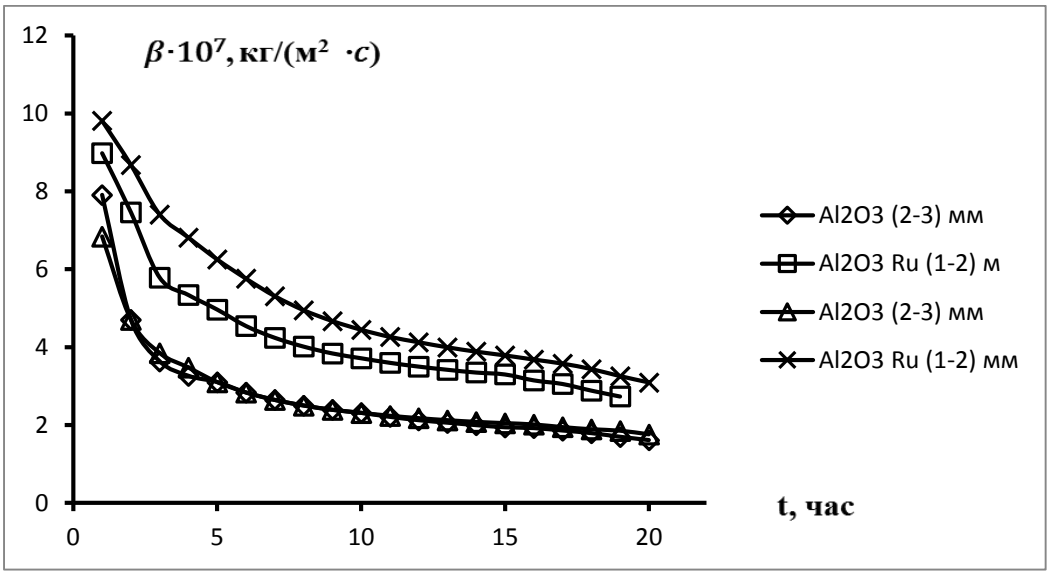


Рисунок 4 - Зависимость коэффициента массоотдачи от времени для 2гр. пористого гранулированного оксида алюминия с наполнителем 20% рутения в процессе увлажнения адсорбентом при комнатной температуре и атмосферном давлении: ряд 1-(Al_2O_3 2-3мм); ряд 2-(Al_2O_3Ru 1-2мм); ряд 3-(Al_2O_3 2-3мм); ряд 4-(Al_2O_3Ru 1-2мм).

Коэффициент массоотдачи при увлажнении пористого оксида алюминия в вышеуказанных средах в течение часа увеличивается на 41%, а в течение 10 часов на – 70 %. Понятно, что коэффициент массоотдачи зависит от среды увлажнения. В среде чистой воды в течение часа для Al_2O_3 - 41%, а для Al_2O_3 Ru - 35% увеличение коэффициента массоотдачи достигает 37%, а в среде хлористого натрия это изменение доходит до 37.2%, разница между ними при увлажнении в течение часа составляет 7-10 %.

Литература

1. Сафаров М.М. Экспериментальная установка для измерения тепло-проводности гранулированных материалов при высоких температурах. /Х. Маджидов, М.М. Сафаров, и др.// Приборостроение. – 1989. – Т.32. –№12, – с. 78-81.
2. Холиков М.М. Экспериментальное исследование температуропроводности, теплопроводности и теплоёмкости магнитных жидкостей в зависимости от давления. / Сафаров М.М, Джураев Д.С.// Вестник Таджикского

национального университета. Серия естественных наук, Душанбе, Сино, 2016, - №1/4 (216), - с.216-221.
3. Холиков М.М. Influence of carbon nanotubes, Al_2O_3 , Fe_2O_3 , TiO_2, nano-metalic to exchage thermophysical and thermodynamics properties of hydrazine-hydrate (rocket fuel) in dependence temperature and pressures. /Safarov Kh.H., Tagoev S.A., Zoirov H.A. и др.// Теплофизические исследования и измерения при контроле качества веществ, материалов и изделий/ Материалы X Международной теплофизической школы. Душанбе–Тамбов. -2016, - с. 201-218.
4. Холиков М.М. Теплофизическии свойство некоторых индустриальных масел. /Джураев Д.С., Шарифов Д.А., Сафаров М.М.,Нажмудинов Ш.З., Сафаров С.К.// Материалы X Международной теплофизической школы 3-8 октября 2016 г. Таджикистан. "Теплофизические исследования и измерения при контроле качества веществ, материалов и изделий". Душанбе– Тамбов-2016. - с. 492-496.
5. Холиков, М.М. Адсорбционные и теплофизические свойства некоторых металлических и неметаллических наночастиц и их влияние на поведение растворителей. /Назруллоев А.С., Джураев Д.С., Давлатов и др.// Труды Международной конференции «Фундаментальные и прикладные вопросы физики». Секция: Физика ядра и элементарных частиц, их прикладные аспекты, астрономия и астрофизика. АН Р Уз, - Ташкент, - 2017, - с.117-119.
6. Холиков М.М., Джураев Д.С., Сафаров М.М. Коэффициент адсорбции оксида алюминия цилиндрической формы для нейтрализации выхлопных газов ДВС // Ученые записки Худжандского государственного университета им. Б.Гафурова. Серия естественных и экономических наук. Худжанд. - №2(41). – 2017, - с.76-82.
7. Холиков, М.М. Изучение кинетики платинного катализатора цилиндрической формы (AL_2O_3 +1% Pt, (2-3) мм) на основе пористого гранулированного оксида алюминия. /Д.С. Джураев, М.М. Холиков, М.М. Сафаров // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук, Душанбе, - 2018, №1, - С.61-67.
8. Холиков, М.М. Исследование коэффициента адсорбции и масоотдачи катализаторов. /Мирзомамадова А.Г., Абдуназаров С.С., Сафаров М.М.// Материалы научно-практической конференции XIII Ломоносовские чтения. «Актуальные проблемы естественных и гуманитарных наук» Душанбе. - 2018, - с. 29-33.
9. Сафаров, М.М. Определение коэффициента массоотдачи полимера (пентэласт) в процессе увлажнения при различном количестве. /З.Ю. Норов, Б.М. Махмадиев, Ш.А.Аминов и др.// X Международная теплофизическая школа, Таджикистан, "Теплофизические исследования и измерения при контроле качества веществ, материалов и изделий" Душанбе– Тамбов-2016, - с. 355-361.

КОЭФФИТСИЕНТИ АДСОРБСИЯ ВА МАССАДИҲИИ КАТАЛИЗАТОРИ РУТЕЙНИДОР

Ҳоликов М.М., Ҷураев Д.С.
Донишкадаи политехникии ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ дар ш.Хуҷанд
Филиали ДДМ ба номи М.В. Ломоносов дар ш. Душанбе

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои таҳқиқотии ҷабидани намии оксиди алюминии дона-дона дар намуди тоза ва дар таркибаш рутейний (20%) дошта Al_2O_3 Ru фраксияи (1-2) мм оварда шудааст. Оби тозашуда ва NaCl ҳамчун воситаи намӣ интихоб карда шуд,дар асоси омӯзиши ин таҳқиқот ва қонуни мувофиқоварии маскури ҳолат, вобастагиҳои аппроксиматсионнӣ ба даст оварда шуд.*
Калидвожаҳо: *катализатор, рутейний, нейтрализатор, адсорбсия, массадиҳӣ, оксид алюминий, фраксия, ҷабидани намӣ, масса, моеъ.*

ADSORPTION AND MASS RECOVERY COEFFICIENT OF RUTHENIUM CATALYST

Kholikov M.M., Dzhuraev D.S.
Polytechnic Institute of the TTU named after acad. M.S. Osimi in the city of Khujand
Lomonosov Moscow State University in Dushanbe

Abstract. *This article presents the results of experimental studies of moisture absorption of granular porous aluminum oxide both in pure form and containing ruthenium Ru Al_2O_3 fraction of (1-2) mm (20%). Distilled water and NaCl were chosen as a humid medium. On the basis of experimental research and the law of the corresponding states, approximation dependences are obtained.*
Keywords: *catalyst, ruthenium, neutralizer, adsorption, mass transfer, aluminum oxide, fraction, moisture absorption, mass, liquid.*

***Сведение об авторах*.** **Холиков Мазбуд Махмудович** - старший преподаватель Политехнический институт Таджикского технического университета им. акад. М.С. Осими в городе Худжанде. (+992) 92-758-09-72, e-mail: holikov.mazbud @ yandex.ru.
Джураев Дадахон Собирчонович- к.т.н. Политехнический институт Таджикского технического университета им. ак. М.С. Осими в г. Худжанде. (+992)92-988-88-99, e-mail: juraev77@mail.ru

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

В научном журнале «Вестник Филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе» печатаются статьи, содержащие результаты научных исследований по естественным, гуманитарным и экономическим наукам. При направлении статьи в редколлегию авторам необходимо соблюдать следующие правила: размер статьи не должен превышать 10 страниц компьютерного текста, включая текст, таблицы, библиографию, рисунки и тексты аннотаций на таджикском, русском и английском языках. Статья должна быть подготовлена в системе Microsoft Word, при этом одновременно с распечаткой статьи в 2-х экземплярах сдаются также соответствующие файлы (для каждой статьи на отдельном диске). Рукопись должна быть отпечатана на компьютере (шрифт Times New Roman 14, формат А4, интервал 1,5, поля: верхнее – 3 см, нижнее – 2,5 см, левое – 3 см, правое – 2см). Все листы статьи должны быть пронумерованы.

Текст статьи должен быть изложен кратко, тщательно отредактирован и подписан всеми авторами с указанием их фамилий, имен и отчеств, номера телефонов. Каждый экземпляр должен содержать: текст статьи, список литературы, тексты резюме на русском, таджикском и английском языках. В каждом резюме после заголовка статьи приводится название учреждения (-ий), в котором (-ых) выполнена данная работа. После каждого резюме отдельной строкой перечисляются ключевые слова на этих языках.

В верхнем правом углу первой страницы рукописи указывается раздел науки, которому соответствует статья, строкой ниже в левом углу страницы указывается индекс статьи по универсальной десятичной классификации (УДК). В центре следующей строки – инициалы и фамилия автора (-ов). Ниже приводится название статьи, затем указывается название организации. Ниже – краткая аннотация (на языке, на котором написана статья) с указанием конкретных результатов работы и вытекающих из них выводов, а также ключевые слова, наиболее полно отражающие область исследования и полученные в работе результаты (до 10 слов) через тире и адрес для корреспонденции (почтовый и электронный). Далее через строку следует основной текст. Сразу после текста статьи приводится список литературы (не более 10 названий) под заголовком «**Литература**» в порядке упоминания, тексты аннотаций и ключевые слова (например, на таджикском и английском языках, если статья написана на русском языке). Ссылки на цитируемую литературу даются в квадратных скобках, например [1].

Список литературы оформляется следующим образом: для книг – фамилия и инициалы автора (-ов), полное название книги, место издания, издательство, год

издания, том или выпуск, общее количество страниц. Для периодических изданий – фамилия и инициалы автора (-ов), название статьи, год издания, том, номер, первая и последняя страницы статьи.

Формулы и символы должны быть напечатаны на компьютере в одном стиле. Написание математических формул в виде рисунков не допускается. Следует избегать громоздких обозначений. Занумерованные формулы пишутся с красной строки, номер формулы в круглых скобках ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

Сокращения должны быть расшифрованы, за исключением общепринятых.

В десятичных дробях после целой части числа ставится точка.

При упоминании в тексте иностранных фамилий в скобках необходимо давать их оригинальное написание.

Первое упоминание в статье названия вида животного или растения приводится по-русски и по латыни.

В тексте необходимо дать ссылки на все приводимые таблицы, рисунки и фотографии.

Научные статьи, представленные в редакцию журнала, должны иметь направление учреждения, в котором выполнялась данная работа, и экспертное заключение о возможности опубликования. При выполнении работы в нескольких учреждениях представляются направления из каждого учреждения. К статье должна быть приложена заверенная рецензия специалиста.

Редколлегия оставляет за собой право производить сокращения и редакционные изменения статьи. Статьи, не отвечающие настоящим правилам, редколлегией не принимаются.

ПОРЯДОК РЕЦЕНЗИРОВАНИЯ НАУЧНЫХ СТАТЕЙ, ПРЕДСТАВЛЯЕМЫХ В ЖУРНАЛ «ВЕСТНИК ФИЛИАЛА МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ»

Статьи, поступающие в редакцию, проходят предварительную экспертизу (проводится членами редколлегии – специалистами по соответствующей отрасли науки) и принимаются в установленном порядке. Требования к оформлению оригинала статей приводятся в каждом номере журнала.

Если рукопись принята, то редакция сообщает автору замечания по содержанию и оформлению статьи, которые необходимо устранить до передачи текста на рецензирование.

Затем статьи рецензируются в обязательном порядке членами редколлегии журнала или экспертами соответствующей специальности (кандидатами и докторами наук).

Рецензия должна содержать обоснованное перечисление качеств статьи, в том числе научную новизну проблемы, её актуальность, фактологическую и историческую ценность, точность цитирования, стиль изложения, использование современных источников, а также мотивированное перечисление её недостатков. В заключении дается общая оценка статьи и рекомендации для редколлегии – опубликовать статью, опубликовать её после доработки, направить на дополнительную рецензию специалисту по определенной тематике или отклонить. Объем рецензии - не менее одной страницы текста. Статья, принятая к публикации, но нуждающаяся в доработке, направляется авторам с замечаниями рецензента и редактора. Авторы должны внести все необходимые исправления в окончательный вариант рукописи и вернуть в редакцию исправленный текст, а также его идентичный электронный вариант вместе с первоначальным вариантом рукописи. После доработки статья повторно рецензируется, и редколлегия принимает решение о ее публикации. Статья считается принятой к публикации при наличии положительной рецензии и если её поддержали члены редколлегии. Порядок и очередность публикации статьи определяется в зависимости от даты поступления её окончательного варианта. Рецензирование рукописи осуществляется конфиденциально. Разглашение конфиденциальных деталей рецензирования рукописи нарушает права автора. Рецензентам не разрешается снимать копии статей для своих нужд. Рецензенты, а также члены редколлегии не имеют права использовать в собственных интересах информацию, содержащуюся в рукописи, до её опубликования.

Главный редактор: Мирзоев С.Х., д.т.н., доцент.

Технический редактор: Рахмет-Заде Т. Н.

Муҳаррири техникӣ: Рахмет-Заде Т. Н.

Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова, 734003, г. Душанбе, ул. Бохтар, 35/1,
тел.: +992 (37) 221-99-41, 221-99-04, E-mail: info@msu.tj, сайт: http://www.msu.tj

Филиали ДДМ ба номи М.В. Ломоносов, 734003, ш. Душанбе, кӯч. Бохтар,
35/1, тел.: +992 (37) 221-99-41, 221-99-04, E-mail: info@msu.tj,
сайт: http://www.msu.tj

Подписано в печать 27.11.2020г.
Заказ 80. Тираж 200 экз.
Отпечатано в издательско-типографическом секторе Филиала МГУ
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе
г. Душанбе, ул. Бохтар, 35/1