ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ
1755

МАТЕРИАЛЫ

РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ТОЧНЫХ НАУК»

(20 ИЮНЯ 2023 ГОДА)

270 МГУ

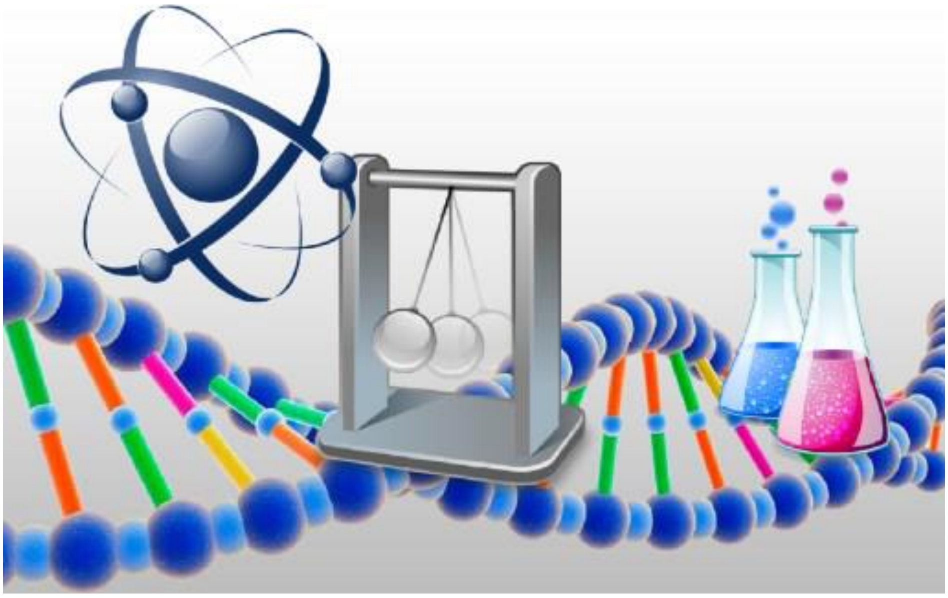
1755 2025

ДУШАНБЕ

ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
В ГОРОДЕ ДУШАНБЕ

МАТЕРИАЛЫ
РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ТОЧНЫХ НАУК»

(20 июня 2023 года)



Душанбе – 2023

УДК 5(063.3)
ББК 2
М - 34

Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук» (20 июня 2023 года). – Душанбе. – 2023, – 161 с.

Под общей редакцией
к.ф-м.н., доцента Одинабекова Д.М.

Ответственные редакторы:
д.т.н., Умарова Т.М.,
к.т.н. Казиджанова Н.М.

Редакционная коллегия:
Бобоев Ш.А., Джумаев Э.Х., Камилов Х.Ч.

Редакторы:
Акбарова В.А., Музаффарова Ш.М., Фазилова Ш.К.

В сборнике представлены материалы, включённые в программу научно-практической конференции «Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук» по направлениям: математика и информатика; материаловедение.

Данный сборник предназначен для преподавателей, научных сотрудников, аспирантов, магистрантов и студентов старших курсов высших учебных заведений.

UDC 517.956.4

ON UPPER ESTIMATES IN AN UNBOUNDED SET OF CONTROL FUNCTIONS TO THE EXTREMUM PARABOLIC PROBLEM

Astashova I.V.[1]**, Filinovskiy A.V.**[2]**, Lashin D.A.**[3]
[1]*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Differential Equation of Lomonosov Moscow State University, Bauman Moscow State Technical University*
[2]*Candidate of Physical and Mathematical Sciences of Plekhanov Russian University of Economics*
[3]*Candidate of Physical and Mathematical Sciences of FITO – Research and Production Company*
(Moscow, Russian Federation)
ast.diffiety@gmail.com, flnv@yandex.ru, dalashin@gmail.com

Annotation. *For an extremum problem to a one-dimensional general type parabolic equation with a weighted integral cost functional, we obtain upper estimates for the norm of control functions from an unbounded set.*

Keywords: *parabolic equation, extremum problem, control function, estimates.*

О ВЕРХНИХ ОЦЕНКАХ НА НЕОГРАНИЧЕННОМ МНОЖЕСТВЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ФУНКЦИЙ К ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ

Асташова И.В., Филиновский А.В., Лашин Д.А.
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова
Научно-производственная фирма «ФИТО»

Аннотация. *Для экстремальной задачи к одномерному параболическому уравнению общего типа с взвешенным интегральным функционалом цены получены верхние оценки нормы управляющих функций по неограниченному множеству.*

Ключевые слова: *параболическое уравнение, экстремальная задача, управляющая функция, оценки.*

Introduction

We consider the extremum problem with weighted integral cost functional for the following parabolic mixed problem

$$u_t = (a(x,t)u_x)_x + b(x,t)u_x + h(x,t)u, \tag{1}$$

$$(x,t) \in Q_T = (0,1) \times (0,T), \quad T > 0$$

$$u(0,t) = \varphi(t), \quad u_x(1,t) = \psi(t), \quad 0 < t < T, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \xi(x), \quad 0 < x < 1 \tag{3}$$

where the real functions a, b and h are smooth in $\overline{Q}_T$,

$$0 < a_0 \le a(x,t) \le a_1 < \infty,$$

$$\varphi \in W_2^1(0,T), \psi \in W_2^1(0,T), \xi \in L_2(0,1).$$

We study the control problem with a point observation: by controlling the temperature φ at the left end of the segment (the functions ψ and ξ are assumed to be fixed), we try to make at some point $x_0 \in (0,1)$ the temperature $u(x_0, t)$ close to the given function $z(t)$ over the entire time interval $(0, T)$.

This problem arises in the model of climate control in industrial greenhouses [1–3].

Note that extremum problems for parabolic equations were considered in [4–7] (as usual, problems with final or distributed observation). But the results and methods of investigation are not similar to our methods.

The proposed paper develops and generalizes the authors' results of [8–12]. We study here a more general equation with a variable diffusion coefficient a, a convection coefficient b, and a potential h, called the depletion potential, and obtain upper estimates of the control function φ with the help of the value of a quality functional.

Some methods of study the parabolic control problems is used in [13], but there were no results on estimates of control functions.

In [16] we posed an open problem: to obtain upper estimates to the control function.

We denote ([14], p. 6) by $V_2^{1,0}(Q_T)$ the Banach space of functions $u \in W_2^{1,0}(Q_T)$ with the finite norm

$$||u||_{V_2^{1,0}(Q_T)} = \sup_{0 \le t \le T} ||u(x,t)||_{L_2(0,1)} + ||u_x||_{L_2(Q_T)}$$

such that $t \mapsto u(\cdot, t)$ is a continuous mapping $[0, T] \to L_2(0,1)$ and $W_2^{1,0}(Q_T)$ is the Hilbert space of functions $u(x,t) \in L_2(Q_T)$ having weak derivatives $u_{x_j} \in L_2(Q_T)$, $j = 1,2, \dots, n$, with the scalar product

$$(u, v)_{W_2^{1,0}(Q_T)} = \int_{Q_T} (u_x v_x + uv) dx dt.$$

We denote by $\widetilde{W}_2^1(Q_T)$ the set of functions $\eta \in W_2^1(Q_T)$ satisfying the conditions $\eta(x, T) = 0, \eta(0, t) = 0$.

A weak solution to problem (1)–(3) is a function $u \in V_2^{1,0}(Q_T)$ satisfying the condition $u(0, t) = \varphi(t)$ and the equality

$$\int_{Q_T} (a(x,t)u_x\eta_x - b(x,t)u_x\eta - h(x,t)u\eta - u\eta_t) dx\, dt =$$
$$= \int_0^1 \xi(x)\eta(x, 0)\, dx + \int_0^T a(1,t)\psi(t)\, \eta(1,t)\, dt$$

for all $\eta \in \widetilde{W}_2^1(Q_T)$.

We denote by $\Phi \subset W_2^1(0, T)$ the set of control functions φ and by $Z \subset L_2(0, T)$ the set of objective functions z. We further suppose that Φ is non-empty, closed, convex set. Consider the weighted integral cost functional

$$J[z, \rho, \varphi] = \int_0^T (u_\varphi(x_0, t) - z(t))^2 \rho(t) dt,$$
$$x_0 \in (0,1), \quad \varphi \in \Phi, \quad z \in Z,$$

where $u_\varphi \in V_2^{1,0}(Q_T)$ is the solution to the problem (1) - (3) with the given control function φ. Here $\rho \in L_\infty(0, T)$ is a real-valued weight function such that

$$0 < \rho_1 = ess \inf_{t \in (0,T)} \rho(t).$$

Assuming the functions z and ρ to be fixed, consider the minimization problem

$$m[z, \rho, \Phi] = \inf_{\varphi \in \Phi} J[z, \rho, \varphi].$$

Main Results

In ([11]–[12]) the following result is obtained.

Theorem 1. *Suppose that Φ is a bounded set. Then for any $z \in L_2(0, T)$ there exists a unique function $\varphi_0 \in \Phi$ such that*

$$m[z, \rho, \Phi] = J[z, \rho, \varphi_0].$$

In [16]–[17] a lower estimate for the norm of control functions in terms of the value of the quality functional are obtained. We recall them in the next theorem.

Theorem 2. *Let $x_0 \in (0,1]$ and the functions a, b and h satisfy the conditions of Theorem 3. Then the following inequality holds:*

$$||\varphi||_{W_2^1(0,T)} \geq \max\{0, \frac{1}{T^{1/2}} ||z||_{L_1(0,T)} - \left(\frac{J[z,\rho,\varphi]}{\rho_1}\right)^{1/2} - \frac{x_0}{a_1 T^{1/2}} \big(a_2 ||\psi||_{L_1(0,T)} + \\ + ||\xi||_{L_1(0,1)}\big)\} \qquad (4)$$

The resulting estimate (4) allows us to obtain information on control functions. It is useful for estimating the internal energy of the system necessary to achieve a required value of the functional J.

Corollary 1. *Let x_0 and the functions a, b and h satisfy the conditions of Theorem 2. Suppose $\psi = \xi = 0$. Then the following inequality holds:*

$$||\varphi||_{W_2^1(0,T)} \geq \max\{0, \frac{1}{T^{1/2}} ||z||_{L_1(0,T)} - \left(\frac{J[z, \rho, \varphi]}{\rho_1}\right)^{1/2} \}.$$

We can also give (see [16 - 17]) lower estimates to the norms of the control function φ in $L_2(0, T)$, $L_2(0, T)$.

Theorem 3. *If $\psi = 0$, $\xi = 0$, $\varphi = \gamma\varphi_1 + \varphi_2$ with $\gamma \in R$, $||\varphi_1||_{W_2^1(0,T)} = 1$, then the following inequality holds:*

$$\|\varphi\|_{W_2^1(0,T)} \leq \frac{1}{\|u_{\varphi_1}(x_0,t)\|_{L_{2,\rho}(0,T)}} ((J[z, \rho, \varphi])^{\frac{1}{2}} + \left\|u_{\varphi_2}(x_0, t)\right\|_{L_{2,\rho}(0,T)} + \\ + \|z\|_{L_{2,\rho}(0,T)} + \|\varphi_2\|_{W_2^1(0,T)}.$$

To formulate the result on upper estimates of a control function in unbounded set, we introduce the following definition.

Definition. *A set $\Phi \subset W_2^1(0, T)$ is called finite-dimensionally approximable if there exists a finite system of functions φ_1, ,$\varphi_N \in \Phi$ and a constant M such that for any function $\varphi \in \Phi$ there exist real $\gamma_1, \ldots, \gamma_N$ satisfy $||\varphi - \sum_{j=1}^{N} \gamma_j \varphi_j||_{W_2^1(0,T)} \leq M$.*

Theorem 4. *If the Φ is a finite-dimensionally approximable set, then for any $z \in L_2(0, T)$ there exists a unique function $\varphi_0 \in \Phi$, for which*

$$m[z, \rho, \Phi] = J[z, \rho, \varphi_0].$$

Open problem

An important problem is to prove that $m[z, \rho, W_2^1(0, T)] = 0$ for any $z \in L_2(0, T)$ and $\rho \in L_\infty(0, T)$ to the equation (1) with general type variable coefficients $a(x, t)$,

$b(x,t)$, $h(x,t)$. Now this result is proved for equations with coefficients independent of t (see [8–12]).

Acknowledgement. The research was partially supported by Russian Science Foundation (scientific project 20-11-20272).

Bibliography

1. Astashova I.V., Filinovskiy A.V., Lashin D.A. On maintaining optimal temperatures in greenhouses. WSEAS Trans. on Circuits and Systems, 15, 23, (2016), pp. 198-204.
2. Astashova I., Filinovskiy A., Lashin D. On optimal temperature control in hothouses. Proc. Int. Conf. on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2016, AIP Conf. Proc., 2017, pp. 4-8.
3. Astashova I.V., Filinovskiy A.V. On the controllability in parabolic problem with time distributed functional. Differ. equ., 53, (2018), pp. 851-853.
4. Troltzsch F. Optimal Control of Partial Differential Equations. Theory, Methods and Applications. Graduate Studies in Mathematics, 112, Providence, AMS, 2010.
5. Lurie K.A. Applied Optimal Control Theory of Distributed Systems. Springer, Berlin, 2013.
6. Dhamo V., Troltzsch F. Some aspects of reachability for parabolic boundary control problems with control constraints. Comput Optim Appl (2011) 50: pp. 75-110.
7. Sener S.S., Subasi M. On a Neumann boundary control in a parabolic system. Bound Value Probl 2015, 166 (2015).
8. Astashova I.V., Filinovskiy A.V. On the dense controllability for the parabolic problem with time-distributed functional. Tatra Mt. Math. Publ., 71, (2018), pp. 9-25.
9. Astashova I.V., Filinovskiy A.V. On properties of minimizers of a control problem with time-distributed functional related to parabolic equations. Opuscula Math., 39, (2019), pp. 595-609.
10. Astashova I.V., Lashin D.A., Filinovskiy A.V. Control with point observation for a parabolic problem with convection. Trans. Moscow Math. Soc., 80 (2019), pp. 221-234.
11. Astashova I.V., Filinovskiy A.V. Controllability and Exact Controllability in a Problem of Heat Transfer with Convection and Time Distributed Functional. J. Math. Sci., 244, (2020), pp. 148-157.
12. Astashova I.V., Lashin D.A., Filinovskiy A.V. On a control problem with point observation for a parabolic equation in the presence of convection and depletion potential. Differ. Equ., 56, (2020), pp. 828-829.
13. Lions J.L. Optimal Control of Systems governed by Partial Differential Equations, Springer, Berlin, 1971.
14. Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Ural’seva N.N. Linear and quasi-linear equations of parabolic type. Translations of Mathematical Monographs, 23, American Mathematical Society, Providence, RI, 1968.

15. Astashova I., Filinovskiy A., Lashin D. On the estimates in various spaces to the control function of the extremum problem for parabolic equation. WSEAS transactions on applied and theoretical mechanics, 16, (2021), pp. 187-192.
16. Astashova I.V., Filinovskiy A.V., Lashin D.A. On the estimates for the control function of the extremum problem for parabolic equation, Proceedings of Science-Practical Conference "Modern problems of mathematics and its applications" (June, 3-4 2022), Dushanbe, 2022. P. 35-40.
17. Astashova I., Filinovskiy A., Lashin D. On the Extremum Control Problem with Pointwise Observation for a Parabolic Equation. Doklady Mathematics, 2022, Vol. 105, No. 3, pp. 158-161.

УДК 371.388

ДОИР БА МЕТОДИКАИ БАРГУЗОРИИ КОРҲОИ ЛАБОРАТОРӢ АЗ ФАННИ МЕТОДҲОИ АДАДӢ ДАР МИСОЛИ МАВЗУИ ТАТБИҚИ ФОРМУЛАИ КВАДРАТУРИИ ТРАПЕТСИЯҲО

Абдукаримов М.Ф.[1], Баротов Р.Т.[2]
[1]д.и.ф.-м., дотсенти кафедраи математикаи ҳисоббарорӣ ва механика,
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
[2]муаллими калони кафедраи математикаи ҳисоббарорӣ ва механика,
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
(ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон)
mahmadsalim_86@mail.ru

Аннотатсия. *Масъалаи ташкил ва гузаронидани корҳои лабораторӣ яке аз масъалаҳои муҳими соҳаи методикаи таълим ба ҳисоб меравад. Ин масъала ҳангоми таълими фанни методҳои ададӣ муҳимтар ва дар айни ҳол мураккаб арзёбӣ мегардад. Мураккабии он пеш аз ҳама дар он зоҳир мегардад, ки ҳалли масъалаҳои амалӣ бо ёрии методҳои ададӣ ҳисоббарориҳои ниҳоят калонҳаҷмро дар бар мегиранд. Дар мақолаи мазкур дар мисоли як кори лабораторий мушаххас масъалаи методикаи гузаронидани корҳои лабораторӣ аз фанни методҳои ададӣ бо ёрии забонҳои барномасозии компютерӣ мавриди омӯзиш қарор дода мешавад.*

Калидвожаҳо: *кори лабораторӣ, методҳои ададӣ, барномасозии компютерӣ, формулаи умумикардашудаи трапетсияҳо.*

О МЕТОДИКЕ ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ ПРИМЕНЕНИЯ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ ТРАПЕЦИИ

Абдукаримов М.Ф., Баротов Р.Т.
Таджикский национальный университет

Аннотация. *Вопрос организации и проведения лабораторных работ является одним из важнейших вопросов в области методики обучения. Этот вопрос становится более важным и одновременно и сложным при преподавании предмета численных методов. Его сложность прежде всего проявляется в том, что решение практических задач с помощью численных методов требует чрезвычайно больших вычислений. В данной статье на примере* *одной конкретной лабораторной работы рассматривается вопрос о методике проведения лабораторных работ по предмету численных методов с помощью языков компьютерного программирования.*

Ключевые слова: *лабораторная работа, численные методы, компьютерное программирование, обобщённая квадратурная формула трапеций.*

METHOD OF CARRYING OUT LABORATORY WORKS ON NUMERICAL METHODS ON THE CASE OF THE TOPIC OF APPLYING THE TRAPEZIA QUADRATIVE FORMULA

Abdukarimov M.F., Barotov R.T.
Tajik national university

Annotation. *The issue of organizing and conducting laboratory work is one of the most important issues in the field of teaching methods. This question becomes more important and at the same time complex when teaching the subject of numerical methods. Its complexity is primarily manifested in the fact that the solution of practical problems using numerical methods requires extremely large calculations. In this article, using the example of one specific laboratory work, the question of the methodology for conducting laboratory work on the subject of numerical methods using computer programming languages is considered.*

Keywords: *laboratory work, numerical methods, computer programming, generalized quadrature trapezoid formula.*

Масъалаҳои бисёри математикие ҳастанд, ки аниқ ҳал кардани онҳо аз имкон берун аст. Масалан, дар ҳолати умумӣ ёфтани ҳалли муодилаи алгебравии дараҷааш аз 4 боло, ҳисоб кардани қимати интеграли муайян, ёфтани ҳалли муодилаҳои гуногуни дифференсиалӣ ва интегралӣ аз ҷумлаи ҳамин гуна масъалаҳо ҳастанд. Аз ин сабаб, ба мо лозим меояд, ки ҳалли ададӣ ва ё тақрибии ин гуна масъалаҳоро ҷустуҷӯ намоем. Шохаи алоҳидаи илми математика бо номи Методҳои ададӣ ба коркарди методҳои ададӣ ва тақрибӣ-аналитикии ҳалли масъалаҳои математикӣ бахшида шудааст. Ин шохаи илми математика, ки нисбатан ҷавон аст, вобаста ба замон дар рушду такомул мебошад. Илова бар ин, он сабаби пайдоиш ва рушду инкишофи дигар шохаҳои илми муосир, ки ба информатика алоқамандии бештар доранд, гардидааст.

Тавре огоҳӣ дорем, дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ фанни математика шартан ба шохаҳои зерин ҷудо карда шудааст: математикаи элементарӣ, алгебраи олӣ, таҳлили математикӣ, геометрияи аналитикӣ, муодилаҳои дифференсиалӣ, методҳои ададӣ, методҳои оптимизатсионӣ ва ғайра. Барои таълими ҳар яке аз ин шохаҳои илми математика намудҳои гуногуни таълим, ба мисли лексия, машғулияти амалӣ ва корҳои лабораторӣ дар назар гирифта шудааст.

Ташкил ва гузаронидани корҳои лабораторӣ аз Методҳои ададӣ дар раванди азхудкунии ин фан нақши муҳим мебозад ва илова бар ин яке аз воситаҳои муҳими васеъ гардидани сатҳи дониши математикии донишҷӯён маҳсуб меёбад. Воқеан, корҳои лабораторӣ ба донишҷӯ имкон фароҳам меоранд, ки ӯ маҳорат ва малакаи дар амал татбиқ кардани дониши назариявии гирифтаашро рушд диҳад. Аз ин ҷиҳат, корҳои лабораторӣ аз фанни методҳои ададӣ бояд дар сатҳи зарурӣ ташкил ва гузаронида шаванд, то ки самаранокии таълими ин фан дар раванди таълим бештар эҳсос карда шавад.

Қайд кардан ба маврид аст, ки ба масъалаи методикаи таълими фанни математика чӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ ва чӣ дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ, корҳои олимон ва мутахассисони зиёди хориҷию ватанӣ бахшида шудаанд, ки мо бо овардани корҳои [1-6] маҳдуд мешавем. Тазаккур медиҳем, ки мақолаи мазкурро давоми мантиқии мақолаҳои [7-8] ҳисоб кардан мумкин аст.

Чун корҳои пештара, дар ин мақола низ мо дар мисоли як кори лабораторӣ мушаххас доир ба методикаи ташкил ва гузаронидани корҳои лабораторӣ аз фанни методҳои ададӣ бо ёрии забонҳои барномасозӣ суҳбат мекунем.

Мавзуи кори лабораторӣ. Татбиқи формулаи квадратурии умумикардашудаи трапетсияҳо дар масъалаи тақрибӣ ҳисоб кардани суммаҳо.

Мақсади кори лабораторӣ. Мақсади кори лабораторӣ аз татбиқ карда тавонистани формулаи квадратурии умумикардашудаи трапетсияҳо дар масъалаи тақрибӣ ҳисоб кардани баъзе суммаҳои охирнок иборат мебошад.

Гузориши масъала. Суммаи охирноки зерин дода шудааст:

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}.$$

ТАЛАБИ 1:

1. Бо ёрии формулаи квадратурии умумикардашудаи трапетсияҳо, барои ҳисоби суммаи додашуда формулаи тақрибӣ ҳосил намоед;

2. Барои n=1,3,5 қиматҳои суммаро бевосита, инчунин аз рӯйи формулаи тақрибии ҳосилшуда ҳисоб намуда, натиҷаҳои мувофиқро муқоиса кунед.

ТАЛАБИ 2:

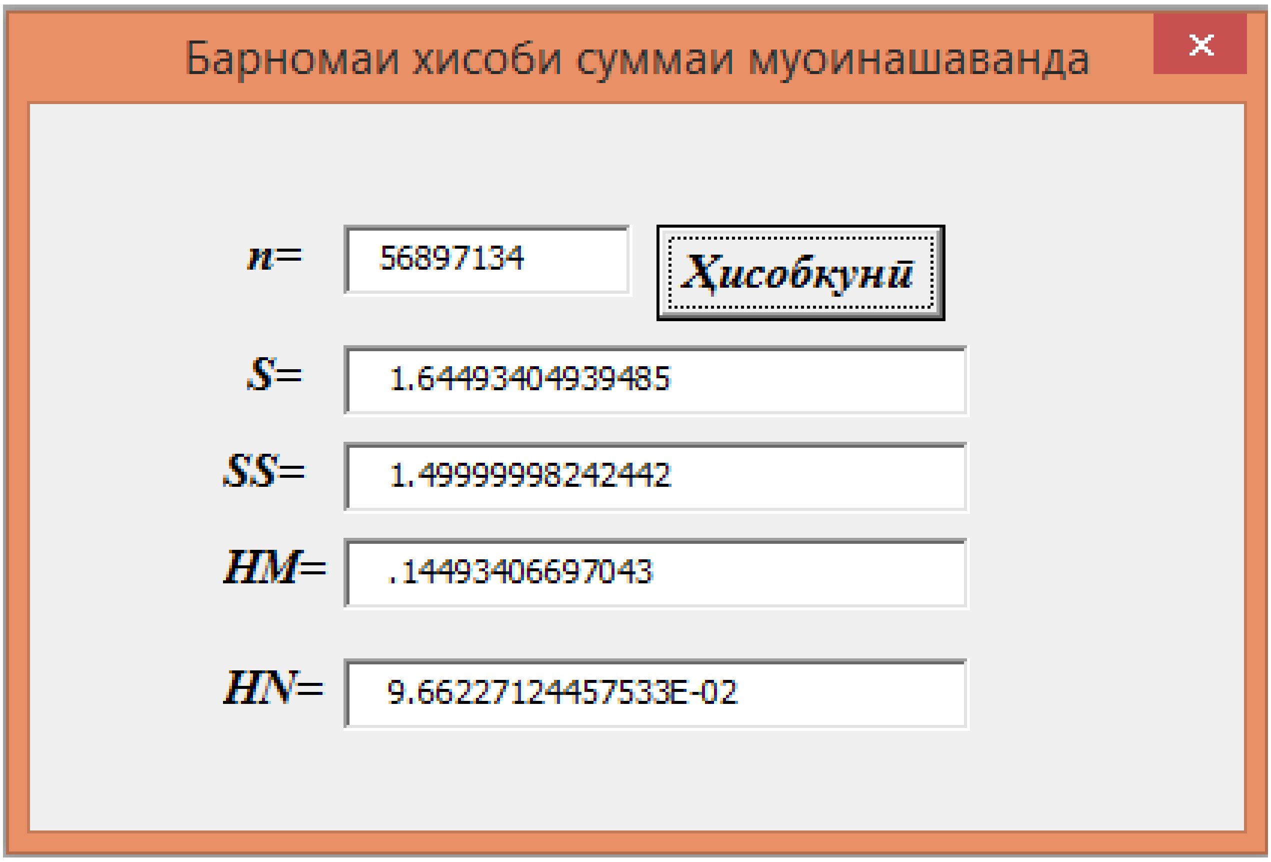
3. Алгоритм ва барномаи ҳисоби суммаи додашударо бевосита, аз рӯйи формулаи тақрибӣ, инчунин хатои мутлақ ва нисбии қиматҳои мувофиқи суммаро дар ин ё он забони барномасозӣ тартиб диҳед.

4. Натиҷаи кори барномаро барои якчанд қиматҳои n чоп намоед.

Фаҳмост, ки ҳар як донишҷӯ барои иҷро кардани ин кори лабораторӣ бояд маводди назариявиро дар сатҳи зарурӣ донад. Омӯзгори фаннӣ бояд донишҷӯро муваззаф гардонад, ки ӯ пеш аз иҷро намудани кори лабораторӣ дар дафтаре, ки барои иҷрои корҳои лабораторӣ пешбинӣ кардааст, маводди назариявиро дар ҳаҷми лозимӣ биёрад ва дар вақти супоридани кори лабораторӣ онро шарҳу тавзеҳ ва таҳлил карда тавонад.

Пас аз овардани маводди зарурии назариявӣ донишҷӯ ба ҳалли масъала шурӯъ мекунад. Дар кори мазкур ҳамчун намуна ҳалли пурраи масъала оварда шудааст. Сипас алгоритми ҳалли масъала дар ду намуд ва барномаи он дар забони барномасозии Визуал Бейсики майдони кории ворд навишта шудааст.

Масалан, натиҷаи кори ин барнома чунин аст:


Барномаи хисоби суммаи муоинашаванда

n= 56897134

S= 1.64493404939485

SS= 1.49999998242442

HM= .14493406697043

HN= 9.66227124457533E-02

Инчунин, натиҷаи кори барнома барои баъзе қиматҳои *n* ва муқоисаи онҳо дар шакли ҷадвал оварда шудааст.

Барномаи овардашуда барои омӯзгор имконияти зиёдеро фароҳам меорад, аз он ҷумла:

- бо осонӣ барои ҳар як донишҷӯ варианти алоҳида тартиб медиҳад;
- ҳангоми санҷиши корҳо вақтро сарфа мекунад;
- дар рафти санҷиши корҳо ба сатҳи дониши донишҷӯён ба таври шаффоф баҳо медиҳад;
- вобаста ба мавзуи матраҳшаванда масъалаҳои тестӣ тартиб медиҳад;
- дар ҷараёни корҳои лабораторӣ робитаи байнифаннӣ ташкил менамояд;
- маҳорату малакаи касбиаш ташаккул меёбад;
- меҳнаташ сабук мегардад.

Дар чунин шакл ташкил ва гузаронидани корҳои лабораторӣ аз фанни методҳои ададӣ ба донишҷӯ низ имконияти бисёреро фароҳам месозад, аз он ҷумла:

- ҷаҳонбинии математикӣ ва тафаккури ӯ рушду инкишоф меёбад;
- маҳорати масъалаҳалкунии ӯ рушд менамояд;
- дар бораи татбиқи фанни математика, хусусан методҳои ададӣ иттилоъ пайдо мекунад;
- фаъолияти эҷодии ӯ дар ҷараёни иҷрои корҳои лабораторӣ беҳтар мегардад ва ғ.

Аз ин лиҳоз, бо забонҳои барномасозӣ алоқаманд кардани корҳои лабораторӣ аз фанни методҳои ададӣ ба нафъи кор буда, боиси беҳтар шудани сифати азхудкунии фанни мазкур аз ҷониби донишҷӯён мегардад. Илова бар ин, донишҷӯён ба ин васила асосҳои алгоритмсозӣ ва барномасозиро аз худ мекунанд, ки ин барои ҳамчун мутахассиси варзида ба камол расидани онҳо замина фароҳам меорад. Воқеан, имрӯзҳо қисми зиёде аз донишҷӯён аз имконияти асосии компютерҳои фардӣ бехабаранд. Бисёре аз онҳо компютерро ҳамчун воситаи ҳарфчинӣ, ё майдони корӣ барои истифодаи шабакаҳои интернетӣ медонанд. Албатта, компютер ин имконҳоро низ доро мебошад. Аммо вазифаи асосии он ҳалли масъалаҳои гуногуни илмӣ, таълимӣ ва истеҳсолӣ ба ҳисоб меравад.

Адабиёт

1. Нугмонов М. Теоретико-методологические основы методики обучения математике как науки / М. Нугмонов. – Душанбе, 2011. – 290 с.
2. Федотов А.А. Численные методы. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Численные методы» / А.А. Федотов, П.В. Храпов. – Москва, 2012. – 141 с.
3. Шарифов Дж. Дидактические основы формирования навыков самостоятельной работы студентов в процессе обучения / Дж. Шарифов. – Душанбе, 1999. – 44 с.
4. Назаров А.П. Технологияи таъмини объективияти санҷиши дониши хонандагон оиди ҳосила бо истифода аз технологияи компютерии ҳозиразамон / А.П. Назаров // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. – 2017. – №1/5. – С. 103-108.
5. Назаров А.П. Компьютерная программа для проверки письменных контрольных работ по математике / А.П. Назаров // Школьные технологии. – 2020. – №1. – С.92-97.
6. Назаров А.П. Компьютерная поддержка проведения проверочных работ по теме «Простые числа» / А.П. Назаров // Информатика в школе. – 2020. – №9. – С. 59-64.
7. Абдукаримов М.Ф. Активизация познавательной деятельности студентов вузов Республики Таджикистан при проведении лабораторных работ по предмету численных методов / М.Ф. Абдукаримов, Р.Т. Баротов, Н. Шерматов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2016. – №1-1 (192). – С. 107-110.
8. Абдукаримов М.Ф. Некоторые вопросы процесса организации лабораторных работ по предмету "Численные методы" / М.Ф. Абдукаримов, Р.Т. Баротов // Вестник педагогического университета. – 2018. –№3 (75). – С. 134-141.

УДК 371.3

АРЗЁБИИ ВОҚЕЪБИНОНАИ ДОНИШИ ДОНИШҶӮЁН ЗИМНИ БАРГУЗОРИИ КОРҲОИ САНҶИШӢ ДАР МИСОЛИ МАВЗУИ ҶОЙИВАЗКУНИҲО

Абдукаримов М.Ф.^{1}**, Юсуфзода К.Б.**^{2}

[1]д.и.ф.-м., дотсенти кафедраи математикаи ҳисоббарорӣ ва механикаи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

[2]докторанти PhD-и кафедраи математикаи ҳисоббарорӣ ва механикаи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

(ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон)

mahmadsalim_86@mail.ru

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур масъалаи ба таври шаффоф баҳо додан ба сатҳи дониши донишҷӯён зимни баргузории корҳои санҷишӣ омухта мешавад. Дар мисоли як кори санҷишӣ аз Комбинаторика андешаҳо ироа мегарданд. Ба сифати мавзуи муоинашаванда, мавзӯи “Ҷойивазкуниҳо” интихоб шудааст. Инчунин, дар мақола ба баъзе масъалаҳои дигари методикаи ташкилӣ ва баргузории корҳои санҷишӣ баррасӣ шудааст.*

Калимаҳои калидӣ: *арзёбӣ, корҳои санҷишӣ, ҷойивазкуниҳо, комбинаторика, алгоритм, барнома, забони барномасозии C++, тафаккури эҷодӣ.*

ОБЪЕКТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ ПЕРЕСТАНОВОК

Абдукаримов М.Ф., Юсуфзода К.Б.

Таджикский национальный университет

Аннотация. *В данной статье исследуется вопрос прозрачной оценки уровня знаний студентов в ходе контрольных работ. На примере одной контрольной работы по Комбинаторике сделаны полезные выводы. В качестве темы для рассмотрения выбрана тема «Перестановки». Также в статье рассматриваются некоторые другие вопросы методики организации и проведения контрольных работ.*

Ключевые слова: *оценивание, контрольные работы, перестановки, комбинаторика, алгоритм, программа, язык программирования C++, креативное мышление.*

OBJECTIVE EVALUATION OF STUDENTS' KNOWLEDGE DURING CONTROL WORKS ON THE EXAMPLE OF THE THEME OF PERMUTATIONS

Abdukarimov M.F., Yusufzoda K.B.

Tajik National University

Annotation. *This article explores the issue of transparent assessment of the students’ level of knowledge in the course of tests. On the example of one control work on Combinatorics, useful conclusions were drawn. The topic " Permutations " was chosen as the topic for consideration. The article also discusses some other issues of methods of organizing and conducting tests, creative thinking.*

Keywords: *assessment, tests, permutations, combinatorics, algorithm, program, C++ programming language, creative thinking.*

Масъалаи тайёр кардани кадрҳои баландихтисоси ба талаботи бозори меҳнат ҷавобгӯи соҳаи илмҳои дақиқ, хусусан соҳаи математика дар меҳвари сиёсати хирадмандонаи Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон қарор дорад.

Пӯшида нест, ки солҳои охир усулҳои математикӣ дар соҳаҳои гуногуни илмҳои табиатшиносӣ, иқтисодиёт ва ҷамъиятшиносӣ ба таври густурда мавриди истифода қарор доранд. Пас аз пайдо шудани тамғаҳои гуногуни компютерҳо ва коркарди забонҳои барномасозии компютерӣ татбиқи дастовардҳои математикиро дар ҳалли масъалаҳои амалӣ сари ҳар қадам мушоҳида менамоем.

Самаранокии сифати таълими фанни математика дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ яке аз масъалаҳои муҳим ба шумор меравад. Сатҳу сифати таълими ин фан ба бисёр омилҳое вобастагӣ дорад, ки арзёбии беғаразона ва воқеъбинонаи сатҳи дониши донишҷӯён яке аз асоситарини онҳо ба ҳисоб меравад.

Табиист, ки ба воя расидани кадрҳои баландихтисоси ин ё он соҳа ба таълими дурусти фанҳои тахассусӣ вобастагӣ дорад. Бинобар ин, коркарди методҳои гуногуни таълими ин ё он фан вазифаи асосии олимону мутахассисони соҳа ба ҳисоб меравад.

Ба масъалаи методикаи таълими фанни математика корҳои олимони зиёди хориҷию ватанӣ бахшида шудаанд [1-4]. Баъди он ки тамғаҳои гуногуни компютерҳо рӯйи кор омада, забонҳои мухталифи барномасозӣ коркард шуданд, акнун диққати мутахассисони соҳаро бештар татбиқи ин дастовардҳо дар ҷараёни таълими фанни математика ба худ ҷалб намуд. Дар ин самт низ корҳои намоёне аз тарафи олимону мутахассисони соҳа иҷро карда шудаанд [5-8]. Дар ҳамаи корҳои номбаршуда истифодаи имконҳои технологияи иттилоотӣ ва забонҳои барномасозӣ дар раванди таълими фанни математика мусбат арзёбӣ шудаанд.

Тавре медонем, дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ фанни математика ба шохаҳои зерин ҷудо шуда, ҳар як шоха дар алоҳидагӣ таълим дода мешавад: математикаи элементарӣ, алгебраи олӣ, таҳлили математикӣ, геометрияи аналитикӣ, муодилаҳои дифференсиалӣ, методҳои ададӣ, назарияи эҳтимолият ва ғайра. Барои таълими ҳар яке аз ин шохаҳои илми математика навъҳои гуногуни таълим, ба мисли лексия, машғулияти амалӣ ва машғулияти лабораторӣ пешбинӣ шудааст.

Тавре дар боло қайд кардем, яке аз омилҳои асосии раванди таълим, ки ба болоравии сифати азхудкунии дониш оварда мерасонад, ин ба таври шаффоф арзёбӣ кардани сатҳи дониши хонанда ва ё донишҷӯ маҳсуб меёбад [9-10]. Дар ин мақола дар мисоли мавзӯи «Ҷойивазкуниҳо» ба масъалаи мазкур дахл хоҳем кард.

Пеш аз машғул шудан ба масъалаи асосӣ қайд мекунем, ки мавзуи интихобшуда ба курси «Комбинаторика» мансуб мебошад. Комбинаторика як бахши математика мебошад, ки он ба ҳалли масъалаҳои вобаста ба интихоб ва ҷойгиркунии элементҳои ягон маҷмуъ (аксаран маҳдуд) мувофиқи қоидаҳои додашуда бахшида шудааст.

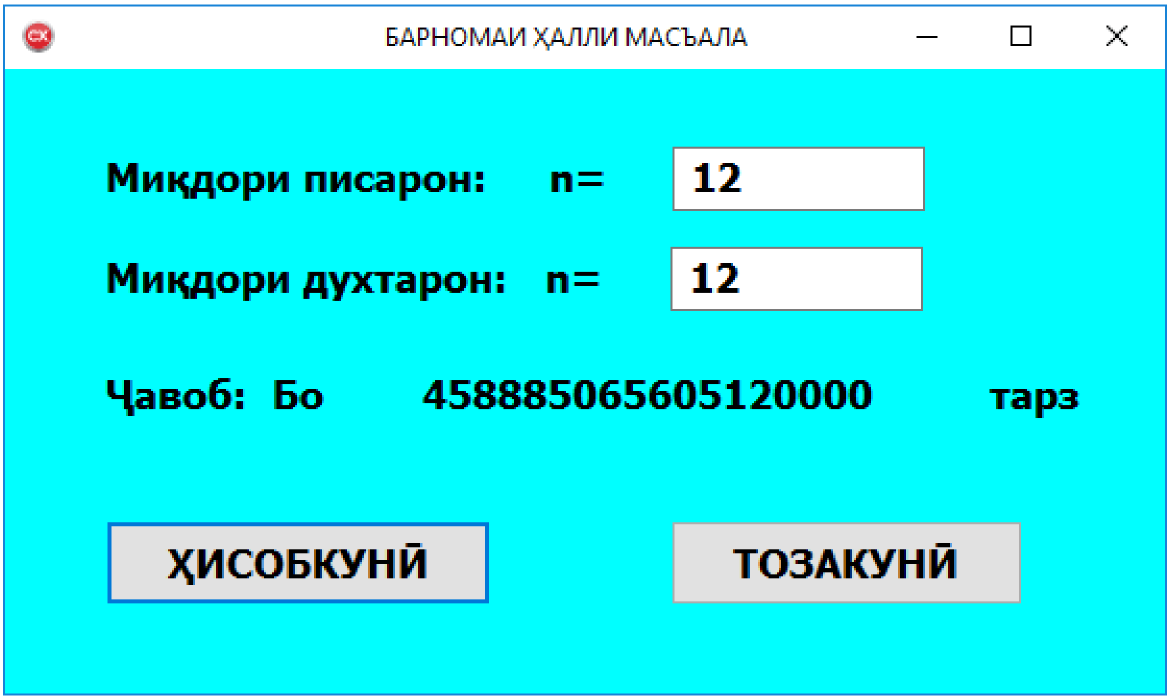
Аслан дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ Комбинаторика ҳамчун фанни асосӣ таълим дода намешавад. Он ҳамчун фанни интихобӣ ва ё курси махсус ба донишҷӯён омузонида мешавад. Инчунин, курси зикршуда ҳамчун як боби алоҳида ба таркиби баъзе фанҳо, аз қабили Назарияи эҳтимолият, Математикаи дискретӣ ва Математикаи олӣ, ки ба донишҷӯёни ғайриихтисосӣ таълим дода мешавад, шомил мебошад.

Аз ин хотир, дар ҷараёни таълим доир ба ин ё он мавзуи Комбинаторика ногузир ба мо лозим меояд, ки корҳои санҷишӣ ва ё мустақилонаро ба роҳ монем.

Акнун ба асли матлаб бармегардем. Масъалаи зеринро дар миён мегузорем.

Бо чанд тарз n писар ва n духтарро дар миз тавре шинонидан мумкин аст, то ки ду духтар ва ё ду писар дар бари ҳам набошанд?

Ҳалли пурраи ин масъала оварда мешавад. Сипас алгоритми ҳалли масъала дар ду шакл ва аз рӯйи он барномаи ҳалли масъала дар забони барномасозии C++ тартиб дода шудааст. Масалан, натиҷаи кори барномаро барои як ҳолат меорем:



Миқдори писарон: n= 12

Миқдори духтарон: n= 12

Ҷавоб: Бо 4588850656051200000 тарз

Пас аз овардан ва таҳлил кардани натиҷаҳои кори барномаи компютерӣ хулоса баровардан мумкин аст, ки барномаи овардашуда барои омӯзгор ҳамчун абзори муфид барои ташкил ва гузаронидани корҳои санҷишӣ метавонад хизмат кунад. Ғайр аз ин, омӯзгор метавонад барномаи мазкурро дар раванди дарсҳои амалӣ низ истифода барад. Масалан, ӯ супориш медиҳад, ки худи донишҷӯён барномаи ҳалли масъаларо дар ин ё он забони барномасозӣ тартиб диҳанд. Дар ин маврид ба донишҷӯён лозим меояд, ки дар аввал амсила ва алгоритми ҳалли масъаларо созанд, яъне ибтидо масъаларо аз нуқтаи назари математикӣ таҳлил намоянд. Ин раванд, аз як тараф, ба рушду инкишоф ёфтани тафаккури эҷодии донишҷӯён мусоидат мекунад, аз тарафи дигар, робитаи байнифанниро барқарор месозад. Воқеан, дар асри ҷорӣ бо забонҳои барномасозӣ алоқаманд кардани раванди таълими фанни математика ба нафъи кор мебошад. Мутахассиси имрӯза, хусусан дар соҳаи математика бояд аз дастовардҳои технологияҳои иттилоотӣ дар сатҳи зарурӣ бархурдор бошад.

Қайд кардан ба маврид аст, ки барои арзёбии дониши донишҷӯён вобаста ба мавзуи муоинашаванда, аз методи Пулот низ истифода кардан мумкин аст [8]. Оянда мо ба ин масъала машғул шуда, дар бораи бартарӣ ва норасоии ин метод нисбат ба методи анъанавӣ бо истифодаи забонҳои барномасозии компютерӣ сухан меронем.

Адабиёт

1. Демидов В. П. Методика преподавания математики: Учеб. пособие для студентов / В.П. Демидов, Г.И. Саранцев. – Саранск, 1976.–192 с.
2. Лемешко Н.Н. Система контроля результатов обучения математике / Н.Н. Лемешко, О.Л. Афанасьева // Ср. спец. образование. – 1988. – №12. – С. 30-34.
3. Нугмонов М. Теоретико-методологические основы методики обучения математике как науки / М. Нугмонов. – Душанбе, 2016. –290 с.
4. Шарифов Дж. Дидактические основы формирования навыков самостоятельной работы студентов в процессе обучения: дисс. на соиск. уч. ст. док. пед. наук / Дж. Шарифов. – Душанбе, 1997. – 320 с.
5. Александров Г. Н. Программированное обучение и информационно-коммуникационные технологии обучения / Г.Н. Александров // Информатика и образование. – 1993. – № 5. – С. 7-19.
6. Беспалько В. П. Дидактические основы программного управления процессом обучения. Автореф. кан. пед. наук / В.П. Беспалько – Москва, 1968. – 16 с.
7. Комилов Ф. С. Информационные технологии в высшем образовании Республики Таджикистан / Ф.С. Комилов, З.Ф. Рахмонов. – Душанбе: Ирфон, 2012. – 174 с.
8. Назаров А. П. Компьютерная программа для проверки письменных контрольных работ по математике / А.П. Назаров // Школьные технологии. – 2020. – №1. – С. 92-97.
9. Абдукаримов М. Ф. Таъмини арзёбии воқеъбинонаи дониши донишҷӯён ҳангоми гузаронидани корҳои лабораторӣ аз фанни методҳои ададӣ бо ёрии барномасозии компиютерӣ / М.Ф. Абдукаримов, Р.Т. Баротов // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. – 2017. – №1/3. –С.57-64.
10. Назаров А.П. Объективный контроль знаний учащихся при решении экономических задач в электронных таблицах с применением метода Пулат / А.П. Назаров // В сборнике: Дистанционное обучение в высшем образовании: опыт, проблемы и перспективы развития. Материалы XV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Санкт-Петербург, 2022. – С. 43-47.

УДК 517.95

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ НЕКЛАССИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ НА ПЛОСКОСТИ

Абдулвохиди О.[1], Зокиров Ш.Р.[2]
[1]к.ф.-м.н., зав. кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава
[2]ассистент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава
(г. Бохтар, Республика Таджикистан)
vohid161090@mail.ru

Аннотация. *В работе с помощью обобщенной эллиптической функции $\wp(u)$ получено двоякопериодическое решение для уравнения вида (1).*

Ключевые слова: *эллиптическая функции, $\wp$ −функция Вейерштрасса, двоякопериодические решение, мероморфная функция.*

SOLUTION OF ONE NON-CLASSICAL NONLINEAR SYSTEM OF EQUATIONS OF THE THIRD ORDER WITH CONSTANT COEFFICIENTS ON THE PLANE

Abdulvohidi O., Zokirov Sh.R.
Bokhtar State University after Nosiri Khusrav

Annotation. *In this paper, using a generalized elliptic function $\wp(u)$, a two-periodic solution for an equation of the form (1) is obtained.*

Keywords: *elliptic functions, $\wp$-Weierstrass function, two-periodic solution, meromorphic function.*

На комплексной плоскости $\mathbb{C}$ рассмотрим нелинейное уравнение третьего порядка, записанную в комплексной форме вида [1]

$$w_{\bar{z}\bar{z}z} + a_1 w_{\bar{z}\bar{z}} + a_2 w_{\bar{z}} + a_3 w w_z + a_4 w^2 + a_5 w + e = 0 \qquad (1)$$

где $w = u + i\vartheta,\ 2\partial_{\bar{z}} = \partial_x + i\partial_y -$ дифференциальный оператор Коши – Римана, $w_{\bar{z}\bar{z}}$ −диффенциальные оператор Бицадзе, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, e -$ некоторые постоянные.

Задачи нахождения двоякопериодических решений нелинейных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами посвящены работы [1-4].

Находим решение уравнения (1) с помощью обобщенной эллиптической функции Вейерштрасса, определенные на плоскости некоторого квазипериодического гомеоморфизма уравнения Бельтрами [4]

$$\varphi_{\bar{z}} - q\varphi_z = 0,\ \ q = const, |q| \neq 1,$$

где $\varphi(z)$ −удовлетворяет условиям

$$\varphi(0) = 0, \varphi(z + h_j) = \varphi(z) + \omega_j, \qquad j = 1,2, \qquad Im\left(\frac{h_2}{h_1}\right) \neq 0, Im\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \neq 0.$$

Известно, что эллиптическая функция Вейерштрасса [2], $\wp(u)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\wp'^2(u) = 4\wp^3(u) - g_2\wp(u) - g_3, \qquad (2)$$

где инварианты g_2, g_3 удовлетворяют условию

$$g_2^3 - 27g_3^2 \neq 0.$$

Функция $\wp(u)$ с этими инвариантами при $g_2 = 0, g_3 \neq 0$ имеет периоды [2]

$$\omega_1^6 = \frac{140}{g_3}\sum{}'(m_1 + m_2\rho)^{-6},\ \omega_1 = \omega_2\rho,\ \ \rho = exp\left[\frac{2\pi i}{3}\right]. \tag{3}$$

Если $\wp(u) -$ функции Вейерштрасса, построена на периодах ω_1, ω_2 $Im\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \neq 0,$ то функция

$$\varphi(z) = \wp(z + q\bar{z}), \qquad |q| \neq 1,$$

имеет периоды $h_1 + q\bar{h}_1 = \omega_1,\ h_2 + q\bar{h}_2 = \ \omega_2.$

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$w(z) = A\wp(z + q\bar{z}) + B, \tag{4}$$

где A, B, q —неизветные постоянние. При $g_2 = 0, g_3 \neq 0,$ подставляя (4) в (1) постоянные $A, B, q,$ подберем таким образом, чтобы $w(z)$ удовлетворяла уравнению (1).

Справедливо, следующая

Теорема. *Пусть коэффициенты уравнения (1) связанны между собой соотношениям*

$$|a_1a_3| = 2|a_4|, \qquad 2|a_4|e = a_5^2$$

и выполнены условия $g_2 = 0, g_3 \neq 0.$ *Тогда, если постоянные числа* A, B, q *вычислены формулами*

$$A = -\frac{12}{a_3}\left(\frac{a_3a_5}{2a_2a_4}\right)^2,\ \ B = -\frac{a_5}{2a_4},\ \ q = \frac{a_3a_5}{2a_2a_4}, |a_2a_4| \neq 0, a_3\ \neq 0,$$

то функция (4) является решение уравнения (1) с периодами

$$h_1 = \frac{\omega_1 - \bar{\omega}_1}{1 - |q|^2},\ \ h_2 = \frac{\omega_2 - \bar{\omega}_2}{1 - |q|^2}\ .$$

Литература

1. Пробов А.В. Точные решения бегущей волны нелинейного эволюционного уравнения поверхности в конвективной жидкости [Текст] / Пробов А.В. // Дж. Физ. А: Математическое поколение 26 (1993) L797-L800. Напечатано в Великобритании. – 2 с.
2. Курант Р. Гурвиц. Теория функций М. – 1968, – 648 с.
3. Сафаров Д.С., Ганиев М. Ш. Точное решение одной нелинейной систем уравнений с частными производные третьего порядка на плоскости [Текст] / Сафаров Д.С., Ганиев М. Ш. // Межд. научно – практической конф. «Актуальные проблемы преподавания математики и естественных наук в кредитной системе обучения», ш., Бохтар-2018. – С. 30-35.
4. Сафаров Д.С. Двоякопериодические обобщённые аналитические функции и их приложение. – Душанбе: «Дониш», – 2012. – 190 с.

УДК 517.91

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БИФУРКАЦИИ АНДРОНОВА–ХОПФА

Азизов Р.Э.[1], Нуров И.Дж.[2]
[1]к.ф.-м.н., и.о. доцента кафедры МЭ, Международный университет туризма и предпринимательства Таджикистана
[2]д.ф.-м.н., профессор кафедры ИКТ, Таджикский национальный университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
rahmatjon_a@mail.ru, nid1@mail.ru

Аннотация. *В работе исследуется численное исследование бифуркации Андронова–Хопфа. Используются методы функционализации параметров и Ньютона–Канторовича.*
Ключевые слова: *Бифуркация, нелинейность, итерационная процедура.*

NUMERICAL STUDY OF THE ANDRONOV-HOPF BIFURCATION

Azizov R.E, Nurov I.J.
International university of Tourism and Entrepreneurship of Tajikistan
Tajik National University

Annotation. *The paper investigates a numerical study of the Andronov-Hopf bifurcation. The methods of functionalization of parameters and Newton-Kantorovich are used.*
Keywords: *Bifurcation, non-linearity, iterative procedure.*

Динамика многих систем управления, механических, физических систем и др. описывается уравнением

$$L\left(\frac{d}{dt},\lambda\right)x = M\left(\frac{d}{dt},\lambda\right)f(x;\ \lambda) \tag{1}$$

где

$$L(p,\lambda) = p^n + \ a_1(\lambda)p^{n-1} + \ a_2(\lambda)p^{n-2} + \ ....+a_n(\ \lambda), \tag{2}$$

$$M(p,\lambda) = b_0(\lambda)\, p^m + \ b_1(\lambda)p^{m-1} + \ b_2(\lambda)p^{m-2} + \ ....+b_m(\ \lambda), \tag{3}$$

Причем $n > m$: $\lambda -$ скалярный параметр. Пусть характеристика $f(x;\ \lambda)$ нелинейного звена системы (1) представима в виде

$$f(x;\ \lambda) = \mathrm{c}(\ \lambda)x + \varphi(x,\lambda) \tag{4}$$

Причем равномерно по λ выполнено условие $|\varphi(x,\lambda)| = o(|x|)$.

При указанных предположениях уравнение (1) при всех значениях параметра λ имеет нулевое решение. Изменение параметра λ может вызвать потерю устойчивости этого стационарного решения и, как следствие, вызвать возникновение ненулевых периодических колебаний малой амплитуды. Такое явление обычно называют бифуркацией Андронова–Хопфа [1].

Одной из важных является проблема приближенного исследования такой бифуркации.

Определение. Говорят [1], что значение λ_0 параметра λ является точкой бифуркации уравнения (1) в задаче о T_0 –периодических решениях, если существуют $\lambda_q \rightarrow \lambda_0$ и $T_q \rightarrow T_0$ такие, что при $\lambda = \lambda_q$ уравнение (1) имеет ненулевое $\mathrm{T}_q -$ периодическое решение $x = x_q(t)$.

Причем $\max\left|x_q(t)\right| \rightarrow 0,\ \ q \rightarrow \ \infty.$

Ниже основную роль будут играть числа

$$R_k = c(\lambda_0)W\left(\frac{2\pi\; k\; i}{T_0}\;;\;\lambda_0\right) - 1, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \qquad (5)$$

где

$$W(p,\lambda) = \frac{M(p,\lambda)}{L(p,\lambda)} \qquad (6)$$

передаточная функция линейного звена системы (1). Основными будут следующие условия:

$$R_1 = 0, \qquad (7)$$

$$R_k \neq 0, \; (k = 0, \pm 2, \cdots) \qquad (8)$$

Условия (7) и (8), как правило означают, что значение λ_0 параметра λ является точкой бифуркации уравнения (1) в задаче о T_0 –периодических решениях.

Введем в рассмотрение оператор периодической задачи $\Pi(\mathrm{T},\lambda)$, представимой в виде

$$\Pi(\mathrm{T},\lambda)u(t) = \int_0^T G(t-s;T;\;\lambda)u(s)ds \qquad (9)$$

$G(t,T,\lambda)$ – импульсно–частотная характеристика линейного звена.

В дальнейшем в наших построениях основным будет уравнение

$$y(t) = c(\lambda)\Pi(\mathrm{T},\lambda)y(t) + \Pi(\mathrm{T},\lambda)\varphi[y(t),\lambda] \qquad (10)$$

Лемма 1. Пусть y(t) – решение уравнения (10). Тогда функция $x(t) = y\left({}^{t}/_{T}\right)$ является *–периодическим решением уравнения (1). Если же* $x(t)$ – *это* T *–периодическое решение уравнения (1), то функция* $y(t) \equiv x(t\,T)$ *является решением уравнения (10).*

Далее, уравнение (10) можно записать в виде

$$y = B(T,\lambda)y + b(T,\;\lambda,y) \qquad (11)$$

где

$$B(T,\lambda)y = \mathrm{c}(\lambda)\Pi(\mathrm{T},\lambda)y \qquad (12)$$

$$b(T,\lambda,y) = \Pi(\mathrm{T},\lambda)\varphi[y(t),\lambda] \qquad (13)$$

Уравнение (10) содержит параметры λ и T.

С целью перехода к уравнению без параметров используем метод функционализации параметра. Для этого, учитывая, что нас интересует только близкие к λ_0 и T_0 значения λ и T, построим для q>0 функционалы в следующем виде

$$\lambda_q(y) = \lambda_0 + q^{-1}(\,f_1(y) - q) \; (14)$$

$$\mathrm{T}_q(y) = \mathrm{T}_0 + q^{-1}\,f_2(y) \; (15)$$

где

$$f_1(y) = 2\int_0^1 \sin 2\,\pi\,\tau\,y(\tau)d\tau\,, \qquad f_2(y) = 2\int_0^1 \mathrm{cosin}\,2\,\pi\,\tau\,y(\tau)d\tau.$$

Подставляя $\lambda_\mathrm{q}(\mathrm{y})$ и $\mathrm{T}_\mathrm{q}(\mathrm{y})$ в уравнение (11) получим

$$G_q(y) + W_q(y) = 0 \; (16)$$

где

$$G_q(y) = B(\mathrm{T}_q(y),\;\lambda_q(y))y - y, \qquad W_q(y) = b(\,\mathrm{T}_q(y),\;\lambda_q(y),y)$$

Следует отметить, что уравнение (16) будет основным в дальнейших построениях. Нами установлено, что при малых $q > 0$ решения $y_q(t)$ уравнения (16) можно строить по методу Ньютона:

$$y_{n+1}(t) = y_n(t) - [G_q'(y_0(t))]^{-1}[G_q(y_n) + W_q(y_n)], n = 0, 1,2,$$

где $y_0(t) = q \sin 2 \pi t$, G_q' –производная Фреше.

Литература

1. Красносельский М.А. О рождении автоколебаний из состояния равновесия. // АиТ, 1973. №1. С. 182–184.
2. Юмагулов М.Г. Метод функционализации параметра в задаче приближенного расчета малых автоколебательных режимов. // АиТ, 1988. №10. С. 76–84.

УДК 531.01, 519.63

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ

Артамонова Н.Б.[1], Шешенин С.В.[2]

[1]к.ф.-м.н., к.г.-м.н., доцент кафедры инженерной и экологической геологии, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

[2]д.ф.-м.н., профессор кафедры теории пластичности, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

(г. Москва, Российская Федерация)

artamonovanb@mail.ru

Аннотация. *В работе сформулирована, математически исследована и численно реализована достаточно общая формулировка задачи совместного деформирования пористой твердой среды с протекающей через поры жидкостью в рамках физической и геометрической нелинейности. Постановка задачи выведена в скоростях перемещений твердой фазы и изменения давления воды в дифференциальном и вариационном виде. Показана применимость метода Удзавы в качестве основной части метода решения нелинейных задач консолидации. Постановка численно реализована методом конечных элементов в виде собственной компьютерной программы на языке Фортран. Сходимость итерационного процесса изучена теоретически. Были проведены вычислительные эксперименты решения линейной задачи для подтверждения теоретической скорости сходимости итерационного процесса.*

Ключевые слова: *связанная нелинейная задача консолидации, седловая система, конечно-элементное моделирование, итерационный решатель, метод Удзавы, сходимость итерационного процесса.*

MATHEMATICAL INVESTIGATION OF THE LINEARIZED CONSOLIDATION PROBLEM

Artamonova N.B., Sheshenin S.V.
Lomonosov Moscow State University

Annotation. *In the article a rather general formulation of the problem of joint deformation of a porous solid medium with a fluid flowing through the pores is formulated, mathematically investigated, and numerically implemented within the framework of physical and geometric nonlinearity. The statement of the problem is derived in terms of the rates of movement of the solid phase and changes in water pressure in differential and variational form. The applicability of the Uzawa method as the main part for solving nonlinear consolidation problems is shown. The statement is numerically implemented by the finite element method in the form of a proprietary computer program in the Fortran language. The convergence of the iterative process has been studied theoretically. Computational experiments were carried out to solve a linear problem to confirm the theoretical rate of convergence of the iterative process.*

Keywords: *coupled nonlinear problem of consolidation, saddle system, finite element modeling, iterative solver, Uzawa method, convergence of the iterative process.*

Введение

Задачи совместного деформирования грунта и движения жидкости (задачи консолидации) обычно решаются в связанной постановке. Численное решение связанных уравнений трехмерной консолидации по-прежнему является сложной задачей. В итерационном процессе типа метода Удзавы [1] уравнение равновесия и уравнение фильтрации связываются последовательно. При использовании итерационно связанной схемы может быть медленной сходимость итерационного процесса, зависящая от механических свойств жидкости и грунта.

В данной статье представлено теоретическое исследование устойчивости решения седловой задачи консолидации в линеаризованном случае, подтвержденное вычислительными экспериментами.

Решение нелинейной связанной задачи консолидации актуально и имеет практическое применение, например, при моделировании деформирования дорожного полотна, при расчете неравномерной осадки инженерных сооружений или при моделировании гиперупругого деформирования биологического материала, насыщенного кровью или плазмой. Представляется актуальным исследование устойчивости решения седловой задачи консолидации теоретически в линейном и нелинейном вариантах.

Постановка задачи, численное решение и исследование сходимости

Линеаризованная постановка задачи консолидации включает три уравнения – равновесия, фильтрации и изменения пористости [2]:

$$\begin{cases} \nabla\cdot\left(\mathrm{C}^{d}(\mathrm{u}):\nabla\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}\right)+\nabla\cdot\left(\boldsymbol{\sigma}^{eff}(\mathrm{u})\cdot\nabla\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}\right)-\alpha(n)\nabla\dfrac{\partial p}{\partial t}+\rho(p)\dfrac{\partial\mathbf{f}}{\partial t}=0 \\ n(\mathrm{u})\nabla\cdot\left(\dfrac{k(n)}{n(\mathrm{u})\mu_{f}}\nabla p\right)=\nabla\cdot\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+n(\mathrm{u})\beta_{f}\dfrac{\partial p}{\partial t} \\ \dfrac{\partial n}{\partial t}=(1-n)\nabla\cdot\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} \end{cases} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\sigma}^{eff}$ – эффективные напряжения, $\mathbf{u}$ – вектор средних перемещений в твердой фазе материала, $\alpha=\alpha(n)$ – коэффициент Био, p – среднее давление в жидкости, ρ – средняя плотность водонасыщенной среды, $\mathbf{f}$ – вектор массовой силы, $n=n(\mathbf{u})$ – пористость, $k=k(n)$ – коэффициент проницаемости, $\mu_f=\mathtt{const}$ – динамическая вязкость жидкости, $\beta_f=\mathtt{const}$ – сжимаемость жидкости, C^{d} – тензор касательных модулей, t – время.

Согласно идее метода Удзавы [1], $\partial\mathbf{u}/\partial t$ можно выразить как решение первого уравнения в (1) с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}=\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{F}-\alpha\nabla\frac{\partial p}{\partial t}\right),\quad \mathbf{F}=\rho\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial t}, \tag{2}$$

где $\mathbf{A}$ означает оператор этой краевой задачи в соответствующем функциональном пространстве. В результате подстановки (2) в два последних уравнения (1) получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial n}{\partial t}=(1-n)\nabla\cdot\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{F}-\alpha\nabla\dfrac{\partial p}{\partial t}\right) \\ n(\mathrm{u})\nabla\cdot\left(\dfrac{k(n)}{n(\mathrm{u})\mu_{f}}\nabla p\right)=\nabla\cdot\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{F}-\alpha\nabla\dfrac{\partial p}{\partial t}\right)+n(\mathrm{u})\beta_{f}\dfrac{\partial p}{\partial t} \end{cases} \tag{3}$$

Система (3) включает два связанных квазилинейных нестационарных уравнения. Существование решения системы (3) основано на том, что $\nabla\cdot\mathbf{A}^{-1}\nabla$ – положительно определенный симметричный оператор, спектрально эквивалентный тождественному оператору.

Предлагаемый алгоритм решения системы (1) заключается в решении на каждом временном шаге внутренней седловой системы, состоящей из первых двух уравнений (1) с использованием алгоритма типа Удзавы и последующем уточнении последнего уравнения с использованием неявной схемы Эйлера.

Для решения задачи методом конечных элементов была получена вариационная постановка системы (1) и выполнена дискретизация по времени и по пространственным координатам. Дискретизация линеаризованного вариационного уравнения равновесия и уравнения фильтрации из (1) по пространственным координатам осуществлялась с помощью метода конечных элементов (МКЭ), что означает $H_u\to H_u^N$ и $H_p\to H_p^N$, где H_u^N и H_p^N – N-мерные подпространства, т.е. $H_u^N\in H_u$ и $H_p^N\in H_p$. Дискретизация по времени выполнялась с помощью разностных производных назад. В результате мы приходим к полностью дискретизированным вариационным уравнениям, которые должны выполняться для любых пробных функций $\mathbf{w}^N(\xi,t) \in H_u^N$ и $q^N(\xi,t) \in H_p^N$:

$$\begin{cases} \int\limits_V \left(\nabla \mathbf{w}^N : \mathbf{C}^d\left(\mathrm{u}^N\right) : \nabla \Delta \mathbf{u}^N\right) \mathrm{d}V + \int\limits_V \boldsymbol{\sigma}^{eff}\left(\mathbf{u}^N\right) : \left[\left(\nabla \mathbf{w}^N\right)^{\mathrm{T}} \cdot \nabla \Delta \mathbf{u}^N\right] \mathrm{d}V - \\ -\int\limits_V \alpha\, \Delta p^N\, \nabla \cdot \mathbf{w}^N\, \mathrm{d}V - \int\limits_V \rho \Delta \mathbf{f} \cdot \mathbf{w}^N\, \mathrm{d}V - \int\limits_{\Sigma_2} \Delta\, \mathbf{S} \cdot \mathbf{w}^N\, \mathrm{d}\Sigma = 0 \\ \int\limits_V \nabla q^N \cdot \frac{k}{\mu_f} \nabla p^N\, \mathrm{d}V + \int\limits_V q^N \nabla n \cdot \frac{k}{n\mu_f} \nabla p^N\, \mathrm{d}V + \int\limits_V q^N \nabla \cdot \frac{\Delta \mathbf{u}}{\Delta t}^N\, \mathrm{d}V + \\ +\int\limits_V q^N n \beta_f \frac{\Delta p}{\Delta t}^N\, \mathrm{d}V = 0 \end{cases} \tag{4}$$

Здесь $\tau = \Delta t$ означает шаг по времени. Запишем систему (4) в блочной форме на каждом временном шаге, используя глобальный вектор неизвестных U и P:

$$\begin{bmatrix} A & D \\ B & -\tau C \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ G \end{Bmatrix} \tag{5}$$

В терминах блочной матрицы (5) идея метода Удзавы для седловой задачи состоит в том, чтобы выразить $U = A^{-1}\left(F - B^T P\right)$ из первого уравнения (5) и подставить во второе уравнение (5). Тогда мы получаем:

$$\left(\frac{1}{\tau} B A^{-1} B^T + C\right) P = \frac{1}{\tau} B A^{-1} F - \frac{1}{\tau} G = F^*. \tag{6}$$

Уравнение (6) может быть решено различными итерационными методами. Обозначим оператор Шура:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\tau} B A^{-1} B^T + C. \tag{7}$$

Общий двухслойный итерационный метод имеет вид:

$$\mathrm{B} \frac{P^{s+1} - P^s}{\tau^{s+1}} + \mathbf{S} P^s = F^*. \tag{8}$$

Скорость сходимости процесса (8) зависит от выбора предобуславливателя B. Для того чтобы скорость итерационного процесса была высокой, предобуславливатель B следует выбрать в таком виде, чтобы он был спектрально эквивалентен оператору $\mathbf{S}$ (7). Спектральная эквивалентность означает выполнение следующих неравенств:

$$0 < \gamma_1 \mathrm{B} \le \mathbf{S} \le \gamma_2\, \mathrm{B}. \tag{9}$$

с независимыми от сетки границами γ_1, γ_2. Оказалось, что спектральную эквивалентность (9) обеспечивает выбор предобуславливателя B в виде

$$\mathrm{B} = \frac{\kappa}{\tau} E + C, \tag{10}$$

где κ – итерационный параметр. В таком случае γ_1 и γ_2 имеют вид:

$$\gamma_1 = \min\left\{m/\left(\kappa c_2\right), 1\right\}, \quad \gamma_2 = \max\left\{1/\left(\kappa c_1\right), 1\right\}.. \tag{11}$$

Важно подчеркнуть, что скорость сходимости любого итерационного процесса определяется соотношением γ_1/γ_2. Тогда из (11) следует, что скорость не зависит от шага τ по времени и коэффициента проницаемости k.

Предложенная модель была реализована в собственном программном коде.

Вычислительные эксперименты

Проанализируем результаты вычислительных экспериментов решения линейной задачи, выполненных для подтверждения приведенной выше теоретической зависимости скорости сходимости и для оценки предложенного предобуславливателя B (10). Решалась задача о вдавливании штампа. Были выбраны параметры сетки: A1 – 11x11x11, A2 – 21x21x21, A3 – 31x31x31, A4 – 41x41x41. Точность, определяющая сходимость итераций, равна $\varepsilon = 0.00001$.

Таблица 1

$\kappa = 0.5,\ \tau = 0.5,\ \nu = 0.4,\ K = 1$					
КЭ сетки \ k	100	10	1	0.1	0.01
A1	9	9	9	11	нет сходимости
A2			9	10	
A3			13	14	
A4		9	16	16	

В табл. 1 приведено достаточное для достижения точности ε число итераций при итерационном параметре $\kappa = 0.5$ для разных значений коэффициента проницаемости k и разных КЭ сеток для шага дискретизации по времени $\tau = 0.5$, коэффициента Пуассона $\nu = 0.4$, объемного модуля $K = 1$ (все параметры – безразмерные величины). При $k < 0.1$ сходимость нарушается (табл. 1). Для $k \geq 0.1$ скорость сходимости почти не зависит от k. Нарушение сходимости при малых k может быть вызвано влиянием ошибок округления при решении линейных систем прямым методом. Таким образом, в целом подтверждается теоретический вывод, что сходимость не зависит от коэффициента проницаемости k. В табл. 1 также видно, что сходимость слабо зависит от шагов сетки по координатам. Таблица 2 демонстрирует, что скорость сходимости не зависит от шага по времени τ: число итераций, достаточное для достижения точности ε, почти одинаковое для различных значений τ.

Таблица 2

КЭ сетка A1, $\kappa = 0.5,\ k = 0.1,\ \nu = 0.4,\ K = 1$			
τ	0.5	5	50
Число итераций	9	9	8

Таблица 3

КЭ сетка A1, $\kappa = 0.5,\ \tau = 0.5,\ k = 0.1,\ \nu = 0.4$			
K	1	10	100
Число итераций	11	45	>100

В табл. 3 показана зависимость скорости сходимости от объемного модуля K. Ясно видно, что с ростом объемного модуля K сходимость ухудшается. Таблица 4 показывает сильную зависимость скорости сходимости от коэффициента Пуассона ν .

Таблица 4

КЭ сетка А1, $\kappa = 0.5$, $\tau = 0.5$, $k = 0.1$, $K = 1$			
ν	0.4	0.35	0.32
Число итераций	9	25	>100

Заключение

В работе представлена нелинейная связанная формулировка задачи консолидации в скоростях. Для численного решения использовалась линеаризованная вариационная постановка. Связывание уравнений деформирования скелета грунта и фильтрации жидкости осуществляется методом Удзавы. Постановка численно реализована в виде собственной компьютерной программы. Теоретически исследована зависимость скорости сходимости итерационного процесса от различных параметров. Вычислительные эксперименты подтвердили теоретические результаты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. Быченков Ю.В., Чижонков Е.В. Итерационные методы решения седловых задач. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 349 с.
2. Artamonova N.B., Sheshenin S.V. Finite element implementation of a geometrically and physically non-linear consolidation model // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2022. – P. 1-18.

УДК 519.6

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ С ТРЕМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ

Ашуров М.[1], Ашуров Х.М.[2]

[1]*к.ф.-м.н., доцент кафедры вычислительной математики и механики,*
Таджикский национальный университет
[2]*к.э.н., доцент кафедры информационно-коммуникационной технологии,*
Таджикский национальный университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

Аннотация. *В тезисе рассматривается решение система двух уравнений с тремя неизвестными для разных значений чисел a, b и n правой части уравнений системы. Для* *нахождения решения системы после складывания уравнений приравнивается, множителей левой части результата соответственно множителям значений чисел правой части.*

Ключевые слова: *Система двух уравнений с тремя неизвестнимы, различные значения чисел a, b и n, числовые множители.*

THE SOLUTION OF TWO EQUATIONS SYSTEM WITH THREE UNKNOWNS

Ashurov M., Ashurov Kh.M.
Tajik National University

Annotation. *The thesis considers the solution of a system of two equations with three unknowns for different values of the numbers a, b and n of the right side of the equations of the system. To find an a solution to the system, after adding the equations, the multipliers of the left part of the result are equated, respectively, to the multipliers of the values of the numbers of the right part.*

Keyword: *A system of two equations with three unknowns, different values of numbers a, b and n, numerical multipliers.*

Пусть система двух уравнений с тремя неизвестными имеет следующий вид:

$$\begin{cases} xy + z = a \cdot n \\ x + yz = b \cdot n \end{cases} \qquad (1)$$

где, x, y, z – неизвестные переменные, а a, b и n произвольные постоянные числа, $\alpha + b \neq 2$. Складывая уравнения системы, и преобразуя имеем

$$\begin{cases} xy + z = a \cdot n \\ x + yz = b \cdot n \end{cases} => (y + 1)(x + z) = (a + b) \cdot n.$$

Первую множитель левой части уравнения, приравнивая первому множителю правой части и второй множитель левой части приравнивая числу n, получим систему двух уравнений

$$\begin{cases} y + 1 \ = a + b \\ \ x + z = n \end{cases} \text{откуда имеем} \begin{cases} y = a + b - 1 \\ \ x = n - z \end{cases}$$

Подставляя выражения y и x в системе (1) получим

$$x = \frac{(1-a)\cdot n}{2-a-b}; \ \ y = a + b - 1; \ \ z = \frac{n(1-b)}{2-a-b} \qquad (2)$$

где $\alpha + b \neq 2$

Пример.

1) Расмотрим систему (1) при n=1, $a = 94$ $и$ $b = 95$

$$\begin{cases} xy + z = 94 \\ x + yz = 95 \end{cases} \qquad (3)$$

Подставляя эти значения в формуле (2) получим:

$$x = \frac{1-94}{2-94-95} = \frac{93}{187};$$

$$y = 94 + 95 - 1 = 188;$$

$$z = \frac{1-95}{2-94-95} = \frac{94}{187}.$$

Подставляя найденные значения в (3) имеем:

$$\frac{93}{187} \cdot 188 + \frac{94}{187} = 94$$

$$\frac{93}{187} + 188 \cdot \frac{94}{187} = 95$$

Аналогично, можно используя формулу (2) решат другие примеры, подобные (3).

2) Предположим, что n=2, $a = 24\ \ и\, b = 27$

Тогда $x = \frac{46}{49};\ \ y = 50;\ \ z = \frac{52}{49}$.

Проверка

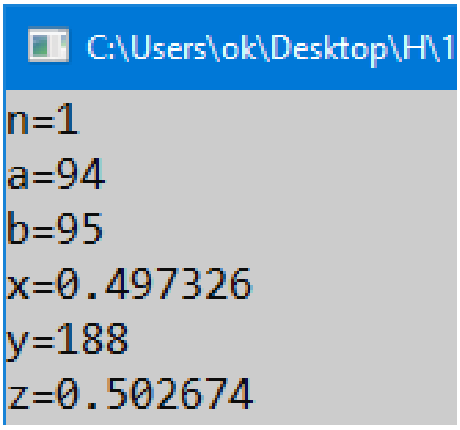
$$\frac{46}{49} \cdot 50 + \frac{52}{49} = 48$$
$$\frac{46}{49} + 50 \cdot \frac{52}{49} = 54$$

Таким образом, используя формулу (2) мы можем находит значения неизвестных систем (1) при любых значениях α, b и n.

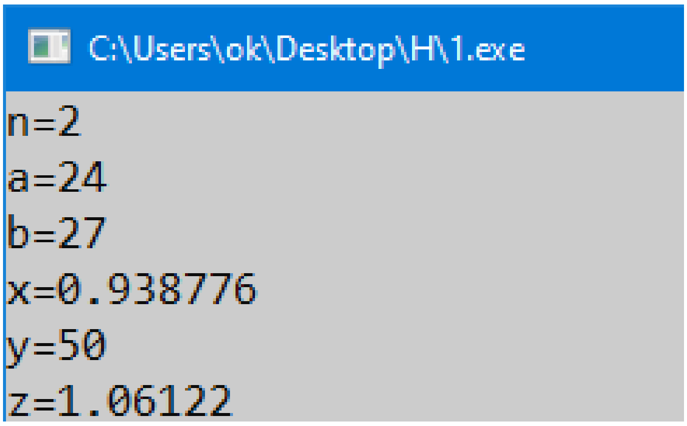
Таким образом, используя формулу (2) мы можем находит значения неизвестных систем x, y и z при любых значениях α, b и n в случае когда $\alpha + b \neq 2$. Составляя программу для решения системы уравнений (1) на основание формулы (2) можно составить таблицу значений решения x, y и z при разных значениях α, b и n.

Код программы

```
#include<iostream>
#include<stdio.h>
using namespace std;
int main ()
{
  int n,a,b;
  double a_d, b_d, x,y,z;
  cout<<"n="; cin>>n;
  cout<<"a="; cin>>a;
  cout<<"b="; cin>>b;
  a_d=(double)a;
  b_d=(double)b;
  x=((1-a_d)*n)/(2-a_d-b_d);
  y=a_d+b_d-1;
  z=n*(1-b_d)/(2-a_d-b_d);
  cout<<"x="<<x<<endl;
  cout<<"y="<<y<<endl;
  cout<<"z="<<z;
  return 0;
}
```



```
n=1
a=94
b=95
x=0.497326
y=188
z=0.502674
```



```
n=2
a=24
b=27
x=0.938776
y=50
z=1.06122
```

Литература

1. Л.А. Беклемишева, А.Ю.Петрович, И.А. Чубаров “Сборник задач по аналитической геометрий.” Москва “Наука” 1987.
2. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике Алгебра. Москва “Наука” 1987.

УДК 378.164

МУЛЬТИМЕДИЙНЫЕ РЕСУРСЫ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Баротов Д.А.
к.п.н., ст. преподаватель кафедры информационные технологии в АПК,
Таджикский аграрный университет имени Ш. Шотемур
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
dilshod.barotov.81@bk.ru

Аннотация. *Образовательные мультимедийные ресурсы включаются в образовательный процесс как «вспомогательное» средство. В данном случае информационные ресурсы как средство усиления учебного процесса, персонализации обучения и частичной автоматизации обычной работы преподавателя, связанной с интеграцией, контролем и оценкой знаний студентов.*

Ключевые слова: *Мультимедиа, мультимедиа-ресурсы, технологи, ресурсы, системы управления базами данных.*

MULTIMEDIA RESOURCES IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Barotov D.A.
Tajik Agrarian University after Sh. Shotemur

Annotation. *Educational multimedia resources are included in the educational process as an "auxiliary" tool. In this case, information resources as a means of enhancing the educational process, personalizing learning and partially automating the usual work of a teacher related to the integration, control and assessment of students' knowledge.*

Keywords: *Multimedia, multimedia resources, technologies, resources, database management systems.*

В статье рассматриваются кардинальные изменения, происходящие во всех сферах жизни общества в связи с внедрением информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), которые предоставляют широкие возможности не только для развития и поддержки персональной информации, но система образования ставит перед ними новые задачи [1]. В целом эти задачи направлены на формирование подготовки человека к жизни и профессиональной деятельности в информационном обществе. Таким образом, современная социальная система требует совершенствования профессиональной подготовки специалистов, владеющих информационно-коммуникационными технологиями, в том числе мультимедийными технологиями.

Использование мультимедийных средств для контроля знаний. Такие инструменты можно использовать как для проверки промежуточных знаний (в рамках изучения темы курса по основам баз данных), так и для проверки итоговых знаний (после изучения раздела или курса). Как правило, студенты положительно относятся к компьютерным тестам, проблем с необъективным (официальным) выставлением оценок при определении результатов не возникает. В зависимости от уровня сложности, количества вопросов и других параметров такие тесты можно использовать на любом этапе изучения предмета.

Студенты могут столкнуться с некоторыми проблемами из-за отсутствия опыта работы с бланком контрольного теста. Проверкой студентов является не только знание определенного учебного материала, но и умение с ним работать, т.е. разбираться в особенностях выполнения тестовых заданий. Для этого на уроках используются интерактивные тесты. Интернет также используется для решения тестов онлайн.

Работа с интерактивными тестами, организуемыми на уроках и во внеурочное время, составляют основные информационные компетенции студентов, а для многих являются наиболее важными сегодня и необходимыми в будущем.

Авторы статьи внедрили мультимедийные ресурсы, представив их как сложный процесс, приводящий к изменению содержания образования, пересмотру методов и форм организации учебного процесса, построению целостных курсов на основе использования содержания информационных источников в отдельные предметы.

Важно отметить, что в большинстве высших учебных заведений Республики Таджикистан преподаватели и студенты не являются разработчиками мультимедийных ресурсов, используемых в образовании. Часто в качестве пользователей таких инструментов выступают преподаватели и студенты. Однако практика показывает, что растущее из года в год количество учителей не может избежать разработки простых и электронных средств обучения. С этой точки зрения современному педагогу рекомендуется иметь представление как о технологиях разработки качественных мультимедийных ресурсов, так и об аппаратно-программных средствах создания компьютерных средств обучения.

В широком смысле «мультимедиа» относится к набору информационных технологий, использующих различное программное и технические средства с целью наиболее эффективного воздействия на пользователя (который является читателем, слушателем и зрителем).

Образовательные мультимедийные ресурсы включаются в образовательный процесс как «вспомогательное» средство. При этом информационные ресурсы выступают средством усиления учебного процесса, персонализации обучения и частичной автоматизации штатной работы преподавателя, связанной с учетом, контролем и оценкой знаний обучающихся.

Все большее внимание привлекают специальные мультимедийные средства, основная цель которых – повысить эффективность обучения. К таким современным инструментам, в первую очередь, следует отнести интерактивные мультимедийные доски.

Интерактивные доски – это мультимедийный инструмент, обладающий всеми качествами традиционной школьной доски, с большими возможностями для графического объяснения на изображениях на экране. Данный мультимедийный инструмент позволяет контролировать и контролировать работу всех студентов одновременно, естественным образом (за счет увеличения потока информации) повысить нагрузку на студентов, обеспечить эргономику обучения, создать новые мотивационные основания для обучения, проводить обучение на основе диалога.

Рассмотрим использование мультимедийных ресурсов на уроках математики. Наиболее ценным для данного предмета является возможность использования графической составляющей интерактивной доски. Это позволяет очень легко создавать обычные фигуры - квадраты, круги, различные виды треугольников, геометрические тела. В этом случае можно использовать готовые объекты вложения: кубы, шары, конусы и т.д. Каждый объект подвижен - вы можете перемещать его в нужном направлении и менять линейные размеры. Кроме того, нажав кнопку «Выбрать» с помощью появившегося меню, вы можете оформить, заполнить форму разными цветами, использовать разлинованную страницу в ячейке.

Мультимедийные образовательные средства помогают понять, усвоить и систематизировать учебные материалы, но их эффективность больше зависит от способа ввода в образовательный процесс. При оценке места и роли ИКТ в системе средств обучения математике необходимо учитывать дидактические возможности различных электронных ресурсов в образовательном процессе.

Каждое мультимедийное средство, используемое на уроках математики, имеет свои особенности, которые следует учитывать при подготовке урока.

Наиболее популярной и доступной формой подачи учебных материалов является презентация, созданная в программе Microsoft Office PowerPoint, которая активно используется на занятиях. Электронные презентации могут служить экранным дидактическим материалом при опросе студентов, при изучении новой темы, закреплении новых, общих и систематизирующих знаний по теме. Презентация является не только источником информации, но и определяет специфику организации урока в соответствии с его видом и целями.

Мультимедийные технологии предоставляют широкие возможности для различных аспектов обучения. Некоторые из основных преимуществ:

- одновременное использование в учебном процессе нескольких каналов восприятия обучающихся, благодаря чему достигается связность информации, передаваемой несколькими органами чувств;
- возможность моделирования сложных реальных переживаний, связанных с необходимостью хранения, представления и организации данных различного типа;
- визуализация абстрактной информации за счет динамического представления процессов;
- возможность развития познавательных структур и интерпретаций студентов, рамки изучаемого материала в широком образовательном контексте и связь учебного материала с интерпретацией студентам;
- показать студентам возможности создания базы данных, включающей визуальные, текстовые, аудио- и видеоматериалы [2].

Благодаря одновременному использованию графической, звуковой (звуковой) и визуальной информации в мультимедийных продуктах и услугах эти средства обладают большой эмоциональной силой и активно включаются как в сферу развлечений, в практику информационных учреждени.

Современное компьютерное оборудование привлекает большинство студентов насыщенными красками, мультимедийными возможностями и своевременным поиском интересующей их информации. Разброс результатов поиска очень большой. Использование мультимедийных ресурсов побуждает студентов опробовать больше возможностей системы управления базами данных, при условии, что преподаватель оказывает соответствующую поддержку.

Повышению активности обучающихся в процессе изучения базам данных и более эффективному процессу усвоения новых знаний и технологических приемов работы с СУБД будет способствовать использование различных проблемных ситуаций в мультимедийных ресурсах, требующих взаимодействия со структурированными информация. Наличие и необходимость решения задач также является одним из мотивов работы с мультимедийными ресурсами для студентов. Проблема в том, что студенты заинтересованы в получении необходимой мультимедийной информации в кратчайшие сроки. Для этого учителю необходимо научить студентов планировать рабочее время, различным способам решения задачи, работе с поисковыми системами и каталогами, научить навыкам критической оценки мультимедийной информации, частью которой может быть составлять содержание изучаемой базы данных.

Уверен, что использование мультимедийных технологий и специально разработанных мультимедийных образовательных ресурсов в обучении студентов позволит им ознакомиться с функциями СУБД и общей методикой использования такого программного обеспечения в профессиональной деятельности, связанной с организацией образования. хранение и обработка данных.

Несколько слов следует сказать и о мультимедийном оборудовании, использование которого способствует повышению эффективности обучения в информационных системах. Как правило, большинство преподавателей и студентов знакомы с компьютерной техникой. Ассортимент мультимедийного оборудования, безусловно, включает акустические системы (динамики), звуковую карту компьютера (плату), микрофон, специальную компьютерную видеокамеру и, возможно, джойстик. Все эти устройства, по сути, являются обычными компонентами мультимедийного оборудования, очень просты в использовании и имеют очень четкое назначение. Использование обучающих мультимедийных средств позволяет значительно повысить качество обучения студентов базам данных.

Учитывая сказанное, можно подтвердить предположение о том, что такие технологии могут бы сыграть положительную роль в повышении эффективности обучения базам данных.

Применение мультимедийных технологий в обучении студентов принято рассматривать в четырех основных направлениях:

- компьютерные и мультимедийные технологии как объект изучения; компьютер и мультимедиа-технологии как средства представления, хранения и переработки учебной информации;
- компьютерные и мультимедийные технологии как средства представления, хранения и обработки учебной информации;
- компьютер как средство организации учебного сотрудничества обучающихся;
- компьютер как средство управления учебной деятельностью студентов.

При использовании мультимедиа в обучении основам баз данных следует учитывать, что целью такого учебного процесса является изучение назначения и основных компонентов системы данных, объяснение современных систем управления базами данных и уровней представления баз данных. В курсах, предлагаемых студентам, изучаются иерархические, сетевые и реляционные модели данных.

Содержание образовательных ресурсов, которые используются при использовании мультимедийных технологий при обучении студентов работе с базами данных, также должно соответствовать существенным требованиям. Создание и использование таких мультимедийных ресурсов должно иметь:

- представление описания баз данных и правил их создания в систематизированном и структурированном виде;
- учет как ретроспективных, так и перспективных знаний, навыков и умений, сформированных при формировании и представлении каждой операции, связанной с созданием и ведением базы данных;
- учет взаимосвязи курса баз данных с другими предметами обучения студентов;
- дидактически обоснованная последовательность изложения учебных материалов и обучающихного воздействия;
- организация процесса получения знаний в соответствии с последовательностью, определяемой логикой данных;
- обеспечение связи информации, предоставляемой мультимедийными ресурсами, с практикой проектирования и использования баз данных путем выбора примеров, предоставления практических задач, экспериментов, моделей процессов и реальных явлений, требующих от студентов взаимодействия с СУБД.

На основе сетевых технологий возник совершенно новый вид учебного материала: Интернет-учебник. Область применения интернет-учебников велика: очное и заочное обучение, самостоятельная работа. Оснащенный единым интерфейсом, такой онлайн-учебник может стать не только пособием по курсу обучения, но и постоянно развивающейся обучающей и справочной средой.

Учебник обладает теми же качествами, что и компьютерный учебник, кроме возможности повторения без каких-либо носителей – есть версия учебного материала в Интернете, и студент-пользователь получает к нему доступ обычным способом через свой браузер. Это дает значительные преимущества по сравнению с электронным учебником, в том числе:

- путь от автора учебника к читателю должен быть сокращен;
- есть возможность быстро обновлять содержание учебника;
- сокращаются расходы на изготовление учебника;
- появляется возможность включения в учебник любого дополнительного материала, уже имеющегося в сети Интернет [3].

Следует помнить, что если студентам одновременно показывать разные виды информации, то они будут отвлекаться от одних видов информации, чтобы следить за другой информацией, упускать важную информацию, а использование средств информатизации зачастую лишает обучаемых возможности проведения реальных опытов своими руками.

Необоснованное использование компьютерной техники негативно сказывается на здоровье всех участников образовательного процесса. Перечисленные проблемы и противоречия свидетельствуют о том, что использование мультимедийных средств в образовании по принципу «чем больше, тем лучше» не может привести к реальному повышению эффективности системы подготовки специалистов в вузах.

Результатом регулярного использования мультимедийных средств обучения является повышение квалификации учителя, повышение интереса студентов к предмету, большее вовлечение студентов в активную деятельность, повышение эффективности уроков. Все это является гарантией глубоких и прочных знаний по предмету и предопределяет развитие личности учащегося.

Литература

1. Бидайбеков Е.Ы. К подготовке педагогов в области информатизации образования Труды III международной научно-практической конференции Информатизация общества. – Астана: ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2012. – С.207-209.
2. Тукенова Н.И. Использование мультимедиа в обучении основам баз данных при подготовке студентов по специальности «информационные системы» // Диссертация канд. пед. наук. / Алматы. – 2010. 124 с.
3. Гриншкун В.В. Григорьев С.Г. Образовательные электронные издания и ресурсы. // Учебно-методическое пособие для студентов педагогических вузов и слушателей системы повышения квалификации работников образования. / Курск: КГУ, Москва: МГПУ – 2006, 98 с.

УДК 517.955

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ДВУМЯ ВНУТРЕННЫМИ СИНГУЛЯРНЫМИ ЛИНИЯМИ

Валиев Р.С.[1], Шамсудинов Ф.М.[2]
[1]*аспирант кафедры математического анализа, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава*
[2]*д.ф.-м.н., профессор кафедры математического анализа, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава*
(г. Бохтар, Республика Таджикистан)
ruziboivaliev@gmail.com

Аннотация. *В работе для одной переопределённой системы дифференциальных уравнений первого порядка с двумя внутренними сингулярными линиями получено представление решений в явном виде, когда коэффициенты первого и второго уравнения системы связанны между собой определённым образом. Изучены свойства полученных решений, а также исследована задача с начальными данными* K_1.

Ключевые слова: *переопределённая система, прямоугольник, сингулярные линии, свойства решений***,** *задача с начальными данными.*

INTEGRAL REPRESENTATIONS OF SOLUNIONS FOR ONE SYSTEM OF FIRST ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH TWO INTERNAL SINQULAR LINES

Valiev R.S., Shamsudinov F.M.
Bokhtar State University after Nosiri Khusrav

Annotation. *In this work, for one overdetermined system of first-order differential equations with two internal singular lines, an explicit representation of solutions is obtained when the coefficients of the first and second equations of the system are related in a certain way. The properties of the obtained solutions are studied, as well as the problem with initial* K_1.

Keywords: *redefined system, rectangle, singular lines, properties of solutions, problem with initial data.*

Обозначим через D прямоугольник

$$D = \{(x,y): -a < x < a, \qquad 0 < y < a\},$$

$$\Gamma_1 = \{y = 0,\ -a < x < a\}, \quad \Gamma_2 = \{x = 0, 0 < y < a\}$$

Далее обозначим

$$\Gamma_1^0 = \{y = x,\ 0 \le x \le a\}, \quad \Gamma_2^0 = \{y = -x, \quad -a \le x \le 0\}.$$

В области D рассмотрим систему дифференциальных уравнений следующего вида

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a(x,y)}{(x^2-y^2)^m} u = \frac{f_1(x,y)}{(x^2-y^2)^m}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b(x,y)}{(x^2-y^2)^n} u = \frac{f_2(x,y)}{(x^2-y^2)^n}, \end{cases} \tag{1}$$

где $a(x,y), b(x,y), f_j(x,y),\ \ j = 1,2 -$ заданные функции в области $D,\ m \ge 2, n = 1,\ u(x,y) -$ искомая функция.

Проблеме исследования дифференциальных уравнений и переопределенных систем с регулярными, сингулярными и суперсингулярными коэффициентами посвящены работы [1–6].

Используя методику разработанного в [1] и [2] для системы уравнений (1), получено представление многообразия решений при помощи одной произвольной постоянной.

Пусть первое уравнение системы (1) является главным, тогда получено следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть в системе уравнений* $(1)\, m \geq 2, n = 1$ *коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям*

1) $a(x,y) \in C_y^1(\overline{D}),\ b(x,y) \in C_x^1(\overline{D}),\ f_1(x,y) \in C_y^1(\overline{D}),\ f_2(x,y) \in C_x^1(\overline{D})$;
2) $a(y,y) > 0,\ b(0{,}0) < 0$;
3) $|a(x,y) - a(y,y)| \leq H_1|x-y|^{\lambda_1},\ H_1 = const,\ \lambda_1 > m-1$, *в окрестности* Γ_1^0, $|a(x,y) - a(y,y)| \leq H_2|x+y|^{\lambda_2},\ H_2 = const, \lambda_2 > m-1$, *в окрестности* Γ_2^0, $|b(0,y) - b(0{,}0)| \leq H_3 y^{\lambda_3},\ H_3 = const,\ \ \lambda_3 > 1$;
4) $a)\ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a(x,y)}{(x^2-y^2)^m}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{b(x,y)}{x^2-y^2}\right)$ *в* D,
   $b)\ (x^2-y^2)^{m+1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f_2(x,y)}{x^2-y^2}\right) + a(x,y)f_2(x,y) = (x^2-y^2)^{m+1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f_1(x,y)}{(x^2-y^2)^m}\right) + b(x,y)f_1(x,y)$ *в* D;
5) $f_2(x,y) = o((x-y)^{\mu_1}),\ \mu_1 > m-1,$ *в окрестности* Γ_1^0, $f_2(x,y) = o((x+y)^{\mu_2}),\ \mu_2 > m-1$, *в окрестности* Γ_2^0.

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса $C^2(D \setminus (\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2))$ *представимо в виде*

$$u(x,y) = exp\left[-W_a^m(x,y) + a(y,y)J_{m-1}^{(1)}(x,y)\right]\left(\psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t,y)}{(t^2-y^2)^m} \times\right.$$

$$\left.\times\, exp\left[W_a^m(x,y) - a(y,y)J_{m-1}^{(1)}(t,y)\right]dt\right) \equiv K_1\big(\psi_1(y), f_1(x,y)\big), \tag{2}$$

$$\psi_1(y) = exp[W_b^1(0,y) - b(0{,}0)W_1(y)](c_1 -$$

$$\left. - \int_0^y \frac{f_2(0,s)}{s^2} exp[-W_b^1(0,y) + b(0{,}0)W_1(s)]ds\right) \equiv N_1\big(c_1, f_2(0,y)\big), \tag{3}$$

где

$$W_a^m(x,y) = \int_0^x \frac{a(t,y) - a(y,y)}{(t^2-y^2)^m}dt, \qquad W_b^1(0,y) = \int_0^y \frac{b(0,s) - b(0{,}0)}{s^2}ds,$$

$$W_1(y) = \frac{1}{y},$$

c_1 *–произвольная постоянная.*

Полученное решение обладает свойствами.

1°. Если $x \to 0$, то

$$\lim_{x\to 0} u(x,y) = \psi_1(y).$$

2°. Если $x \to 0$ и $y \to 0$, то

$$\lim_{y\to 0}\left\{\lim_{x\to 0} u(x,y)\right\} = \psi_1(0) = O(exp[-b(0{,}0)W_1(y)]).$$

3°. $\lim\limits_{y\to 0}\left\{exp[b(0,0)W_1(y)]\lim\limits_{x\to 0}u(x,y)\right\} = c_1$.

4°. Если $y \to 0,$ и $x \neq 0$, то

$$u(x,y) = O\left(exp\left[a(y,y)J_{m-1}^{(1)}(x,y)\right]\right).$$

Полученное интегральное интегральное представление решений и её свойства дают возможность для системы уравнений (1) ставить и решать следующую задачу с начальными данными.

Задача $\boldsymbol{K_1}$. Требуется найти решение системы уравнений (1) из класса $C^2(D \setminus (\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2))$ по начальному условию

$$\lim_{y\to 0}\left\{exp[b(0,0)W_1(y)]\lim_{x\to 0}u(x,y)\right\} = q,$$

где q — заданное известное постоянное число.

Решение задачи K_1. Для решения этой задачи используем интегральное представление решений (2), (3) и условие задачи K_1 и получим, что $c_1 = q$.

Теорема 2. *Пусть выполнены все условия теоремы 1, тогда единственное решение задачи* K_1 *представимо в виде (2), (3) где* $c_1 = q$.

Литература

1. Раджабов Н. Интегралные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. Душанбе: из-во ТГУ, 1985. – 145с.
2. Раджабов Н. Введение в теорию дифференциальных уравнений в частных производных со сверхсингулярными коэффициентами. - Душанбе. изд. ТГУ, 1992. – 236с.
3. Раджабов Н., Махамед Эльсаед Абдель Аал. Переопределенная линейная система второго порядка с сингулярными и сверхсингулярными линиями. - Lap Lambert Academic Publishing, Germany, 2011. – 234с.
4. Тасмамбетов Ж.Н. О развитии исследований специальных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка // Материалы международной научно-практической конференции "Информационные технологии: инновации в науке и образовании"; г.Актобе 20-21 февраля 2015г. – С. 6-17.
5. Тасмамбетов Ж.Н. Построение нормальных и нормально – регулярных решений специальных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. – Актобе: 2015. – 463 с.
6. Шамсуддинов Ф.М. Об одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с сильной особенностью // Доклады Адыгской (Черкеской) Международной академии наук. – 2014. – Т.16, №1. – С. 40-46.

УДК 004.06, 004.8, 512

АЛГЕБРО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Главацкий С.Т.[1]**, Михалёв А.А.**[2]**, Айдагулов Р.Р.**[3]**, Бурыкин И.Г.**[4]
[1]*к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической информатики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова*
[2]*д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической информатики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова*
[3]*к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической информатики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова*
[4]*к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической информатики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова*
(г. Москва, Российская Федерация)
glavatsky_st@mail.ru

Аннотация. *В докладе освещается проект по использованию основных алгебраических и топологических структур (полугруппы, полигоны, автоматы, кольца, модули, алгебры) для решения фундаментальных задач теоретической информатики, интеллектуального анализа данных и приложений искусственного интеллекта (ИИ).*

Ключевые слова: *наука о данных, искусственный интеллект, алгоритмы обработки данных, полугруппы, кольца, модули, компьютерная алгебра, символьные вычисления.*

ALGEBRAIC-GEOMETRIC METHODS IN SOLVING PROBLEMS OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE

Glavatsky S.T., Mikhalev A.A., Aidagulov R.R., Burykin I.G.
Lomonosov Moscow State University

Annotation. *The article highlights a project on the use of basic algebraic and topological structures (semigroups, polygons, automata, rings, modules, algebras) to solve fundamental problems of Theoretical Informatics, Data Mining and Artificial Intelligence (AI) applications.*

Keywords: *Data Science, Artificial Intelligence, data processing algorithms, semigroups, rings, modules, computer algebra, symbolic calculations.*

В эпоху активного развития методов и средств обработки больших данных и приложений искусственного интеллекта (ИИ), успешное решение ряда фундаментальных задач интеллектуального анализа данных, невозможно без использования алгебро-геометрических методов и моделей.

Так, для одной из традиционных задач неконтролируемого машинного обучения – задачи кластеризации данных в многомерном пространстве – нами разработан новый метод кластеризации данных в многомерном пространстве, основанный на использовании понятия связности элементов данных, исходя из осредненных значений плотности распределения точек данных в метрическом пространстве [1, 2]. Также сделаны серьезные продвижения в применении методов осреднения при получении скрытой информации из больших данных с использованием топологических свойств (например, равномерности) пространства данных и ряда статистических характеристик распределения данных.

При проведении интеллектуального анализа больших данных повсеместно используются различные алгоритмы умножения и обращения квадратных матриц большого размера. Нами исследованы алгоритмы быстрого умножения и обращения квадратных матриц – разработан алгоритм обращения со сложностью двух умножений. Кроме того, продолжено изучение новых алгебраических систем – бигрупповых алгебр – и их применения в различных областях математики, а также приложений в физике. Основательно разработана теория преобразования Фурье в алгебре матриц.

Компьютерная алгебра и символьные вычисления широко применяются в алгебре, в теории дифференциальных и разностных систем, в робототехнике, в информатике, в математическом моделировании естественнонаучных и социальных процессов. Над конечными полями методы компьютерной алгебры показали свою эффективность в алгебраической теории кодирования. Методы некоммутативной компьютерной алгебры позволяют охватить довольно большой спектр междисциплинарных проблем, в первую очередь на стыке математики и теоретической физики. Нами рассмотрены комбинаторные свойства алгебр с одним определяющим соотношением. Полученные результаты могут быть полезны не только в дальнейших исследованиях в комбинаторной и компьютерной алгебре, но также в физических моделях, использующих некоммутативные и неассоциативные алгебраические структуры, а также в алгебраической теории кодирования.

В числе методов применения базовых алгебраических и топологических структур, используемых в аналитике данных, нами были проработаны следующие направления:

- изучены полигоны над полугруппами: в частности, продолжено исследование условий конечности в полигонах над полугруппами, их взаимодействие друг с другом и со структурными свойствами полигона. Кроме того, исследована связь условий конечности с алгебраическими конструкциями – прямым произведением, копроизведением, взятием гомоморфного образа и подполигона [3];
- продолжены исследования методов осреднения данных, способов применения бигрупповых алгебр для построения эффективных вычислительных алгоритмов, а также методов градуированных вычислений;
- развита теория топологических радикалов Джекобсона, в том числе, для неассоциативных алгебр (в квазирегулярном и модульном вариантах определения);
- создана программа проверки примитивности элементов свободных неассоциативных алгебр и подсчёта таких элементов над конечными полями в системе компьютерной алгебры Sage Math. Построены новые серии примитивных элементов. Построены алгоритмы распознавания, содержит ли конечно порожденная подалгебра примитивный элемент [4].

Эти исследования выполняются на механико-математическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова в рамках междисциплинарной научно-образовательной школы МГУ «Мозг, когнитивные системы, искусственный интеллект».

Полученные результаты могут быть полезны не только для дальнейших исследований в интеллектуальном анализе данных, комбинаторной и компьютерной алгебре, но также в построении сложных моделей физических процессов, а также в алгебраической теории кодирования. Авторы считают, что междисциплинарный синтез методов универсальной, топологической, линейной и компьютерной алгебр, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и современного программирования может быть эффективно использован для решения алгебраических систем и систем линейных дифференциальных уравнений, возникающих в задачах математического моделирования сложных процессов, в частности, в разработке методов и эффективных алгоритмов ИИ.

Результаты исследований могут активно применяться как в фундаментальной науке, так и в широком круге приложений, работающих с большими данными (психология, медицина, робототехника):

- в интеллектуальном анализе больших наборов данных;
- в методах сокращения размерности пространств данных;
- в моделировании бизнес-процессов;
- в разработке баз данных и знаний;
- в множестве других теоретических и практических подходов к разработке средств ИИ, включая приложения ИИ на основе больших данных.

Литература

1. Aidagulov R.R., Glavatsky S.T., Mikhalev A.V. Clustering models. // Journal of Mathematical Sciences. – 2022. – Vol. 262, no. 5. – P. 603–616. http://dx.doi.org/10.1007/s10958-022-05841-9.
2. Айдагулов Р.Р., Главацкий С.Т., Михалев А.В. Методы осреднения в задачах кластеризации больших данных. // Интеллектуальные системы. Теория и приложения (ранее: Интеллектуальные системы по 2014, № 2, ISSN 2075-9460). – 2021. – Т. 25, № 4. – С. 12–18.
3. Кожухов И.Б., Михалев А.В., Тищенко А.В. Избранные вопросы теории полугрупп: представления и многообразия полугрупп. – М.: Интуит. – 2021. – 160 с.
4. Артамонов В.А., Климаков А.В., Михалев А.А., Михалев А.В. Примитивные и почти примитивные элементы свободных алгебр шрайеровых многообразий. // Фундаментальная и прикладная математика. – 2016. – Т. 21, № 2. – С. 1–24.

УДК 517.956

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЯ СОВМЕСТНОСТИ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Джумаев Э. Х.[1], Шарипов Б.[2]
[1]к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и естественных наук,
филиал Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе
[2]к.ф.-м.н., доцент кафедры математики в экономике, Таджикский
государственный финансово-экономический университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
Eraj59_59@mail.ru

Аннотация. *В работе исследованы условия совместности некоторых систем дифференциальных уравнений комплексной плоскости. Если условия совместности систем выполняются, но не тождественно, то находятся некоторые частные или особые решения систем. При тождественном выполнении условия совместности систем, находятся многообразия их решений в явном виде.*

Ключевые слова: *система уравнений, условие совместности, аналитическая функция, особые точки, непрерывное решение, многообразия решений, частное решение, тривиальное решение.*

INVESTIGATION OF THE COMPATIBILITY CONDITION FOR SOME SYSTEMS OF EQUATIONS IN PARTIAL DERIVATIVES OF THE COMPLEX PLANE

Jumaev E.H., Sharipov B.
Lomonosov Moscow State University in Dushanbe
Tajik State University of Finance and Economics

Annotation. *In this paper, the compatibility conditions for some systems of differential equations of the complex plane are studied. If the system compatibility conditions are satisfied, but not identically, then some particular or special solutions of the systems are found. Under the identical fulfillment of the system compatibility condition, the manifolds of their solutions are found in explicit form.*

Keywords: *system of equations, compatibility condition, analytic function, singular points, continuous solution, manifolds of solutions, particular solution, trivial solution.*

Следуя работам [1-3], рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1}=\frac{a(z_1,z_2)}{(z_1-z_1^{(0)})^n}W,\quad \frac{\partial W}{\partial z_2}=\frac{h(z_1,z_2)}{(z_2-z_2^{(0)})^n}W+\frac{b(z_1,z_2)}{(z_2-z_2^{(0)})^n}W^k, \tag{1}$$

где

$$a,h,b\in C^1\cap A\left(\bar{D}\right),\ \bar{D}(a,b)=\left\{(z_k,z_k^{(0)})\middle|\left|z_k-z_k^{(0)}\right|\le R,|W|\le b\right\},(k=1,2),W\in C^2\cap A\left(D_0\right).$$

Начальное условие для системы (1) ставится следующим образом:

$$W=W_0 \text{ при } z_j=a_j,(j=1,2). \tag{2}$$

Условие совместности системы (1) записывается в виде

$$P(z_1,z_2)W+Q(z_1,z_2)W^n=0 \ (N_1)$$

где

$$P(z_1,z_2)=\frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{h}{\left(z_2-z_2^{(0)}\right)^n}\right)-\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n}\right),$$

$$Q(z_1,z_2)=\frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{\left(z_2-z_2^{(0)}\right)^n}\right)+\frac{(n-1)\cdot a\cdot b}{\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n}.$$

Если условие (N_1) выполняется, но не тождественно, тогда решая функциональное соотношение, алгебраическим способом, получим два вида решений. Очевидно, что первая из них $W=0$ –является тривиальным решением системы (1). Если вторая функция $W=p(z_1,z_2)$ также удовлетворяет исходную систему, то она будет некоторым частным ее решением.

Система (1) имеет две особые точки, в которых нельзя непосредственно получить решения задачи Коши. Именно поэтому, для исследования условия совместности системы (1) в этом случае воспользуемся следующим предложением [2-4]:

Лемма. *Пусть в системе (1) неизвестная функция W и ее частные производные в данной области по каждой переменной являются ограниченными, и существуют пределы в особых точках данной области, причём*

$$\lim_{z_k\to z_k^{(0)}}\left((z_k-z_k^{(0)})^n\cdot\frac{\partial W}{\partial z_k}\right)=0,\ (k=1,\ 2).$$

Тогда система (1) имеет лишь некоторые частные либо особые решения вида $W=0$, $W=h_1(z_1,z_2)$.

Это утверждение означает, что в особых точках (с учётом предыдущих требований), неизвестная функция является непрерывной.

Пусть условие совместности исходной системы выполняется тождественно. Тогда в системе (1), считая функцию $a(z_1,\ldots)$ вполне определённой, найдём функции $h(z_1, z_2)$ в виде

$$h(z_1,z_2)=(z_2-z_2^{(0)})^n\cdot\left(\phi(z_2)+A'_{z_2}(z_1,z_2)\right),$$

$$b(z_1,z_2)=\beta(z_2)(z_2-z_2^{(0)})^n\cdot e^{(1-n)A(z_1,z_2)}\quad,\ A(z_1,z_2)=\int_0^{z_1}\frac{a(t,z_2)}{(t-z_1^{(0)})^n}dt. \tag{3}$$

Тогда исходная система принимает следующий вид:

$$\frac{\partial W}{\partial z_1}=\frac{a(z_1,z_2)}{(z_1-z_1^{(0)})^n}W,\quad \frac{\partial W}{\partial z_2}=[\phi(z_2)+A'_{z_2}(z_1,z_2)]W+\beta(z_2)\cdot e^{(1-n)A(z_1,z_2)}W^k, \tag{4}$$

Как следует из вышесказанных утверждений, условие совместности системы уравнений (4) выполняется тождественно. Поэтому в процессе ее интегрирования, получаем функцию вида $A(z_1,z_2)$ из (3). Поскольку в постановке задачи последняя функция является аналитической, поэтому применяя теорему о вычетах, получим:

$$A(z_1,z_2)=\frac{2\pi i}{(n-1)!}\cdot\lim_{z_1\to z_1^{(0)}}\left(\frac{\partial^{n-1}a}{\partial z_1^{n-1}}\right). \qquad (5)$$

Следовательно, многообразия решений системы (1) в данной области будет непрерывной и определяется формулой:

$$W(z_1,z_2)=\exp[A(z_1,z_2)+P(z_2)+\left\{C+\Omega(z_2)\right\}^{1/(1-n)}]. \qquad (6)$$

Таким образом, имеет место следующее утверждение:

Теорема 1. *Пусть в системе дифференциальных уравнений (1)* $a,h,b\in C^1\cap A\left(\bar{D}\right)$, $\bar{D}(a,b)=\left\{(z_k,z_k^{(0)})\middle|\left|z_k-z_k^{(0)}\right|\le R,\left|W\right|\le b\right\}$, $(k=1,2)$, $W\in C^2\cap A\left(D_0\right)$.

Если в системе (1) выполняются условия леммы, а также выполняется условие совместности системы, но не тождественно, тогда существуют некоторые частные, либо особые решения системы. Для того чтобы условие совместности (N₁) выполнялось тождественно необходимо и достаточно, чтобы взаимосвязь между функциями исходной системы определялись формулами вида (3). Тогда с учётом теоремы о вычетах, исходная система разрешима и многообразие ее решений определяется формулой вида (6) непрерывной на всей данной области.

Аналогичным образом, можно произвести исследование условия совместности системы вида

$$\frac{\partial W}{\partial z_1}=\frac{a(z_1,z_2)}{(z_1-z_1^{(0)})^n}W+\frac{p(z_1,z_2)}{(z_1-z_1^{(0)})^n}W^k,\quad \frac{\partial W}{\partial z_2}=\frac{h(z_1,z_2)}{(z_2-z_2^{(0)})^n}W+\frac{b(z_1,z_2)}{(z_2-z_2^{(0)})^n}W^k,$$

для которого условия совместности записывается в виде *(N₁)*, где

$$P(z_1,z_2)=\frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{h}{\left(z_2-z_2^{(0)}\right)^n}\right)-\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{a}{\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n}\right),$$

$$Q(z_1,z_2)=\frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{b}{\left(z_2-z_2^{(0)}\right)^n}\right)-\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{p}{\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n}\right)+\frac{(n-1)\cdot(ph-a\cdot b)}{\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n\left(z_1-z_1^{(0)}\right)^n}.$$

Литература

1. Шарипов Б. Явные формулы представления решений некоторых квазилинейных систем Коши-Римана с двумя комплексными переменными // –Докл. АН Тадж. ССР, 1985, т. 28, №1, с. 16-20.
2. Шарипов Б. Об одном классе нелинейных обобщённых систем Коши-Римана. //Шарипов Б.//. Ж.: Дифференциальные уравнения, 2015, т. 51(№9), с. 1252-1256.
3. Шарипов Б. Об одном классе нелинейных обобщённых системы Коши-Римана с сингулярными коэффициентами. / Б. Шарипов //- Вестник Казанского гос им. А.Н. Туполева, 2016, №2, с. 94-100.
4. Михайлов Л.Г. О некоторых переопределённых системах уравнений в частных производных с сингулярными точками. //ДАН России, 2004, т.398, №2, с.1-4.

УДК 517.9

ОБ ОЦЕНКАХ СНИЗУ ПЕРВОГО СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ЗАДАЧИ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ НА ПОТЕНЦИАЛ

Ежак С.С.[1]**, Тельнова М.Ю.**[2]
[1]*к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики, Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова*
[2]*к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики, Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова*
(г. Москва, Российская Федерация)
ezhak.ss@rea.ru, mytelnova@yandex.ru

Аннотация. *В работе исследуются оценки снизу первого собственного значения задачи Штурма–Лиувилля с краевыми условиями Дирихле и двумя весовыми интегральными условиями на потенциал при различных значениях параметров одного из интегральных условий.*

Ключевые слова: *задача Штурма–Лиувилля, экстремальные оценки, первое собственное значение, вариационный принцип, минимизация функционала, спектральная задача, краевая задача, условия Дирихле, весовое интегральное условие.*

ON LOWER BOUNDS FOR THE FIRST EIGENVALUE OF THE STURM–LIOUVILLE PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS ON THE POTENTIAL

Ezhak S.S., Telnova M.Yu.
Plekhanov Russian University of Economics

Annotation. *In this paper we study lower estimates for the first eigenvalue of a Sturm–Liouville problem with Dirichlet boundary conditions and two weighted integral conditions on the potential for different values of parameters of one of them.*

Keywords: *the Sturm–Liouville problem, extreme estimates, the first eigenvalue, variational principle, minimization of a functionale, spectral problem, boundary value problem, Dirichlet conditions, weighted integral condition.*

Данная работа посвящена исследованию оценок первого собственного значения задачи Штурма–Лиувилля с интегральными условиями на потенциал, начало которого было положено Ю.В. Егоровым и В.А. Кондратьевым [1].

Рассматривается задача Штурма–Лиувилля

$$y'' + Q(x)y + \lambda y = 0, \qquad x \in (0,1), \tag{1}$$

$$y(0) = y(1) = 0, \tag{2}$$

где функция Q принадлежит множеству $T_{\alpha,\beta,\gamma}$ неотрицательных локально интегрируемых на интервале $(0,1)$ функций, удовлетворяющих интегральным условиям

$$\int_0^1 x^{\alpha}(1-x)^{\beta}Q^{\gamma}(x)dx = 1,\ \gamma \neq 0, \tag{3}$$

$$\int_0^1 x(1-x)Q(x)dx < \infty. \tag{4}$$

Функция y называется решением задачи (1), (2), если она абсолютно непрерывна на отрезке $[0,1]$, удовлетворяет условиям (2), ее производная y'

абсолютно непрерывна на отрезке $[\rho, 1-\rho]$, где $0 < \rho < \frac{1}{2}$, и равенство (1) выполняется почти всюду на $(0,1)$.

Доказано ([2], Теорема 1), что если условие (4) не выполняется, то ни для какого $0 \le p \le \infty$ не существует нетривиального решения y уравнения (1), удовлетворяющего условиям $y(0) = 0,\ y'(0) = p$.

Доказано ([3], Глава 1, § 2, Теорема 3), что множество $T_{\alpha,\beta,\gamma}$ пусто тогда и только тогда, когда $\gamma < 0, \alpha \le 2\gamma - 1$ или $\beta \le 2\gamma - 1$, поэтому при данных значениях параметров задача (1) – (4) не рассматривается.

В данной работе изучаются оценки для

$$m_{\alpha,\beta,\gamma} = \inf_{Q \in T_{\alpha,\beta,\gamma}} \lambda_1(Q).$$

Рассмотрим функционал

$$R[Q,y] = \frac{\int_0^1 y'^2 dx - \int_0^1 Q(x) y^2 dx}{\int_0^1 y^2 dx}.$$

Если условие (4) выполняется, то функционал $R[Q,y]$ ограничен снизу в $H_0^1(0,1)$ ([4]). Доказано ([2], [4]), что для любой функции $Q \in T_{\alpha,\beta,\gamma}$

$$\lambda_1(Q) = \inf_{y \in H_0^1(0,1) \setminus \{0\}} R[Q,y].$$

Для любой функции $Q \in T_{\alpha,\beta,\gamma}$ имеем

$$m_{\alpha,\beta,\gamma} = \inf_{Q \in T_{\alpha,\beta,\gamma}} \inf_{y \in H_0^1(0,1) \setminus \{0\}} R[Q,y] \le \inf_{y \in H_0^1(0,1) \setminus \{0\}} \frac{\int_0^1 y'^2 dx}{\int_0^1 y^2 dx} = \pi^2.$$

Теорема 1. Если $\gamma > 1, \alpha, \beta < 2\gamma - 1$, то существуют такие функции $Q_* \in T_{\alpha,\beta,\gamma}$ и $u \in H_0^1(0,1), u > 0$ на $(0,1)$, что $m_{\alpha,\beta,\gamma} = R[Q_*, u]$. Более того, u удовлетворяет уравнению

$$u'' + mu = -x^{\frac{\alpha}{1-\gamma}}(1-x)^{\frac{\beta}{1-\gamma}} u^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tag{5}$$

и интегральному условию

$$\int_0^1 x^{\frac{\alpha}{1-\gamma}}(1-x)^{\frac{\beta}{1-\gamma}} u^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} dx = 1. \tag{6}$$

Теорема 2.

1) Если $\gamma = 1,\ \alpha, \beta \le 0$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} \ge \frac{3}{4}\pi^2$.

2) Если $\gamma = 1,\ \beta \le 0 < \alpha \le 1$ или $\alpha \le 0 < \beta \le 1$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} \ge 0$.

3) Если $\gamma = 1,\ 0 < \alpha, \beta \le 1$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} \ge 0$.

4) Если $\gamma > 1,\ \alpha, \beta \le \gamma$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} = 0$.

5) Если $\gamma > 1,\ \gamma < \alpha \le 2\gamma - 1$ или $\gamma < \beta \le 2\gamma - 1$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} \le 0$.

6) Если $\gamma < 0,\ \alpha, \beta > 2\gamma - 1;\ 0 < \gamma < 1, -\infty < \alpha, \beta < \infty$;
$\gamma \ge 1,\ \alpha > 2\gamma - 1$ или $\beta > 2\gamma - 1$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} = -\infty$.

Покажем, что если $\gamma \ge 1,\ \alpha > 2\gamma - 1, -\infty < \beta < \infty$, то $m_{\alpha,\beta,\gamma} = -\infty$ (случай $\gamma \ge 1,\ \beta > 2\gamma - 1, -\infty < \alpha < \infty$ доказывается аналогично).

Рассмотрим функции $Q_\varepsilon \in T_{\alpha,\beta,\gamma}$ и $y_0 \in H_0^1(0,1)$:

$$Q_\varepsilon(x) = \begin{cases} (\alpha+1)^{\frac{1}{\gamma}}\varepsilon^{-\frac{\alpha+1}{\gamma}}(1-x)^{-\frac{\beta}{\gamma}}, & x \in [0,\varepsilon], \\ 0, & x \in (\varepsilon, 1], \end{cases}$$

$$y_0(x) = \begin{cases} x^\theta, & x \in [0{,}1/2], \\ (1-x)^\theta, & x \in (1/2, 1], \end{cases} \quad \theta > \tfrac{1}{2}.$$

Имеем, $\int_0^1 Q_\varepsilon(x) y_0^2\,dx \geq L\varepsilon^{2\theta+1-\frac{\alpha+1}{\gamma}}$, где L– некоторая константа. Поскольку $\alpha > 2\gamma - 1$, существует такое число θ>$1/2$, что $2\theta + 1 < \frac{\alpha+1}{\gamma}$.

Тогда

$$\lambda_1(Q_\varepsilon) = \inf_{y \in H_0^1(0,1)\setminus\{0\}} R[Q_\varepsilon, y] \leq R[Q_\varepsilon, y_0],$$

$$\inf_{Q \in T_{\alpha,\beta,\gamma}} \lambda_1(Q_\varepsilon) \leq \lim_{\varepsilon\to 0} \lambda_1(Q_\varepsilon) \leq \lim_{\varepsilon \to 0} R[Q_\varepsilon, y_0] = -\infty.$$

Литература

1. Егоров Ю.В., Кондратьев В.А. Об оценках первого собственного значения в некоторых задачах Штурма–Лиувилля // Успехи матем. наук. 1996. Т. 51. № 3. С.73-144.
2. Ezhak S., Telnova M. On conditions on the potential in a Sturm–Liouville problem and an upper estimate of its first eigenvalue // Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. 2020. V. 333. P. 481-496.
3. Куралбаева К.З. Некоторые оптимальные оценки собственных значений задач Штурма–Лиувилля // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02, (1996), 116 с.
4. Ezhak S., Telnova M. On some estimates for the first eigenvalue of a Sturm–Liouville problem // International Workshop QUALITDE-2021. Tbilisi. Georgia. P. 66-69.
5. Ежак С.С., Тельнова М.Ю. Об оценках первого собственного значения задачи Штурма–Лиувилля с весовыми интегральными условиями на потенциал // Дифференциальные уравнения. 2022. Т. 58, № 11, С. 1579-1580.

УДК 517.55

ОБЩАЯ ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ПОЛУПЛОСКОСТИ С НУЛЯМИ И ПОЛЮСАМИ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВИДА НА ГРАНИЦЕ

Кабиров А.Т.
к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики, Таджикский государственный финансово-экономический университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
mtmu4972@mail.ru

Аннотация. *В статье изучается общая сингулярная граничная задача линейного сопряжения для полуплоскости с нулями и полюсами аналитического вида на границе. Автор нашел точные значения l – числа решений однородной задачи и p – числа условия разрешимости неоднородных задач с нулями и полюсами на границе, и показал, что число решений задачи в классе функций, ограниченных на контуре, не изменяется от наличия нулей у коэффициентов задачи и уменьшается на суммарный порядок всех полюсов.*

Ключевые слова: *сингулярное условие, краевая задача, линейная сопряженная, индекс, линейный аналитический оператор, независимое линейное решение, условие разрешимости, нули, полюсы, полуплоскость, ограниченная функция, интерполяционный многочлен, коэффициент, вещественный ось.*

МАСЪАЛАИ КАНОРИИ УМУМИИ ҲАМРОҲШУДАИ ХАТТӢ ДАР НИМҲАМВОРӢ БО НУЛҲО ВА ҚУТБҲОИ НАМУДАШОН АНАЛИТИКӢ ДАР САРҲАД

Кабиров А.Т.
Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

Аннотатсия. *Дар мақола масъалаи канории умумии ҳамроҳшудаи хаттӣ бо нулҳо ва қутбҳои намудашон ҳамроҳшуда дар сарҳад мавриди тадқиқ қарор гирифтааст. Муаллиф қиматҳои аниқи l – миқдор ҳалли масъалаи якҷинса ва p – миқдор шарти ҳалшавандагии масъалаҳои канории умумии ҳамроҳшудаи хаттӣ бо сифрҳо ва қутбҳои намудашон аналитикиро дар сарҳад ёфта, нишон додааст, ки шумораи ҳалли масъала дар синфи функсияҳои дар контур маҳдудбуда, аз мавҷудияти нулҳои коэффитсиентҳои масъала тағйир наёфта, ба тартиби суммавии ҳамаи қутбҳо кам мешавад.*

Калидвожаҳо: *ҳолати сингулярӣ, масъалаи канорӣ, ҳамроҳшудаи хаттӣ, индекс, оператори хаттии аналитикӣ, ҳалли новобастаи хаттӣ, шарти ҳалшавандагӣ, нулҳо, қутбҳо, нимҳамворӣ, функсияи маҳдуд, бисёраъзогии интерполятсионӣ, коэффитсиент, тири ҳақиқӣ.*

SINGULAR BOUNDARY PROBLEM OF LINEAR JOINT FOR HALF-PLANES WITH ZEROS AND POLES OF ANALYTICAL VIEW ON THE BOUNDARY

Kabirov A.T.
Tajik State University of Finance And Economics

Annotation. *In the article, the linearly integrated general marginal problem with zeros and poles of the type connected at the boundary is studied. The author found the exact values of l – the number of solutions of the homogeneous problem and p – the number of the condition for the solvability of general linear coupled marginal problems with analytic zeros and poles on the boundary, and showed that the number of solutions to the problem in the class of functions is limited in the* *contour, due to the presence of zero coefficients of the problem not found, it is reduced to the sum order of all poles.*

Keywords: *singular condition, boundary value problem, linear adjoint, index, linear analytic operator, independent linear solution, solvability condition, zeros, poles, half plane.*

Пусть Γ есть действительная ось. Задача заключается в том, чтобы найти две ограниченные аналитические, соответственно, в верхней и нижней полуплоскостях функции $c_1(t)$ и $\rho_{æ-1}$(кусочно аналитическую функцию $\phi(z)$), предельные значения которых на контуре удовлетворяют условию

$$\varphi^+(t) = \frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} \cdot a_1(t)\cdot\varphi^-(t) + \frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} \cdot b_1(t)\cdot\overline{\varphi^-(t)} + c(t), \qquad (A_1)$$

$$-\infty < t < +\infty,\ \varphi^+(\infty) = \varphi^-(\infty) = c(\infty) = 0,$$

где функции $a_1(t), b_1(t), c(t) \in H(\Gamma)$, $\eta_r\ (r = 1,2,\ldots,R)$, $\xi_m\ (m = 1,2,\ldots,M)$ – некоторые различные точки контура, k_r, q_m – натуральные числа, причём поиск решения этих функций проводится в ограниченных областях $\overline{D^+}$ и $\overline{D^-}$.

Введем обозначения $\sum\limits_{r=1}^{R} k_r = k$, $\sum\limits_{m=1}^{M} q_m = q$.

Переходим непосредственно к исследованию задачи (A₁). Предположим что функция $c(t)$ в окрестности точек $t = \eta_r$, имеет производные порядков $k_r - 1$, удовлетворяющие условию Гельдера. Построим интерполяционный многочлен $T(t)$ степени k – 1 так, чтобы он удовлетворял следующим условиям:

$$c^{(v)}(\eta_r) = T^{(v)}(\eta_r),\ (v = 0,1,2,\ldots,k_r - 1;\ r = 1,2,\ldots,R). \qquad (1)$$

Такой многочлен определяется единственным образом и в дальнейшем понадобится для приведения (A₁) к задаче, коэффициенты которой не обращаются в нуль.

Вычитываем из обеих частей (A₁) полином $T(t)$:

$$\phi^+(t) - T(t) = \frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} a_1(t)\cdot\phi^-(t) + \frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} b_1(t)\cdot\overline{\phi^-(t)} + c(t) - T(t) \qquad (2)$$

В силу (1), имеем

$$\phi^+(t) - T(t) = \frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} a_1(t)\cdot\phi^-(t) + \frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} b_1(t)\cdot\overline{\phi^-(t)} + \prod_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}\cdot c_1(t). (3)$$

Разделив краевое условие (3) на $\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}$, получим

$$\phi_1^+(t) = \frac{a_1(t)}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} \cdot \phi^-(t) + \frac{b_1(t)}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}} \cdot \overline{\phi^-(t)} + c_1(t), \qquad (A_2)$$

где $\phi_1^+(t)=\dfrac{\phi^+(t)-T(t)}{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{k_r}}$.

Полагая в (A$_2$)

$$\phi^-(z)=\prod_{m=1}^{M}(z-\xi_m)^{q_m}\cdot z^{-q}\cdot\phi_1^-(z),$$

$\overline{\phi^-(z)}=\prod\limits_{m=1}^{M}\overline{(z-\xi_m)}^{q_m}\cdot\overline{z^{-q}}\cdot\overline{\phi_1^-(z)}=\prod\limits_{m=1}^{M}(z-\xi_m)^{q_m}\cdot e^{2i\sum\limits_{m=1}^{M}\theta_m^{(2)}\cdot q_m}\cdot\overline{z^{-q}}\cdot\overline{\phi_1^-(t)}$, преобразуем краевое условие (A$_2$), в виде

$$\phi_1^+(t)=a_1(t)\cdot t^{-q}\cdot\phi_1^-(t)+b_1(t)\cdot e^{2i\sum\limits_{m=1}^{M}\theta_m^{(2)}\cdot q_m}\cdot\overline{t^{-q}}\cdot\overline{\phi_1^-(t)}+c_1(t). \qquad (A_3)$$

Назовём краевую задачу с коэффициентами $t^{-q}\cdot a_1(t)$ приведённой задачей. Индекс приведённой задачи назовём, вместе с тем, и индексом данной задачи:

$$Ind_\Gamma\, t^{-q}\cdot a_1(t)=Ind_\Gamma\, a_1(t)+Ind_\Gamma\, t^{-q}=(æ+q-k)-q=æ+q-k-q=æ-k.$$

Для удобства, задачу (A$_2$) запишем, в следующем виде:

$$\phi_1^+(t)=a_1(t)\cdot t^{-q}\cdot\phi_1^-(t)+b_1(t)\cdot\overline{\phi_1^-(t)}+c_1(t), \qquad (A_4)$$

где $b_2(t)=b_1(t)\cdot e^{2i\sum\limits_{m=1}^{M}\theta_m^{(2)}\cdot q_m}\cdot\overline{t^{-q}}$.

Пусть в задаче (A$_4$) $æ-q\geq 0$.

Положим $\phi^+(z)=\left(\dfrac{z-i}{z+i}\right)^{-(æ-k)}\cdot\left[\phi_1^+(z)-P_{æ-k-1}\left(\dfrac{z-i}{z+i}\right)\right]$, где полином $P_{æ-k-1}\left(\dfrac{z-i}{z+i}\right)$ подобран так чтобы функция $\psi^+(z)$ не имела полюса в точке $z=i$.

Задачу (A$_4$) можно записать, в следующем виде:

$$\psi^+(t)=a_2(t)\cdot t^{-q}\cdot\psi^-(t)+b_2(t)\cdot\overline{\psi^-(t)}+c_2(t), \qquad (A_5)$$

где $a_2(t)=\left(\dfrac{z-i}{z+i}\right)^{-(æ-k)}\cdot a_1(t)$, $b_2(t)=\left(\dfrac{z-i}{z+i}\right)^{-(æ-q)}\cdot b_1(t)$,

$$c_2(t)=\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^{-(æ-k)}\cdot\left[c_1(t)-P_{æ-k-1}\left(\frac{z-i}{z+i}\right)\right].$$

Так как $Ind_\Gamma\, t^{-q}\cdot a_2(t)=0$, то $t^{-q}\cdot a_2(t)$ можно представить, в виде

$$a_2(t)\cdot t^{-q}=\frac{\chi^+(t)}{\chi^-(t)}, \text{ где } \chi^+(z)=e^{F(z)},\ \chi^-(z)=\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^{-(æ-k)}\cdot e^{F(z)},$$

$$F(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\ln\left[\left(\frac{t_1-i}{t_1+i}\right)^{-(æ-k)}\cdot a_2(t_1)\right]\frac{dt_1}{t_1-z}, \text{ [6].}$$

Подставляя выражение $t^{-q}\cdot a_2(t)$ в (A$_5$), получим:

$$\Psi^+(z)-\Psi^-(z)=\frac{b_3(t)}{a_3(t)}\cdot\frac{\overline{\chi^-(t)}}{\chi^-(t)}\cdot\overline{\psi^-(t)}+\frac{c_2(t)}{\chi^+(t)}, \qquad (A_6)$$

где $\Psi^{+}(z)=\dfrac{\psi^{+}(t)}{\chi^{+}(t)},\quad \Psi^{-}(z)=\dfrac{\psi^{-}(t)}{\chi^{-}(t)}.$

Решение задачи (A_6) будем искать в виде

$$\Psi^{-}(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu(t_1)}{t_1-z}dt_1.$$

Теперь вставляя формулу Сохоцкого-Племеля [1;3] в (A_6), получим интегральное уравнение

$$\mu(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{b_2(t)}{a_2(t)}\cdot\frac{\overline{\chi^{-}(t)}}{\chi^{-}(t)}\cdot(\overline{-\mu+S\mu})+\left[c_2(t)-P_{æ-k-1}\left(\frac{t-i}{t+i}\right)\right]\cdot\left(\frac{t-i}{t+i}\right)^{-(æ-k)}\cdot\frac{1}{\chi^{+}(t)},\quad (A_7)$$

которое эквивалентно краевой задаче (A_1).

Пусть $\sup\limits_{-\infty<t<+\infty}\left|\dfrac{b_2(t)}{a_2(t)}\right|<1\left(\sup\limits_{-\infty<t<+\infty}\left|\dfrac{b_1(t)}{a_1(t)}\right|<1\right)$, тогда по принципу сжатых отображений, уравнение (A7) имеет единственное решение при каждом свободном члене. Sp – норма оператора

$$S\mu=\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu(t_1)}{t_1-t}dt_1 \text{ в } L_2(-\infty,+\infty).$$

Поэтому, полагая $c(t)$ и $P_{æ-q-1}(t)$ равными последовательно

$$1,i,\left(\frac{t-i}{t+i}\right),i\left(\frac{t-i}{t+i}\right),\ldots,\left(\frac{t-i}{t+i}\right)^{æ-1},i\left(\frac{t-i}{t+i}\right)^{æ-1},$$

получим серию задач (A_5), из которых находим линейно независимые решения однородной задачи (A1) для полуплоскости.

Полагая $P_{æ-q-1}(t)\equiv 0$ и $c_2(t)\neq 0$, получим частное решение неоднородной задачи.

Пусть $æ-q<0$.

В этом случае,

$$\phi^{+}(z)=\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^{æ-q}\cdot\psi^{+}(z)+P_{æ-q-1}\left(\frac{t-i}{t+i}\right)$$

будет иметь полюс в точке $z=i$. Для его анулирования необходимо и достаточно выполнение дополнительных условий, чтобы $\psi(t)$ имела нул порядка $|æ-q|$, при $z=i$, что и приводит к условию разрешимости

$$\int_{-\infty}^{+\infty}(t-i)^{-n}Q[c_2(t)]dt=0,\quad n=1,2,\ldots,|æ-q|,$$

где Q – линейный оператор.

Итак, доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть* $a_1(t)\in H(-\infty;+\infty)$, $a_1(t)\neq 0,\ b_1(t),\ c(t)\in H(\Gamma)$, $c(t)$*-дифференцируема в окрестности точки* $t=\eta_r$, *имеет производные порядка* k_r-1 , $æ=Ind_{\Gamma}a_1(t)=\dfrac{1}{2\pi i}\{\ln a_1(t)\}_{-\infty}^{+\infty}$ *и решение представимо в виде интеграла типа Коши.*

Пусть $\sup\limits_{-\infty<t<+\infty}\left|\dfrac{b_2(t)}{a_2(t)}\right|<1\ \left(\sup\limits_{-\infty<t<+\infty}\left|\dfrac{b_1(t)}{a_1(t)}\right|<1\right)$. *Тогда:*

1) при $æ-q\geq 0,\ l=2æ$ *и* $p=0$*;*

2) при $æ-q<0,\ l=0$ *и* $p=2|æ\text{-}q|$.

и для разрешимости неоднородной задачи необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(t-i)^{-n}Q[c(t)]dt=0,\quad n=1,2,\ldots,|æ-q|,$$

где Q – линейный оператор.

Отсюда следует, что число решений задачи в классе функций, ограниченных на контуре, не изменяется от наличия нулей у коэффициентов задачи и уменьшается на суммарный порядок всех полюсов.

Литература

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. – М.: Наука. – 1977. – 640 с.
2. Гахов Ф.Д. О современных проблемах теории краевых задач аналити -ческих функций и особых интегральных уравнений //Дифференциальные уравнения. Т. 1. №6. 1965. С. 35-48.
3. Михайлов Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнений и его применения к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами. – Д.: Издательство Дониш. – 1963. – 183 с.
4. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука. – 1968. – 513 с.
5. Сабитов И.Х. Об одной краевой задаче сопряжения на окружности // Сибир. математ. журнал, т. V, №1. – 1964. – С.17-23.
6. Усмонов Н. Сингулярные случаи общей граничной задачи линейного сопряжения // Тезисы III международной конференции по математическому моделированию. Якутск. – 2001. – С.52-53.
7. Усмонов Н., Кабиров А.Т. Точные теоремы о разрешимости некоторых сингулярных краевых задач теории аналитических функций. Монография. – Д.: Нашри Камол. – 2022. – 160 с.
8. Юханонов Н.Н. Общая граничная задача линейного сопряжения с разрывными коэффициентами и её исключительные случаи // Сборник аспирантских работ ТГУ, серия естественных наук. Душанбе. «Ирфон». – 1965. – С. 112-120.

УДК 512.548

ТАБЛИЦА КЭЛИ И ТОЖДЕСТВО ДИАССОЦИАТИВНОСТЬ В КВАЗИГРУППАХ

Комилов О.О.
ст. преподаватель кафедры информацонно-коммуникационной технологии,
Таджикский национальный университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
okil.komilov@yandex.ru

Аннотация. *В настоящей работе приведены некоторые примеры диассоциативных квазигрупп 3-го порядка. Эти классы квазигрупп были введены в связи с исследованием порядком элемента и обобщение идемпотентного элемента в линейных квазигруппах. Получены леводиассоциативные, праводиассоциативные и диассоциативные квазигруппы порядка 3. Для нахождения и идентификации этих классов квазигрупп используется таблица Кэли.*

В работе применялись алгебраические и комбинаторные методы исследования.

Ключевые слова: *квазигруппы, лупы, латинский квадрат, таблица Кэли, диассоциативность.*

THE CAYLEY TABLE AND THE IDENTITY OF DIASSOCIATIVITY IN QUASIGROUPS

Komilov O.O.
Tajik National University

Annotation. *In this paper, some examples of third-order diaassociative quasigroups are given. These quasigroups classes were introduced in connection with the study of the element order and the generalization of an idempotent element in linear quasigroups. Left-diassociative, right-diassociative, and diassociative quasigroups of order 3 are obtained. The Cayley table is used to find and identify these classes of quasigroups.*

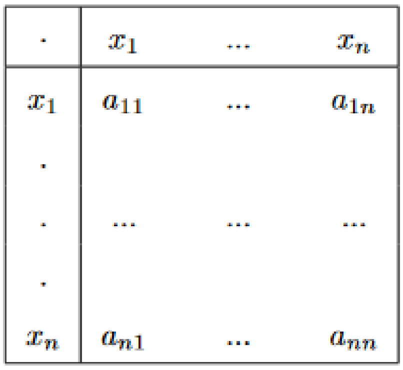
Algebraic and combinatorial research methods were used in the work.

Keywords: *quasigroups, loops, Latin square, Cayley tableau, diassociativity.*

Напомним, что группоид $(Q,\ \ )$ называется квазигруппой, если для любых $a, b \in Q$ уравнения $ax=b$, $ya=b$ всегда разрешимы, причём однозначно. Квазигруппа $(Q,\ \cdot)$ с единицей называется лупой [1]. Разрешимость в квазигруппах проверяется при помощи таблицы Кэли группоида $(Q,\ \cdot)$, где все элементы в каждой строке и в каждом столбце различны [2, 3]. В левом углу таблицы указывают знак операции (табл. 1).

Таблица 1.

Таблица Кэли квазигруппы



$\cdot$	x_1	$\dots$	x_n
x_1	a_{11}	$\dots$	a_{1n}
$\cdot$			
$\cdot$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\cdot$			
x_n	a_{n1}	$\dots$	a_{nn}

Элементами квазигруппы Q являются x_1, .., x_n, каждая запись a_{ij} обозначает произведение $x_i x_j$ в квазигруппе Q.

Такие таблицы позволяют прояснить некоторые свойства алгебраических систем, например, являются ли они коммутативными и имеют ли они нейтральный элемент, а если имеют, позволяют найти обратные элементы к данным.

В абстрактной алгебре таблицы Кэли используются для описания конечных групп, колец, полей и других алгебраических структур. Для бесконечных структур и структур с большим количеством элементов их использование нецелесообразно. В этом случае структуры чаще всего задают образующими и соотношениями.

Как уже отметили по этой таблице можно определить бинарные операции в алгебраических структурах, также целесообразно использовать её для идентификации групп и квазигрупп малого порядка по тождествам. Так как внутренняя часть таблицы Кэли является латинским квадратом, то важно охарактеризовать требуемые алгебраические свойства квазигрупп из их латинских квадратов [2].

Определение 1. [4] *Квазигруппа* $(Q,\cdot)$ *называется диассоциативной степени* $k(l)$*, если в ней выполняются одновременно тождества* (1) *и* (2).

$$[x, y^k] = ((\dots(x\,\underbrace{y)y)\dots)y}_{k-\text{раз}} = x, \tag{1}$$

$$\{y^l, x\} = y\,\underbrace{(\dots(y(y}_{l-\text{раз}}\,x)\dots)) = x, \tag{2}$$

то есть $[x, y^k] = x$ *и* $\{y^l, x\} = x$.

Тождество (1) и (2) называют соответственно тождеством леводиассоциативным и праводиассоциативным.

Ниже в таблицах приведены все квазигруппы 3-го порядка и найдены все диассоциативные квазигрупп 3-го порядка в виде латинского квадрата.

Таблица 2.

Все квазигруппы 3-го порядка

$a\ b\ c$ $b\ c\ a$ $c\ a\ b$	$a\ b\ c$ $c\ a\ b$ $b\ c\ a$	$a\ c\ b$ $b\ a\ c$ $c\ b\ a$	$a\ c\ b$ $c\ b\ a$ $b\ a\ c$	$b\ a\ c$ $c\ b\ a$ $a\ c\ b$	$b\ a\ c$ $a\ c\ b$ $c\ b\ a$
$b\ c\ a$ $a\ b\ c$ $c\ a\ b$	$b\ c\ a$ $c\ a\ b$ $a\ b\ c$	$c\ a\ b$ $b\ c\ a$ $a\ b\ c$	$c\ a\ b$ $a\ b\ c$ $b\ c\ a$	$c\ b\ a$ $a\ c\ b$ $b\ a\ c$	$c\ b\ a$ $b\ a\ c$ $a\ c\ b$

Таблица 3.

Праводиассоциативные квазигруппы $R_y^3 = \varepsilon$

$a\ b\ c$ $b\ c\ a$ $c\ a\ b$		$a\ c\ b$ $b\ a\ c$ $c\ b\ a$		$b\ a\ c$ $c\ b\ a$ $a\ c\ b$	
	$b\ c\ a$ $c\ a\ b$ $a\ b\ c$		$c\ a\ b$ $a\ b\ c$ $b\ c\ a$	$c\ b\ a$ $a\ c\ b$ $b\ a\ c$	

Таблица 4.

Леводиассоциативные квазигруппы $L_y^3 = \varepsilon$

$a\ b\ c$ $b\ c\ a$ $c\ a\ b$	$a\ b\ c$ $c\ a\ b$ $b\ c\ a$				
$b\ c\ a$ $a\ b\ c$ $c\ a\ b$	$b\ c\ a$ $c\ a\ b$ $a\ b\ c$	$c\ a\ b$ $b\ c\ a$ $a\ b\ c$	$c\ a\ b$ $a\ b\ c$ $b\ c\ a$		

Таблица 5.

Диассоциативные квазигруппы $L_y^3 = R_y^3 = \varepsilon$

$a\ b\ c$ $b\ c\ a$ $c\ a\ b$	$b\ c\ a$ $c\ a\ b$ $a\ b\ c$	$c\ a\ b$ $a\ b\ c$ $b\ c\ a$

Простая проверка с помощью таблицы Кэли показывает, что существуют всего 6 праводиассоциативных (леводиассоциативных) квазигрупп 3-го порядка степени 3 (табл. 3, и табл. 4). Из них 3 квазигруппы совпадают с условием диассоциативности степени 3 (табл. 5).

Литература

1. Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп [Текст] / В.Д. Белоусов // М.: Наука, 1967, 223 с.
2. Артамонов В.А. Квазигруппы и их приложения [Текст] / В.А. Артамонов // Чебышевский сборник, 2018, Т. 19., Вып. 2., С. 111-122.
3. Комилов О.О. Латинские квадраты [Текст] / О.О. Комилов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2014, № 1/2(130), С. 64-67.
4. Комилов О.О. Диассоциативные квазигруппы малого порядка [Текст] / О.О. Комилов // Доклады НАН Таджикистана. 2020, Том 63, № 11-12, С. 665-671.

УДК 517.925.7

О КЛАССИФИКАЦИИ РЕШЕНИЙ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СО СТЕПЕННЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ ОБЩЕГО ВИДА

Корчемкина Т.А.
к.ф.-м.н., ст. преподаватель кафедры дифференциальных уравнений,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
(г. Москва, Российская Федерация)
krtaalex@gmail.com

Аннотация. *Рассматриваются решения с положительными начальными данными уравнения третьего порядка со степенными нелинейностями общего вида. В зависимости от значений показателей нелинейности приведены результаты о качественном поведении решений рассматриваемого уравнения в случае потенциала общего вида.*

Ключевые слова: *дифференциальные уравнения, степенная нелинейность, третий порядок, нелинейность относительно производной, качественное поведение решений.*

ON THE CLASSIFICATION OF SOLUTIONS WITH POSITIVE INITIAL DATA TO THIRD ORDER EQUATIONS WITH POWER NONLINEARITIES OF GENERAL VIEW

Korchemkina T.A.
Moscow State University after M.V. Lomonosov

Annotation. *Solutions with positive initial data to third-order differential equations with general power-law nonlinearities are considered. In dependence of the values of nonlinearity exponents qualitative and asymptotic behavior of solutions is obtained.*

Keywords: *differential equations, power-law nonlinearity, third order, nonlinearity with respect to derivatives, qualitative behavior.*

Рассматриваются решения с положительными начальными данными уравнения со степенной нелинейностью общего вида

$$y''' = p(x,y,y',y'')|y|^{k_0}|y'|^{k_1}|y''|^{k_2} sgn(yy'y''), \qquad (1)$$

где $k_0, k_1, k_2 > 0$, а функция $p(x,u,v,w)$ непрерывна по совокупности переменных, липшицева по u, v, w и удовлетворяет неравенствам

$$0 < m \le p(x,u,v,w) \le M < +\infty. \qquad (2)$$

При $k_1 = k_2 = 0$, $sgn(yy'y'') = sgny$ качественные свойства решений изучены И.В. Асташовой в [1], полная асимптотическая классификация решений приведена в [2].

Уравнения высокого порядка, нелинейные относительно младших производных, при $p = p(x)$ изучались В.М. Евтуховым; в частности, в [3] получены достаточные условия существования решения с заданным асимптотическим поведением.

Качественное и асимптотическое поведение решений уравнения второго порядка с нелинейностью общего вида в случае $p = p(x,y,y')$ изучено в [4]. Результаты о качественном и асимпотическом поведении решений уравнения (1) с положительными начальными данными в случае постоянного потенциала $p(x,u,v,w) \equiv p_0 > 0$ приведены в [5], а в случае $p(x,u,v,w) \equiv p_0 < 0$ – в [6].

Теорема. *Пусть* $k_0 + k_1 + k_2 \ne 1$. *Тогда для любого максимально продолженного решения* $y(x)$ *уравнения (1), удовлетворяющего в некоторой точке* x_0 *условиям* $y(x_0) \ge 0, y'(x_0) \ge 0$ и $y''(x_0) > 0$, *характерно следующее поведение вблизи правой границы области определения:*

1. *если* $k_0 + k_1 + k_2 < 1$, *то* $y \to +\infty$, $y' \to +\infty$, $y'' \to +\infty$ *при* $x \to +\infty$;
2. *если* $k_0 + k_1 + k_2 > 1$, $k_2 \le 1$ *и* $k_1 + 2k_2 \le 3$, *то* $y \to +\infty$, $y' \to +\infty$, $y'' \to +\infty$ *при* $x \to x^* < \infty$;
3. *если* $k_2 \le 2$, $k_1 + 2k_2 > 3$, *то* $y \to y *< +\infty$, $y' \to +\infty$, $y'' \to +\infty$ *при* $x \to x^* < \infty$;
4. *если* $k_2 > 2$, *то* $y \to y^* < +\infty$, $y' \to y'^* < +\infty$, $y'' \to +\infty$ *при* $x \to x^* < \infty$.

Исследование выполнено при поддержке РНФ, номер проекта 20-11-20272.

Литература

1. Astashova I. On qualitative properties and asymptotic behavior of solutions to higher-order nonlinear differential equations // WSEAS Transactions on Mathematics. 2017, vol. 16, №5. P. 39-47.
2. Astashova I. On asymptotic classification of solutions to nonlinear regular and singular third- and fourth-order differential equations with power nonlinearity // Differential and Difference Equations with Applications, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. 2016. vol. 164. P. 191-204.
3. Евтухов В.М. Асимптотические представления монотонных решений нелинейного дифференциального уравнения n-го порядка типа Эмдена–Фаулера // Докл. РАН. 1992. Т. 324, №2. С. 258-260
4. Корчемкина Т.А. Асимптотические и качественные свойства решений дифференциальных уравнений с нелинейностями общего вида: дис. канд. физ.-мат. наук. МГУ им. Ломоносова, Москва, 2021 – 107 с.

5. Корчемкина Т.А. Об асимптотическом поведении решений уравнений третьего порядка с постоянным потенциалом и степенными нелинейностями общего вида // Материалы международной научно-практической конференции "Современные проблемы математики и её приложений", Душанбе, Таджикистан. С. 42-44.
6. Korchemkina T.A. On the asymptotic behavior of solutions to third order differential equations with general power-law nonlinearities and positive potential // International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations "QUALITDE – 2021" December 18 - 20, 2021, Tbilisi, Georgia. P. 124-126.

УДК 004.9:631

ИСТИФОДАИ ТЕХНОЛОГИЯИ ИТТИЛООТӢ ВА ИРТИБОТӢ БАРОИ МУАЙЯН НАМУДАНИ ТАЪСИР ВА ЗИЧИИ МАҶМУИ ОМИЛҲО БА ФОИДАИ 1 ГЕКТАР МАЙДОНИ КИШТИ КАРТОШКАИ ҒУНДОШТАШУДА

Қурбонов К.Ю.[1], Бадалова Б.А.[2], Баротов Д.А.[3]
[1] н.и.ф.-м., дотсенти кафедраи технологияҳои иттилоотӣ ва иртиботии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
[2]муаллими калони кафедраи технологияҳои иттилоотӣ дар КСА Донишгоҳи аграрии Тоҷикистон ба номи Ш. Шоҳтемур
[3]н.и.п., муаллими калони кафедраи технологияҳои иттилоотӣ дар КСА Донишгоҳи аграрии Тоҷикистон ба номи Ш. Шоҳтемур
(ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон)
kendja1959@mail.ru

Аннотатсия. *Дар мақола масъалаи муайян намудани таъсир ва зичии маҷмуи омилҳо ба фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташуда бо истифодаи технологияи иттилоотӣ ва иртиботӣ дида баромада шудааст. Муаллифон тасдиқ менамоянд, ки фоидаи майдони кишти картошкаи ғундошташуда баъди зиёд шудани 1 воҳид омилҳои нишондодашуда дар ҳамаи гурӯҳҳо ва дар вилоят афзоиш меёбад, ки вай боиси ҳавасманди шаҳру ноҳияҳои картошкапарварӣ вилояти Суғд мегардад.*

Калидвожаҳо: *технологияи иттилоотӣ ва иртиботӣ, майдони кишти картошка, маҷмӯи омилҳо, муодилаи коррелятсионӣ, муайян намудани таъсир ва зичии маҷмуи омилҳо ба фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташуда.*

ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЛИЯНИЯ И ПЛОТНОСТИ МНОЖЕСТВА ФАКТОРОВ НА ПРИБЫЛЯ 1 ГА УБРАННОЙ ПЛОЩАДИ КАРТОФЕЛЯ

Курбонов К.Ю., Бадалова Б.А., Баротов Д.А.
Таджикский национальный университет
Таджикский аграрный университет имени Ш. Шохтемур

Аннотация. *В стате рассмотрена задача определения влияния и плотности множества факторов на прибыля 1 гектара убранных прощады картофеля с использования* *информационно-коммуникационой технологии. Авторы утверждают, что прибыль от убранных прощады картофеля увеличивается после увеличения на 1 единицу указанных факторов во всех группах и в области, что приводит к стимулировании картофелеводческих городов и районов Согдийской области.*

Ключевые слова: *информационно-коммуникационая технология, посевные прощады картофеля, множества факторов, корреляционный уравнений, определение влияния и плотности множества факторов на прибыля 1 гектара прощады убранных картофеля.*

USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY TO DETERMINE THE INFLUENCE AND DENSITY OF MANY FACTORS ON THE PROFIT OF 1 HECTARE OF THE HARVESTED POTATO AREA

Kurbonov K.U., Badalova B.A., Barotov D.A.
Tajik National University
Tajik Agrarian University after Sh. Shotemur

Annotation. *The article considers the problem of determining the influence and density of many factors on the profit of 1 hectare of harvested potatoes with the information use and communication technology. The authors argue that the profit from harvested potatoes increases after an increase of 1 unit of these factors in all groups and in the region, which leads to stimulation of potato-growing cities and districts of the Sughd region.*

Keywords: *information and communication technology, potato acreage, multiple factors, correlation equations, determination of the influence and density of multiple factors on the profit of 1 hectare of harvested potato acreage.*

Дар Ҷумҳурии Тоҷикистон соҳаи картошкапарварӣ яке аз зерсоҳаҳои асосии соҳаи кишоварзӣ буда, вай дар таъмини аҳолии мамлакат бо маҳсулотҳои кишоварзии аз нигоҳи экологӣ тоза, баланд бардоштани иқтидори иқтисодии соҳа, бо кори доимӣ таъмини аҳолии деҳот накши муҳим дошта, вай ба мутадилгардонии таъминоти озуқаворecho мамлакат, таъмини амнияти озуқаворӣ ва дастрасии аҳолӣ ба ғизои хушсифат мусоидат менамояд. Дар ин васила масъалаи муайян намудани таъсир ва зичии маҷмӯи омилҳо ба фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташуда бо истифодаи усули коррелятсияи маҷмӯи масъалаи муҳим арзёбӣ гардида, яке аз роҳи ҳалли он истифодаи технологияи иттилоотӣ–иртиботӣ ба шумор меравад.

Барои вилояти Суғд рушди соҳаи картошкапарварӣ яке аз масъалаи муҳим буда, вай аз рӯи нишондиҳандаҳои асосӣ муайян карда шуда, яке аз ин нишондиҳандаҳо масоҳати кишти картошка ба шумор меравад. Ҳалли ин масъала бо ташкили кластери(иттиҳоди) соҳаи картошкапарварӣ вобаста буда, асоси онро гурӯҳбандии шаҳру ноҳияҳои картошкапарварӣ ташкил медиҳад [1, с. 61].

Гурӯҳбандии шаҳру ноҳияҳои картошкапарварии вилояти Суғд дар асоси формулаи оморшиноси амрикоӣ Герберт Стёрджесс амали карда шуда, ин формула имконият медиҳанд, ки миқдори оптималии интервалҳо ва қимати тағйирёбии интервали ин гурӯҳбандӣ муайян карда шавад. Барои ҳалли ин масъала истифодаи барномаи амалии Ms Excel мувофиқи мақсад мебошад.

Бо истифодаи формулаи Герберт Стёрджесс ва барномаи амалии Ms Excel дар асоси маълумотҳои омории шаҳру ноҳияҳои картошкапарварии вилояти

Суғд аз рӯи андозаи масоҳати кишти картошка дар солҳои 2014-2020 [2, с. 150-151] мо муайян намудем, ки микдори интервали гурӯҳбандии 14 шаҳру ноҳияҳои картошкапарварии вилояти Суғд ба 5 баробар буда, дар ин давра андозаи масоҳати кишти картошка ба ҳисоби миёна аз 160,5 то 3959,2 гектарро ташкил медиҳад ва қимати тағйирёбии интервали гурӯҳбандӣ дар асоси формулаи Герберт Стёрджесс дар ин 5 гурӯҳ ба 759,7 гектар баробар аст. Натиҷаи ин гурӯҳбандӣ дар ҷадвали 1. нишон дода шудааст.

Аз маълумоҳои ҷадвали 1 дида мешавад, ки бо зиёдшавии масоҳати кишти картошка ҳамаи нишондиҳандаҳои гурӯҳҳо меафзояд. Ба ақидаи мо зиёд намудани масоҳати кишти картошка аз ҳисоби кам намудани масоҳатҳои кишти зироатҳои ба шаҳру ноҳияҳо номувофиқ ва истифодаи заминҳои бекорхобида, тару теппаҳо мувофиқи мақсад мебошад. Қайд намудан зарур аст, ки ба гурӯҳи 1 шаҳри Конибодом ноҳияҳои Айнӣ, Ашт, Б. Ғафуров, Зафаробод, Мастчоҳ, Спитамен, Ҷ. Расулов, ба гурӯҳи 2 шаҳри Исфара ноҳияи Шаҳристон, ба гурӯҳи 3 шаҳри Истаравшан ноҳияи Кӯҳистони Мастчоҳ, ба гурӯҳи 5 шаҳри Панҷакент ноҳияи Деваштич шомил буда, ба гурӯҳи 4 ягон шаҳру ноҳияи картошкапарварӣ дохил нашуданд.

Ҷадвали 1.

Гурӯҳбандии шаҳру ноҳияҳои картошкапарварӣ вилояти Суғд аз рӯи масоҳати кишти картошка

№ гурӯҳҳо	Интервали тағйирёбии гурӯҳҳо аз рӯйи масоҳати кишти картошка, гектар	Микдори шаҳру ноҳияҳо дар гурӯҳ	Масоҳати кишти картошка (ба ҳисоби миёна дар гурӯҳҳо), гектар	Ҳосилнокии картошка (ба ҳисоби миёна) дар гурӯҳҳо, сентнер/ гектар	Ҷамъоварии умумии ҳосили картошка (ба ҳисоби миёна дар гурӯҳҳо), ҳазор тонна	Фурӯши картошка, ҳазор сомонӣ	Арзиши аслии 1 кг картошка дар гурӯҳҳо, сомонӣ	Фоида дар гурӯҳҳо, ҳазор сомонӣ
1.	0-759,7	8	358,6	143,7	5,2	9585,3	1,3	3262,1
2.	759,7-1519,4	2	990,3	221,0	20,9	44121,6	1,4	14560,1
3.	1519,4 -2279,1	2	1968,4	271,5	53,5	118626,0	1,5	39146,6
4.	2279,1-3038,8	-	-	-	-	-	-	-
5.	3038,8 га ва зиёда аз он	2	3862,2	231,7	88,1	189479,0	1,4	62528,1

Манбаъ: Ҳисоби муаллифон дар асоси нишондиҳандаҳои омории Минтақаҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон соли 2021 саҳ. 150-151, 197-198, 220-221.

Муаллифон бо истифодаи барномаи амалии Ms Excel дар асоси ин гурӯҳбандӣ аз рӯи андозаи масоҳати кишти картошка, таъсири маҷмӯи омилҳо: шумораи тракторҳои шудгоркунанда рӯи ҳисоб ба 100 гектар майдони кишт, шумораи агрегати картошкағундор рӯи ҳисоб ба 100 гектар майдони кишт, шумораи агрегати картошкашинон рӯи ҳисоб ба 100 гектар майдони кишт, нархи фурӯши картошка, хароҷотҳо барои 1 гектар майдони кишти картошка ба миқдори фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташударо дар 5 гурӯҳҳои шаҳру ноҳияҳои картошкапарварии вилояти Суғд пайдо мегарданд муайян намуда, дар асоси маълумоти омории солҳои 2014-2020 шаҳру ноҳияҳои картошкапарварӣ вилояти Суғд бо истифодаи формулаи усули коррелятсияи маҷмӯи муодилаи коррелятсионии онро сохтанд, ки вай чунин намуд гирифт:

$$У_{x1,x2,x3,x4,x5} = -0,05+0,0001X_1+0,003X_2+0,018X_3+0,047X_4+0,49X_5,$$

ки дар он $У_{x1,x2,x3,x4,x5}$ – фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташуда, ҳазор сомонӣ/гектар; X_1 – шумораи тракторҳои шудгоркунанда рӯи ҳисоб ба 100 гектар майдони кишт, дона; X_2 – шумораи агрегати картошкағундор рӯи ҳисоб ба 100 гектар майдони кишт, дона; X_3 – шумораи агрегати картошкашинон рӯи ҳисоб ба 100 гектар майдони кишт, дона; X_4 – нархи фурӯши картошка, сомонӣ/кг; X_5 – хароҷотҳо барои 1 гектар майдони кишт ҳазор сомонӣ мебошад.

Аз ин муодилаи коррелятсионӣ дида мешавад, ки фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташуда, бо зиёд шудани 1 воҳид тракторҳои шудгоркунанда – 0,0001 ҳазор сомонӣ/гектар, агрегати картошкакан – 0,003 ҳазор сомонӣ /гектар, агрегати картошкашинон – 0,018 ҳазор сомонӣ /гектар, бо баландшавии 1 сомонӣ нархи фурӯши картошка барои 1 кг – 0,0047 ҳазор сомонӣ/гектар ва бо зиёдшавии хароҷот ба ҳазор сомонӣ ба 1 гектар майдони кишт – 0,49 ҳазор сомонӣ /гектар афзоиш меёбад. Қайд намудан зарур аст, ки нархи фурӯши картошка дар солҳои 2014-2020 ба ҳисоби миёна 2,7 сомониро ташкил медиҳад.

Бо истифодаи барномаи амалии Ms Excel муаллифон зичии фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташударо аз маҷмӯи омилҳои дар боло нишондодашуда, яъне коэффитсиенти детенминатсияро дар асоси истифодаи формулаи коэффисиенти коррелятсияи маҷмӯи муайян намуданд, ки вай ба 45,4 баробар шуд. Ин нишон медиҳад, ки 45,4 % - и фоидаи 1 гектар майдони кишти картошкаи ғундошташуда аз ин омилҳо вобаста аст.

Дар асоси ин муодилаи коррелятсионӣ муаллифон миқдори фоидаи майдони кишти картошкаи ғундошташударо баъди зиёд шудани 1 воҳид омилҳои нишондодашуда дар 5 гурӯҳҳои шаҳру ноҳияҳои картошкапарварии вилояти Суғд аз рӯи андозаи майдони кишти картошка ба даст меоянд ҳисоб намуданд ва натиҷаи он дар ҷадвали 2 оварда шудааст.

Ҷадвали 2.

Афзоиши фоидаи майдони кишти картошкаи ғундошташуда ҳангоми зиёд шудани 1 воҳид маҷмӯи омилҳо, сомонӣ

Гурӯҳҳо	Майдони кишти картошка дар гурӯҳҳо, гектар	Афзоиши фоидаи майдони кишти картошкаи ғундоштащуда ҳангоми зиёд шудани 1 воҳид трактори шудгоркунанда	Афзоиши фоидаи майдони кишти картошкаи ғундош-ташуда ҳангоми зиёд шудани 1 воҳид агрегати картошкағундор	Афзоиши фоидаи майдони кишти картошкаи ғундоштащуда ҳангоми зиёд шудани 1 воҳид агрегати картошкашинон	Афзоиши фоидаи майдони кишти картошкаи ғундоштащуда ҳангоми зиёд шудани 1 сомонӣ нархи фурӯши картошка	Афзоиши фоидаи майдони кишти картошкаи ғундоштащуда ҳангоми зиёд шудани ҳазор сомонӣ хароҷот барои 1 гектар майдони кишт
1.	0-759,7	109,78	3293,48	1976,09	5159,78	5379,34
2.	759,7-1519,4	306,50	9195,00	5517,00	14405,50	15018,50
3.	1519,4 -2279,1	532,83	15984,98	9590,99	25043,13	26108,79
4.	2279,1-3038,8	-	-	-	-	-
5.	3038,8 га ва зиёда аз он	1138,38	34151,25	20490,75	53503,63	55780,38
Дар вилоят		2087,49	62624,70	37574,82	98112,03	102287,01

Сарчашма: Ҷадвал аз тарафи муаллифон дар асоси маълумотҳои Минтақаҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон соли 2021, саҳ. 150-151, 220-221 ва дигар сарчашмаҳо тартиб дода шудааст.

Ҳамин тариқ, таҳқиқот нишон дод, ки фоидаи майдони кишти картошкаи ғундошташуда баъди зиёд шудани 1 воҳид омилҳои нишондодашуда дар ҳамаи гурӯҳҳо ва дар вилоят афзоиш меёбад, ки вай боиси ҳавасманди шаҳру ноҳияҳои картошкапарварӣ вилояти Суғд мегардад.

Адабиёт

1. Қурбонов, К.Ю. Ташкили кластери соҳаи картошкапарварӣ дар вилояти Суғд / К.Ю. Қурбонов, Б.А. Бадалова // Гузоришҳои Академияи илмҳои кишоварзии Тоҷикистон, №1 (67) 2021, саҳ. 61-67. ISSN 2218-1814.
2. Минтақаҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон / Агентии омори назди Президенти Тоҷикистон. – Душанбе. – 2021. – 324 с.

УДК 517.5

НЕРАВЕНСТВА ТИПА ДЖЕКСОНА – СТЕЧКИНА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ С ВЕСОМ ЭРМИТА

Маликов А.М.[1], Тухлиев К.[2]
[1]ст. преподаватель кафедры математического анализа,
Худжандский государственный университет имени Б. Гафурова
[2]д.ф.-м.н., зав. кафедры математического анализа,
Худжандский государственный университет имени Б. Гафурова
(г. Худжанд, Республика Таджикистан)
mumin4mss@gmail.com

Аннотация. *Получены точные неравенства типа Джексона-Стечкина на множествах функций* $L^{(r)}_{2,\rho}(\mathbb{R})$*, связывающих величины наилучших приближений сверху через усреднённые значения обобщенных модулей непрерывности* m*-го порядка, определяемые дифференциальными операторами второго порядка.*

Ключевые слова: *наилучшее приближение, полином Эрмита, неравенства Джексона-Стечкина, обобщенный модуль непрерывности.*

JACKSON-STECHKIN TYPE INEQUALITIES IN A HILBERT SPACE WITH HERMITIAN WEIGHT

Malikov A.M., Tukhliev K.
Khujand State University after B. Gafurov

Annotation. *Exact Jackson–Stechkin type inequalities are obtained on the sets of functions* $L^{(r)}_{2,\rho}(\mathbb{R})$ *that relate the values of the best approximations from above in terms of the averaged values of the generalized moduli of continuity of the m order, which are determined by second order differential operators.*

Keywords: *best approximation, Hermite polynomial, Jackson–Stechkin inequalities, generalized modulus of continuity.*

Пусть $L_{2,\rho} := L_{2,\rho}(\mathbb{R})$, где $\mathbb{R} = (-\infty,+\infty), \rho := \rho(x) = e^{-x^2}$ – пространство вещественных, суммируемых на всей оси $\mathbb{R}$, с квадратом функций f таких, для которых

$$\|f\|_{2,\rho} := \left(\int_{\mathrm{R}} e^{-x^2} |f(x)|^2 dx\right)^{1/2} < \infty$$

Очевидно, что пространство $L_{2,\rho}$ со скалярным произведением

$$(f,g) := \int_{\mathrm{R}} e^{-x^2} f(x)g(x)dx$$

и нормой $\|f\|_{L_{2,\rho}} := (f,f)^{1/2}$ является гильбертовым. Через P_n обозначим подпространство алгебраических полиномов степени не более n,

$$E_{n-1}(f)_{2,\rho} := \inf\left\{ \|f - p_{n-1}\|_{2,\rho} : p_{n-1} \in \mathsf{P}_{n-1}\right\}$$

– величины наилучшего полиномиального приближения функции $f \in L_{2,\rho}$ элементами подпространства P_{n-1}. Хорошо известно [1], что любая функция $f \in L_{2,\rho}$ разлагается в ряд Фурье по полиномам Эрмита

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) H_k(x), \tag{1}$$

где

$$H_k(x) := (-1)^k 2^{-k/2} (k!)^{-1/2} \pi^{-1/4} e^{x^2} \frac{d^k}{dx^k}(e^{-x^2}),$$

$$c_k(f) = \int_{\mathrm{R}} e^{-x^2} f(x) H_k(x) dx$$

– коэффициенты Фурье-Эрмита функции $f \in L_{2,\rho}$, а равенство в (1) понимается в смысле сходимости в $L_{2,\rho}$.

Если через $S_{n-1}(f,x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) H_k(x)$ обозначить частичную сумму $(n-1)$-го порядка ряда (1) функции $f \in L_{2,\rho}$, то

$$E_{n-1}(f)_{2,\rho} = \| f - S_{n-1}(f) \|_{2,\rho} = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) \right\}^{1/2}. \tag{2}$$

Рассмотрим оператор усреднения для функции $f \in L_{2,\rho}$:

$$T_t(f;x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\mathrm{R}} f(x\sqrt{1-t^2} + ty) e^{-y^2} dy, |t| \le 1, \tag{3}$$

для которой в смысле сходимости в $L_{2,\rho}$ справедливо равенство [1]

$$T_t(f;x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f)(1-t^2)^{k/2} H_k(x). \tag{4}$$

Следуя [2], образуем аналоги конечных разностей следующими равенствами

$$\Delta_t^1(f,x) := T_t(f,x) - f(x) = (T_t - E) f(x),$$

$$\Delta_t^m(f,x) := \Delta_t^1(\Delta_t^{m-1}(f,\cdot),x) = (T_t - E)^m f(x) = \sum_{k=0}^{m} (-1)^{m-k} \binom{m}{k} T_t^k(f,x), \tag{5}$$

где $m = 2,3,...,T_t^k := T_t^1(T_t^{k-1}), T_t^1 := T_t, T_t^0 = E$, E – единичный оператор в пространстве $L_{2,\rho}$. Учитывая равенства (1) и (4) и воспользовавшись первым равенством (5), запишем

$$\Delta_t^1(f,x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f)\left((1-t^2)^{k/2} - 1\right)^m H_k(x).$$

Применяя последовательно последнее равенство, получаем

$$\Delta_t^m(f,x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(f)\left((1-t^2)^{k/2} - 1\right)^m H_k(x), \tag{6}$$

откуда, используя равенство Парсеваля, имеем

$$\|\Delta_t^m(f,x)\|_{2,\rho}^2 := \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - (1-t^2)^{k/2}\right)^{2m} c_k^2(f).$$

С.Б.Вакарчук [2] для произвольной функции $f \in L_{2,\rho}$ ввёл в рассмотрение следующую обобщенную модуль непрерывности m-го порядка

$$\tilde{\omega}_m(f,\delta)_{2,\rho} := \sup\left\{ \|\Delta_t^m(f,\cdot)\|_{2,\rho}^2 : |t| \le \delta \right\} = \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2(f)\left(1-(1-\delta^2)^{k/2}\right)^{2m} \right\}. \qquad (7)$$

Пусть $L_{2,\rho}^{(r)} := L_{2,\rho}^{(r)}(\mathbb{R})(r \in \mathbb{Z}_+, L_{2,\rho}^{(0)} \equiv L_{2,\rho})$ – множества функций $f \in L_{2,\rho}$, у которых производные порядка $f^{(r-1)}$ абсолютно непрерывны на любом конечном интервале, а производные r-го порядка принадлежат пространству $L_{2,\rho}$. Всюду далее, ради краткости, полагаем

$$\alpha_{n,r} = n(n-1)\cdots(n-r+1),\ n \ge r,\ n,r \in \mathbb{N}.$$

Тогда имеет место следующие теоремы:

Теорема 1. *Если* $m,n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, n \ge r, 0 < h \le 1$. *Тогда имеет место следующие равенство*

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{\sqrt{2^r \alpha_{n,r}} \cdot E_{n-1}(f)_{2,\rho}}{\left(\frac{1}{h}\int_0^h \tilde{\omega}_m^{1/m}(f^{(r)},t)_{2,\rho}\,dt \right)^m} = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{h}\int_0^h (1-t^2)^{(n-r)/2}\,dt \right)^m}. \qquad (8)$$

А также, при $h=1$ *получаем*

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{\sqrt{2^r \alpha_{n,r}} \cdot E_{n-1}(f)_{2,\rho}}{\left(\int_0^1 \tilde{\omega}_m^{1/m}(f^{(r)},t)_{2,\rho}\,dt \right)^m dt} = \left(1-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\cdot\frac{n-r}{n-r+1}\cdot\frac{\Gamma((n-r)/2)}{\Gamma((n-r+1)/2)} \right)^{-m},$$

где $\Gamma(a)$ *– гамма-функция Эйлера.*

Теорема 2. *Если* $m,n \in \square, r \in \square_+, n \ge r, 0 < h \le 1$. *Тогда справедливо равенство*

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{\sqrt{2^r \alpha_{n,r}} \cdot E_{n-1}(f)_{2,\rho}}{\left(\frac{1}{h}\int_0^h \tilde{\omega}_m^{1/m}(f^{(r)},t)_{2,\rho}\,dt \right)^m} = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{h}\int_0^h (1-t^2)^{(n-r)/2}\,dt \right)^m}.$$

Отметим, что аналогичные экстремальные задачи для обобщенных модулей непрерывности ранее рассматривались в работах [3–5].

Литература

1. Рафальсон С.З. О приближении функций в среднем суммами Фурье-Эрмита. – Изв.вузов. Математика, 1968, 7, с.78-84.
2. Вакарчук С.Б. Приближение функций в среднем на вещественной оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева-Эрмита и поперечники функциональных классов. – Матем.заметки, 2014, т.95, 5, с.666-684.
3. Шабозов М.Ш., Тухлиев К. Неравенства Джексона – Стечкина с обобщёнными модулями непрерывности и поперечники некоторых классов функций. – Труды института математики и механики УрО РАН, 2015, т.21, 4, с.315-331.
4. Тухлиев К. Точные верхние грани отклонения некоторых классов функций от их частных сумм ряда Фурье-Чебышёва в пространстве L_2. I. - Изв. АН РТ, отд. физ.-мат., хим., геол. и тех. н., 2013, №4(153), с.33-46.

5. Маликов А.М. Приближение функций в среднем на всей оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева – Эрмита. Труды международной летней математической Школы-Конференции С.Б. Стечкина по теории функций. РТ, Душанбе, 2016, 15-25 август, с.161-166.

УДК 517.95

ТОЧНОЕ ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

Сафаров Д.С.[1], Курбоназаров С.[2]

[1]д.ф.-м.н., профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава

[2]ассистент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава

(г. Бохтар, Республика Таджикистан)

Аннотация. *В работе для нелинейной эллиптической системы третьего порядка в главной части оператора Лапласа с постоянными отклонениями аргумента найдено решение через эллиптической функции Якоби.*

Ключевые слова: *эллиптическая система, двоякопериодическое решение, мероморфная функция, модуль функции.*

EXACT DOUBLE PERIODIC SOLUTION FOR A CLASS OF NONLINEAR ELLIPTIC SYSTEMS OF EQUATIONS OF THE THIRD ORDER ON THE PLANE

Safarov D.S., Kurbonazarov S.

Bokhtar State University after Nosiri Khusrav

Annotation. *In this paper, for a non-linear third-order elliptic system in the main part of the Laplace operator with constant deviations of the argument, a solution is found in terms of the elliptic function Jacobi.*

Keywords: *elliptic system, doubly periodic solution, meromorphic function, modulus of a function.*

На комплексной плоскости $\mathbb{C}$ рассмотрим эллиптическую систему уравнений третьего порядка в комплексной форме [1], [2]

$$w_{\bar z\bar z\bar z} + \alpha w_{\bar z z} + \beta w_{\bar z\bar z} + \gamma w^2 w_z + \delta w_{\bar z} = 0, \qquad (1)$$

где $z = x + iy$, $2\partial_{\bar z} = \partial_x + i\partial_y$, $2\partial_z = \partial_x - i\partial_y$, $4\partial_{\bar z z} = \partial_{xx} + \partial_{yy}$ $-$оператор Лапласа $4\partial_{zz} = \partial_{xx} - \partial_{yy} - 2i\partial_{xy} -$ дифференциальный оператор Бицадзе, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ $-$постоянные, $w(z)$ $-$искомая.

В монографии [3] дано обобщение аналитической теории линейных уравнений на случай нелинейных уравнений в частных производных. Представлены методы нахождения аналитических решений нелинейных уравнений.

В работе [3], [4], [5] даны применения метод $\wp -$ функции Вейерштрасса и эллиптические функции Якоби к нахождению решений некоторых классов нелинейных эллиптических систем второго и третьего порядка, на плоскости некоторого квазипериодического гомеоморфизма уравнения Бельтрами [2]

$$f_{\bar{z}} - qf_z = 0, \tag{2}$$

удовлетворяющим условиям

$$f(0) = 0, \ \ f\left(z + h_j\right) = f(z) + \omega_j, \ \ j = 1{,}2,$$

причем h_1 , h_2, ω_1, ω_2 − постоянные числа удовлетворяющие условиям $Im(h_2/h_1) \neq 0$, $Im(\omega_2/\omega_1) \neq 0$. Уравнение (1) в новых переменных $u = z + q\bar{z}$, $\bar{u} = \bar{z} + \bar{q}z$

$$w(z) = \varphi(u), \tag{3}$$

$\varphi(u)$ −аналитическая функция по u, то есть, $\varphi_{\bar{u}} = 0$, переходит к уравнению

$$q^3\varphi'''(u) + (\alpha q + \beta q^2)\varphi''(u) + \gamma\varphi^2\varphi'(u) + \delta q\varphi'(u) = 0. \tag{4}$$

При $\alpha = \beta = 0$ это уравнение является модифицированным уравнением Картевега-де Фриза в переменных бегущей волны [6].

Частное решение уравнения (4) будем искать методом разложения по эллиптической функции Якоби в виде

$$\varphi(u) = a_0 + a_1 snu \tag{5}$$

a_0, a_1 −искомые.

Эллиптические функции Якоби snu, cnu, dnu, связаны уравнениями

$$cn^2u = 1 - sn^2u, dn^2u = 1 - k^2sn^2u,$$

k −модуль функции, $0 < k < 1$ и удовлетворяют уравнений

$$(snu)' = cnudnu, \quad (cnu)' = -snudnu, \ \ (dnu)' = -k^2snucnu.$$

Воспользуюсь дифференциальным уравнениям для snu выведем дифференциальные уравнения для $\varphi(u)$. В самом деле

$$\varphi'^2 = a_1^2[1 - (1 + k^2)sn^2u + k^2sn^4u\ ]$$

А, так как, $snu = \frac{1}{a_1}(\varphi - a_0)$, то имеем

$$\varphi'^2 = a_1^2\left[1 - \frac{1 + k^2}{a_1^2}(\varphi - a_0)^2 + \frac{k^2}{a_1^4}(\varphi - a_0)^4\right].$$

Отсюда находим

$$\varphi'' = -(1 + k^2)(\varphi - a_0) + \frac{2k^2}{a_1^2}(\varphi - a_0)^3,$$

$$\varphi''' = -(1 + k^2)\varphi' + \frac{6k^2}{a_1^2}(\varphi - a_0)^2\varphi'.$$

Поставляя эти производные в (4) и приравнивая к нулю коэффициентов при одинаковых степенях φ, φ^2, $\varphi\varphi', \varphi^2\varphi'$ и φ' получим, что функция (5) является решениям уравнения (4), если коэффициенты уравнения (1) и параметры a_0, a_1, q связать условиями

$$\alpha q + \beta = 0,$$

$$-q^3(1 + k^2) - \frac{6q^3k^2}{a_1^2}a_0^2 + \delta q = 0,$$

$$\frac{12q^3k^2}{a_1^2}a_0 = 0, \qquad \frac{6q^3k^2}{a_1^2} + \gamma = 0.$$

Из этих соотношений находим

$$q = -\beta/\alpha,\ a_0 = 0,\ a_1^2 = \frac{6\beta^3}{\alpha^3\gamma}k^2.$$

Так как $|\alpha| \neq 1$, то должно выполнятся $|\alpha| \neq |\beta|$.

Таким образом, справедливо

Теорема. *Пусть в уравнение (1) все коэффициенты отличны от нуля* $|\alpha| \neq |\beta|$ *и* $\gamma > 0,\ \alpha\beta > 0$ *или* $\alpha < 0,\ \alpha\beta < 0$. *Тогда уравнение (1) имеет решения вида*

$$w(z) = \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha\gamma}} \cdot \frac{\beta k}{\alpha} sn^2\left(z - \frac{\beta}{\alpha}\bar{z}\right).$$

где $k,\ \ 0 < k < 1$ *модуль функции* snu.

Такое решение является двоякопериодической мероморфной функцией.

Литература

1. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
2. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. – М.: Физматгиз, 1959 г. – 628 с.
3. Кудряшов Н.А. Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 360с
4. Сафаров Д.С. Двоякопериодические обобщенные аналитические функции и их приложения. – Душанбе, 2010. – 190с.
5. Сафаров Д.С. Об одном обобщении КдФ-уравнения // Сб. научных трудов «Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения». – Киев, 1996. – С. 240.
6. Shikuo Liu, Zuntao Fu, Shida Liu, Qianq Zhao. “Jacobi elliptic function expansion method and periodic wave solutions of nonlinear wave equations”, Physics letter A 289(2001). –pp. 69-74.

УДК 510.6

ПРИМЕНЕНИЕ ТОЖДЕСТВЕННО – ИСТИННЫХ ФОРМУЛ В НАУКЕ И ЖИЗНИ

Собиров А.Ш.
к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры и теории чисел,
Таджикский национальный университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

Аннотация. *Все области математики, физики, химии, биологии и информатики являются естественными науками, и математическая логика сильнее объединяют их со всеми другими научными областями языкознания, юриспруденции, аграрными задачами, и самое главное задач и проблемы здравоохранения. Настоящий доклад рекомендует исследователю особенно студентам, научным сотрудникам и преподавателям, не теряя времени по существу взяться за изучение и практическое применение математической логики, высшей математики, физики и в целом желаемой любимой науки, и профессии.*

Ключевые слова: *высказывание, тождественно-истинность, тавтология, предикат, множество, подмножество, диаграммы Венна.*

APPLICATION OF IDENTICALLY TRUE FORMULAE IN SCIENCE AND LIFE

Sobirov A.Sh.
Tajik National University

Annotation. *All areas of mathematics, physics, chemistry, biology and computer science are natural sciences, and mathematical logic unites them more strongly with all other scientific areas of linguistics, jurisprudence, agrarian problems, and most importantly, health problems. This article recommends that the researcher, especially students, researchers and teachers, without wasting time essentially take up the study and practical application of mathematical logic, higher mathematics, physics and the desired favorite science and profession.*

Keywords: *proposal, identity-truth, tautology, predicate, set, subset, Venn diagrams.*

ИСТИФОДАБАРИИ ФОРМУЛАҲОИ АЙНИЯТӢ – ҲАҚИҚӢ ДАР ИЛМ ВА ҲАЁТ

Собиров А.Ш.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Аннотатсия. *Ҳамаи соҳаҳои математика, физика, химия, биология ва информатика илмҳои дақиқ ва табиатшиносӣ буда, мантиқи математикӣ онҳоро бо ҳамаи соҳаҳои дигари илм, забоншиносӣ, ҳуқуқшиносӣ, вазифаҳои аграрӣ ва аз ҳама муҳимаш масъала ва масъулияти соҳаи тандурустӣ мустаҳкамтар муттаҳид менамояд. Ин гузориш бахусус донишҷӯён, муҳаққиқону омӯзгоронро вазифадор ва водор месозад, ки вақтро аз даст надода, аслан ба омӯзиш ва татбиқи амалии мантиқи риёзӣ, математикаи олӣ, физика ва умуман илму касби дӯстдоштаашон машғул шуда инкишоф диҳанд.*

Калидвожаҳо: *мулоҳиза, айниятан ҳақ, тавтология, предикат, маҷмӯъ, зермаҷмуъ, диаграммаи Венн.*

1. Введение

Каждое грамматическое предложение, каждая математическая и физическая формула, каждая химическая реакция, каждый биологический процесс, каждый рассказ, каждое стихотворение, каждое выступление специалистов в разной области можно характеризовать, комментировать, стандартизировать и усовершенствовать с помощью логических, математических и информационных законов на благо повышения качества знаний, развития и нормального обеспечения населения.

Отметим, что здоровый человек думает, учится, ходит, питается, смотрит, слушает, оценивает и соблюдает истину, избегает от лжи, живёт честно и чисто, всё это является основным лозунгом нормальной жизни, нормального человека.

Излагаемая работа является продолжением статей [2] и [3].

Определение[1]. Логическая формула $\phi(p_1, p_2, \dots, p_n)$ называется тождественно – истинной, если для любого набора значений аргументов $p_1, p_2, \dots, p_n \in \{И, Л\} = \{1, 0\}$ она принимает истинное значение.

Например. 1. $\phi_1(p) = [p \Rightarrow p] \equiv 1$,

2. $\phi_2(p, q) = (p \wedge q) \Rightarrow p \equiv \left(\overline{p \wedge q}\right) \vee p \equiv \overline{p} \vee \overline{q} \vee p \equiv (p \vee \overline{p}) \vee \overline{q} \equiv 1 \vee \overline{q} \equiv 1$.

Логический характер изложенного абзаца до определения отражена математически и логически в сформулированном определении. Поэтому, тема тождественно – истинных формул, т.е. тавтологических формул, применяются во всех сферах науки и жизни всегда.

2. Соответствие тавтологических формул между высказываниями и множествами

Теория множеств является одной из популярных направлений математики. Действительно, изучение различных свойств числовых множеств, свойства развития аграрных задач, развития экономических, производственных, жилищно- – строительных и научно – изобретательских задач, обеспечение местом работы, стандартное использование земельных участков, все связано с законами логики, теории множеств и математики в целом.

Теорема 1. Имеет место тавтологическая формула над множествами:

$$[(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)] \Leftrightarrow [C \subseteq A]. \tag{1}$$

Доказательство. Будем пользоваться логическим определением операций над множествами: $(A \cap B) \cup C = \{\forall x, (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in C\}$.

Введём следующие обозначения: предикат $(x \in A) = p(x)$, предикат $(x \in B) = q(x)$, предикат $(x \in C) = r(x)$, тогда формула (1) принимает следующую предикатную форму:

$$\{[p(x) \wedge q(x)] \vee r(x) \Leftrightarrow p(x) \wedge [q(x) \vee r(x)]\} \Leftrightarrow [r(x) \Rightarrow p(x)]. \tag{2}$$

Докажем эту тавтологическую формулу, отвлекаясь от аргументов, в виде высказываний:

$$[(pq \vee r) \Leftrightarrow p(q \vee r)] \Leftrightarrow (r \Rightarrow p), \tag{3}$$

где умножение букв, означает конъюнкцию между высказывательных букв.

Докажем формулу (3) с помощью таблицы истинности. В первой строке таблицы расположим частичные формулы, вытекающие из формулы (3). Количество наборов значений аргументов будет равняться $2^3 = 8$. Далее выполняем логические операции в таблице истинности:

Таблица 1.

p	q	r	pq	$pq\vee r$	$(q\vee r)$	$p(q\vee r)$	1 $\Leftrightarrow$	$r\Rightarrow p$	2 $\Leftrightarrow$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Последний столбец состоит только из истинных значений, а это есть логическое значение самой формулы (3). Поэтому, все формулы $(3), (2), (1)$ образуют тавтологию. Теперь составим грамматические примеры для формулы (3):

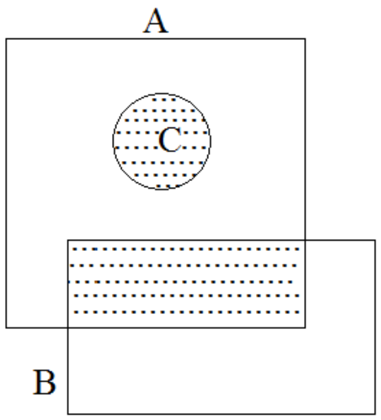
Пример 1. Студент посещает все занятия (p) и готовится всегда (q) или условия учёбы у него дома хорошие (r). ⇔ Студент хорошо готовится (q) или условия учёбы у него дома хорошие (r) и посещает все занятия (p), только при хороших условий дома занимается (r), тогда обеспечивается хорошее посещение (p).

Пример 2. Подозрительный человек – вор (p) и виновник (q) или случайный человек (r). ⇔ Подозрительный человек является виновником (q) или случайным человеком (r) и является вором (p), это случится только, когда случайный человек (r) является вором (p).

Логические структуры формул $(1), (2), (3)$ и оба примера сложные, но теоретический и практический смысл которых обогащают друг – друга.

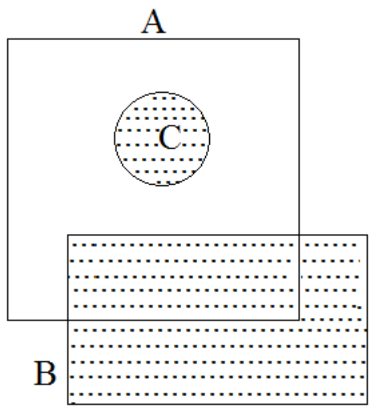
Отметим, что формула (1) доказывается методом преобразования. Действительно, $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ и, учитывая условия $C \subseteq A$, получим $(A \cup C) = A$, поэтому $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$.

Теперь покажем на диаграммах Венна:



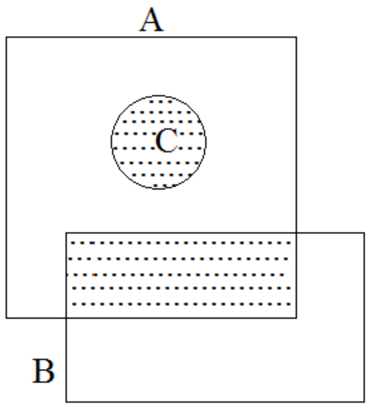
$(A \cap B) \cup C$

Рис. 1.



$B \cup C$

Рис. 2.



$A \cap (B \cup C)$

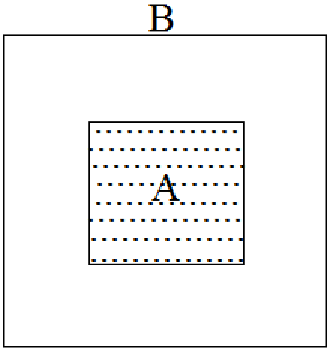
Рис. 3.

Заштрихованные области, то есть соответствующие области первый и третий чертежи совпадают, поэтому, соответствующие операции над множествами совпадают.

Теорема 2. Доказать отношение включения:

$(A \subseteq B) \wedge (C \subseteq D) \wedge (A \cup C) \subseteq (B \cup D)$ (4)

Учитывая участвующих включений, покажем согласно диаграммы Венна:



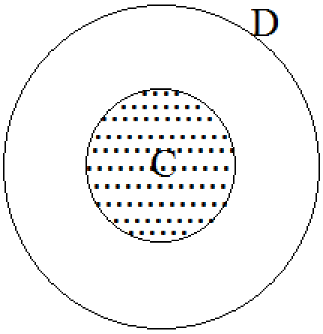


Рис. 4. $A \cup C \subseteq B \cup D$ **Рис. 5.**

Состояние множеств B и D могут быть и другими (возможно пересекаются)

Составленное логическое отношение в виде формулы (4) образует тавтологию. Поэтому указание теоремы верна. Теперь докажем формулы (4) с помощью алгебры высказываний или предикатов. Подобно формулам (1), (2) и (3) ведём высказывательные обозначение, в результате чего формула (4) принимает следующий вид:

$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow [q \vee s]$ (5)

Доказательство введём методом от обратного. Предположим, что формула (5) не является тавтологией, тогда существует такой набор значений аргументов p_0, q_0, r_0, s_0, для которых формула (5), принимает ложное значение:

$$[\{(p_0 \Rightarrow q_0) \wedge (r_0 \Rightarrow s_0) \wedge (p_0 \vee r_0)\} \Rightarrow (q_0 \vee s_0)] = \text{л}$$

Заменим двух внутренних $\Rightarrow$ согласно равносильной формуле: $p \Rightarrow q \equiv \bar{p} \vee q$ [2].

Замечание. 1. Относительно этой равносильной логической формуле Абуали ибн Сино высказал словами;

2. это формула часто применяется при доказательстве равносильных логических, тавтологических, а также математических формул:

$$[(\bar{p}_0 \vee q_0) \wedge (\bar{r}_0 \vee s_0) \wedge (p_0 \vee r_0) \Rightarrow (q_0 \vee s_0)] = \text{л}.$$

Отсюда, согласно определении $\Rightarrow$ получим: основание 1 (истинно) и заключение 0 (ложь), то есть:

$$[(\bar{p}_0 \vee q_0) \wedge (\bar{r}_0 \vee s_0) \wedge (p_0 \vee r_0)] = 1 \text{ и } [(q_0 \vee s_0)] = 0.$$

По определению $\vee$, получим $[q_0] = 0$ и $[s_0] = 0$.

Подставляя эти полученные постоянные высказывания на месте, получим:

$$[(\bar{p}_0 \vee 0) \wedge (\bar{r}_0 \vee 0) \wedge (p_0 \vee r_0)] = 1.$$

Теперь пропустим ложные высказывания: $[(\bar{p}_0 \wedge \bar{r}_0) \wedge (p_0 \vee r_0)] = 1$.

И применим дистрибутивный закон:

$$[\bar{p}_0 \wedge \bar{r}_0 \wedge p_0] \vee [\bar{p}_0 \wedge \bar{r}_0 \wedge r_0] = 1,$$

согласно закона противоречия $p \wedge \bar{p} \equiv 0$, обе скобки дают ложные значения, то есть $0 \vee 0 = 1$, $0 = 1$ – это противоречие говорит о том, что наше предположение не верно, поэтому, составленная формула (5), образует тавтологию.

Таким образом, получили второе логическое доказательство теоремы 2.

Пример для тавтологии (5): Если расширить посев зерновых культур (p), тогда условия жизни населения улучшатся (q) и, если развивать плантации хлопковых полей (r), тогда можно выходить на мировой рынок (s), и в стране будет основание для разработки зерна (p) или хлопка (r), тогда условия жизни населения улучшится (q) или можно выходить на мировой рынок (s).

Литература

1. Шапорев С.Д. Математическая логика Санкт–Петербург, – 2014. – 410 с.
2. Собиров А.Ш., Собирова Г.А. Методика обучения и применения законов тавтологических формул в естественных, математических, юридических и гуманитарных науках. / А.Ш. Собиров, Г.А. Собирова // Вестник Академии образования Таджикистана. – 2020. – №4 (37), с. 149-159.
3. Собиров А.Ш., Собирова Г.А. Методика обучения и применения тождественно-истинных формул в электрических цепях и других сферах науки. Вестник Академии образования Таджикистана. – 2020. – №2 (39), с. 109-117.

УДК 517.55

СИНГУЛЯРНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Усмонов Н.[1], Саидов Б.Б.[2]

[1]д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики,
Таджикский государственный финансово-экономический университет
[2]к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики
Таджикский государственный финансово-экономический университет
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

Аннотация. *В данной статье исследуется сингулярная краевая задача сопряжения для системы уравнения эллиптического типа. Также показано влияние нулей и полюсов коэффициента задачи на характер разрешимости данной задачи.*

Ключевые слова: *аналитическая функция, функция, удовлетворяющая условию Гёльдера, интегральная формула Коши, интеграл типа Коши, теорема Лиувилля, обобщенная теорема Лиувилля, эллиптическая система уравнения, полюс, интерполяционный многочлен, каноническая функция, интегральные уравнения, голоморфная функция, кусочно - голоморфная функция.*

МАСЪАЛАИ КАНОРИИ ҲАМРОҲШУДАИ СИНГУЛЯРӢ БАРОИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ШАКЛИ ЭЛЛИПТИКИДОШТА.

Усмонов Н., Саидов Б.Б.
Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

Аннотатсия. *Дар мақола масъалаи таъсири нулҳо ва қутбҳои масъала ба ҳалли масъалаи канории ҳамроҳшудаи сингулярӣ барои системаи муодилаҳои шакли эллиптикидошта тадқиқ карда шудааст.*

Калидвожаҳо: *функсияи аналитикӣ, функсияҳои шарти Гёлдерро қаноаткунанда, формулаи интегралии Коши, интеграли намуди Коши, теоремаи Лиувилля, теоремаи умумикардашудаи Лиувилля, системаи муодилаҳои эллиптикии қутб, бисёраъзогии интерполятсионӣ, функсияи каноникӣ, муодилаи интегралӣ, функсияи голоморфӣ, функсияҳои қисм-қисм голоморфӣ.*

SINGULAR BOUNDARY PROBLEM OF CONTRACT FOR ELLIPTIC TYPE EQUATION SYSTEM

Usmonov N., Saidov B.B.
Tajik State University of Finance and Economics

Annotation. *In this article, we have analyzed the singular boundary conjugation problem for a system of an equation of elliptic type. In addition, the effect of zeros and poles of the coefficient on the nature of the solvability of the problem is shown.*

Keywords: *analytic function, function satisfying Holder condition, Cauchy integral formula, Cauchy type integral, Lowville theorem, generalized Liouville theorem, elliptic equation system, pole, interpolation polynomial, canonical function, integral equations, holomorphic function, piecewise holomorphic function.*

В начале для дальнейшего сведения приведём некоторые необходимые методы решения из статьи Векуа И. Н [1].

Вводя $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)$ и функцию $U(z) = u(x,y) + iv(x,y)$, систему

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = a \cdot u + b \cdot v + f \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = c \cdot u + d \cdot v + g, \end{cases} \tag{1}$$

запишем в виде одного комплексного уравнения

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot U + B(z) \cdot \bar{U} + C(z). \tag{2}$$

Операцию $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$ нужно понимать и в обобщенном смысле см.[1] стр. 221. Если производная $\frac{\partial U}{\partial \bar{z}}$ в этом смысле существует и непрерывна, то функция $U(z)$ принадлежит классу $C_{\bar{z}}$. В дальнейшем, в уравнении (2) производная $\frac{\partial U}{\partial \bar{z}}$ будет пониматься именно в этом смысле. т.е. уравнение исследуется в классе $C_{\bar{z}}$, и решения её, принадлежащие классу $C_{\bar{z}}$, называются регулярными. Заменой переменного, уравнение (2) приводится к виду

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{z}} = M(z)\cdot\bar{V} + N(z). \tag{3}$$

Здесь главную трудность представляет однородное уравнение

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{z}} = M(z)\cdot\bar{V},$$

и рассматриванием, которого мы и ограничимся.

Запишем эту уравнению в виде

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{z}} = A(z)\cdot\bar{U}. \tag{4}$$

Пусть простые замкнутые гладкие кривые $L_0, L_1, \cdots, L_n$, из которых L_0 содержит внутри себя все остальные и кроме этого пусть L обозначает совокупность этих контуров, т.е. $L = L_0 + L_1 + L_2 + \cdots + L_n$. Область, заключенную внутри L_0 и вне $L_1, \cdots, L_n$, будем обозначать через T или T^+. И совокупность областей, заключённых внутри $L_1, \cdots, L_n$ и кроме этого область, лежащую вне L_0, будем обозначать через T^-. Далее, нам часто будут встречаться в области T, интегралы вида $\iint\limits_L f(\xi,\eta)d\xi\cdot d\eta$ и $dT = d\xi\cdot d\eta$. Напишем этих интегралов в сокращенном виде $\iint\limits_T f(\zeta)\cdot dT$, ($\zeta = \xi + i\eta$ и $dT = d\xi\cdot d\eta$). В области T^+ или T^- произвольную точку обозначим через z, а точки контура L - t, t_0 или τ.

Рассмотрим уравнение (4), где $A(z)$ - заданная непрерывная функция в $T + L$. Всякое регулярное в T и непрерывное в $T + L$ решение уравнения (4) допускает представление

$$U(z) = \Phi(z) + \iint\limits_T \Gamma_1(z,\zeta)\Phi(\zeta)dT + \iint\limits_T \Gamma_2(z,\zeta)\overline{\Phi(\zeta)}dT. \tag{5}$$

Здесь функция $\Phi(z)$, аналитическая в области T и непрерывная в $T + L$, а $\Gamma_1(z,\zeta)$, $\Gamma_2(z,\zeta)$ - резольвенты и они строятся вполне определённым образом по коэффициенту $A(z)$.

Можно снять условия непрерывности $U(z)$ и $\Phi(z)$ в $T + L$, и достаточно требовать интегрируемость в T.

Если взять за $\Phi(z)$ интеграл типа Коши

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{\phi(t)}{t - z}dt,$$

тогда получим обобщенный интеграл типа Коши

$$U(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \Omega_1(z,t)\cdot\phi(t)\cdot dt - \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \Omega_2(z,t)\cdot\overline{\phi(t)}\cdot\overline{dt}, \tag{6}$$

где $\Omega_1(z,t)$, $\Omega_2(z,t)$ ядра. Они непосредственно выражают через резольвенты. При любой интегрируемой функции $\phi(t)$ обобщенный интеграл типа Коши является регулярным решением уравнения (4) в области T.

Резольвента и ядер- $\Gamma_1(z,\zeta)$, $\Gamma_2(z,\zeta)$ и $\Omega_1(z,t)$, $\Omega_2(z,t)$ являются функциями двух комплексных переменных z и ζ в области T и они строятся определённым образом по коэффициенту $A(z)$, и поэтому их можно непрерывно продолжить через контур L на всю плоскость.

Мы подберём такое же продолжение как в [1], причём продолжение, только по одной переменной z.

Нами по точке z во всей плоскости определены Γ_1, Γ_2, Ω_1, Ω_2, и по точке ζ в области T, и они обладают следующими свойствами:

1) они непрерывны во всех точках, кроме точки $z=\zeta$, где Γ_2 и Ω_1 имеют особенность порядка $|z-\zeta|^{-1}$, а Γ_1 и Ω_2 особенность порядка $\lg|z-\zeta|$;
2) принадлежат классу $C_{\bar z}$ по Z в области T, исключая точки $z=\zeta$;
3) голоморфны по z в T^-;
4) исчезают при $z=\infty$ и $\zeta \in L+T$.

Исходя из этих свойств легко видеть, что интегралы

$$\iint_T \Gamma_1(z,\zeta)\cdot\Phi(\zeta)\cdot dT,\ \iint_T \Gamma_2(z,\zeta)\cdot\overline{\Phi(\zeta)}\cdot dT$$

будут функциями параметра z, непрерывными во всей плоскости, класса $C_{\bar z}$ в области T, голоморфными в области T^- и исчезающими на бесконечности.

Теперь, функцию, определяемую формулой (5), можно продолжить в область T^-. Второе и третье слагаемые правой части уже продолжены в области T как аналитические функции. Доопределим ещё функцию $\Phi(z)$ в области T^- как аналитическую функцию, точнее: будем считать в формуле (5), что $\Phi(z)$ кусочно-голоморфная функция по [1]. Тогда формула (5) определит пару функций: в области T^+ регулярное решение уравнения (2), непрерывное вплоть до контура; в области T^- аналитическую функцию, непрерывное вплоть до контура. Эта пара функций является аналогом кусочно-голоморфной функций.

В дальнейшем, говоря коротко, «пару функций», мы будем иметь в виде следующих двух функций: в области T^+ регулярное решение уравнения (2), и аналитическую функцию. Обозначим эти две функции одной буквой $U(z)$.

В силу продолжения ядер, формула (6) будет автоматически продолжена в области T^-. Далее, если функция $\phi(t)$ удовлетворяет условию Гёльдера, тогда существуют предельные значения обобщенного интеграла типа Коши (6) и они даются формулами, аналогичными формулам Сохоцкого:

$$\begin{aligned} U^+(t_0) &= \frac{1}{2}\phi(t_0) + U(t_0) \\ U^-(t_0) &= -\frac{1}{2}\phi(t_0) + U(t_0) \end{aligned} \qquad (7)$$

Лемма. Если функция $U(z)$ регулярное в области T решение уравнения (5), непрерывное в $T+L$ и принимающее на контуре L значения функции, голоморфной вне $T+L$, обращающейся в нуль на бесконечности, тогда всюду в T будет $U(z)=0$ (см.[1]).

Это утверждение, аналогичное теореме Лиувилля, в дальнейшем имееть важное значение. Видно, что голоморфная в T^- функция $f(z)$, о которой идёт речь в этой лемме, также тождественно равна нулю. Действительно, так как $U(z) \equiv 0$ в T, тогда в T будет $U^+(z) \equiv 0$. $f(\infty) = 0$, тогда по формуле Коши, получим $f(z) \equiv 0$. То есть, при условиях леммы тождественно равна нулю одновременно пара функции. Это как раз такая пара функций, о которой шла речь в начале. Итак, лемму можно сформулировать следующим образом:

пара функций, непрерывные во всей плоскости и исчезающие на бесконечности, тождественно равны нулю.

Исходя из формулы (5), можно дать доказательство этому утверждению. В самом деле, пусть $U(z)$ пара функций, непрерывная во всей плоскости, и $U(\infty) = 0$. Тогда, в силу свойств интегралов

$$\iint\limits_T \varGamma_1(z,\zeta) \cdot \varPhi(\zeta) \cdot dT \text{ и } \iint\limits_T \varGamma_1(z,\zeta) \cdot \overline{\varPhi(\zeta)} \cdot dT$$

аналитическая функция $\varPhi(z)$ в формуле (5) тоже будет непрерывной во всей плоскости и $\varPhi(\infty) = 0$. По теореме Лиувилля $\varPhi(z) \equiv 0$. Подставляя это значение $\varPhi(z)$ в формулу (5), получим $U(z) \equiv U_c(z)$, где

$$U_c(z) = C + C \cdot \iint\limits_T \varGamma_1(z,\zeta) dT + \overline{C} \cdot \iint\limits_T \varGamma_2(z,\zeta) dT \tag{8}$$

Это первое обобщение леммы:

пара функций, непрерывные и ограниченные во всей плоскости, тождественно равны $U_p(z)$.

Функции $U_p(z)$ и $U_c(z)$ являются аналогами постоянной C и многочлена $P(z)$. Они вполне определяются двумя свойствами: непрерывностью во всей плоскости и поведением об одной какой-нибудь точке, например, бесконечно удалённой. Отметим, что поведение $U_p(z)$ на бесконечности характеризуется многочленом $P(z)$, $U_p(z)$ и имеет полюс с главной частью $P(z)$.

Определение пары функций по заданному скачку на контуре.

Данная лемма даёт решение простейшей задачи линейного сопряжения, т.е. когда на контуре дано условие $U^+(t) = U^-(t)$, и если $U(\infty) = 0$, тогда решением этой задачи будет $U(\infty) \equiv 0$, а если $U(\infty) = C$, тогда $U(z) = U_c(z)$. Всякое решение, имеющее конечный порядок на бесконечности, имеет вид $U(z) \equiv U_p(z)$

.

Далее рассмотрим второй простейший частный случай задачи линейного сопряжения: нужо найти пару функций $U(z)$, имеющие конечный порядок на бесконечности, если на контуре L они удовлетворяют условию

$$U^+(t) - U^-(t) = \phi(t), \tag{9}$$

где $\phi(t)$ заданная непрерывная функция, удовлетворяющая условию Гёльдера. Полученная формула показывает, что обобщенный интеграл типа Коши (6) является решением этой задачи, причем решением, исчезающим на бесконечности. Чтобы охватить все решения, имеющие конечный порядок на бесконечности, нужно, очевидно, прибавить функцию, непрерывную во всей плоскости, имеющую конечный порядок на бесконечности, и такой функцией является функция $U_p(z)$. В результате, все решения, имеющие конечный порядок на бесконечности, даются формулой

$$U(z)=\frac{1}{2\pi i}\iint_T \Omega_1(z,t)\cdot\phi(t)\cdot dT-\frac{1}{2\pi i}\iint_T \Omega_2(z,t)\cdot\overline{\phi(t)}\cdot\overline{dT}+U_p(z). \qquad (10)$$

Других решений с той же главной частью на бесконечности, задача не имеет. Допустив, что имеется такое решение $U_1(z)$, для разрешимости $U(z)-\chi U_1(z)=\phi(z)$, получим: $\phi^+(t)=\phi^-(t)$ и $\phi(\infty)=0$. По основной лемме $\phi(z)\equiv 0$ т.е. $U_1(z)\equiv U(z)$.

Далее, приступим к рассмотрению сингулярных граничных задач сопряжения для системы $\frac{\partial u}{\partial \bar z}=\phi(z)$.

Здесь рассматривается граничная задача сопряжения для функции $U(z)=u(x,y)+iv(x,y)$, где $u(x,y)$, $v(x,y)$удовлетворяют системе:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial x}-\dfrac{\partial v}{\partial y}=f(x,y),\\[2mm] \dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}=g(x,y).\end{cases}\quad \frac{\partial u}{\partial \bar z}=\phi(x,y) \qquad (11)$$

В работе [1] доказана, что если частные производные $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y}$ являются непрерывными, тогда $\frac{\partial u}{\partial \bar z}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial u}{\partial y}\right)$, в нём рассматривается существенно важный пример функции класса $C_{\bar z}$, вида $F(z)=-\frac{1}{\pi}\iint_T \frac{\phi(T)}{T-z}dT$ (здесь $T=\xi+i\eta$), $dT=d\xi\cdot d\eta$, $\phi(T)=\phi(\xi,z)$. T – область, ограниченная многосвязным контуром L
.

Функция $F(z)$ обладает следующими свойствами:

1) Функция $F(z)$ принадлежит классу $C_{\bar z}=T+L$ причем, $\frac{\partial F}{\partial \bar z}=\phi(z)$;
2) Функция $F(z)$ будет непрерывна во всей плоскости;
3) Функция $F(z)$- аналитическая вне $T+L$, т.е. в T^-;
4) Функция $F(\infty)=0$,

т.е. она удовлетворяет условию Гельдера с показателем как угодно близким к единице, и этим свойством обладает всякая функция класса $C_{\bar z}$.

Если в (12) положим, $U(z)=\Phi(z)+F(z)$, тогда получим

$$\frac{\partial U}{\partial \bar z}=\frac{\partial \Phi}{\partial \bar z}+\frac{\partial F}{\partial \bar z}=\frac{\partial \Phi}{\partial \bar z}+\phi(z),\ \frac{\partial \Phi}{\partial \bar z}=0$$

всюду в T т.е. $\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}=0$, $\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}=0$, $\Phi(z)=U+iV$ аналитическая функция.

$$U(z)=\Phi(z)+F(z) \qquad (12)$$

Пусть в (13) функция $\Phi(z)$ означает кусочно-голоморфную, т.е. $\Phi(z)$ аналитическая функция в областей T^+ и T^-, и она имеет условия граничных значений в $U^+(t)$, $U^-(t)$. Тогда, по формулой (13) функция $U(z)$ будет распространена в T^-, где она будет аналитической и будет иметь условия граничных значений на контуре L: $U^+(t)=\Phi^+(t)+F(t)$, $U^-(t)=\Phi^-(t)+F(t)$. Естественно, следует называть функцию $U(z)$ квазикусочно-голоморфной. Теперь мы переходим к общей линейной граничной задаче линейного сопряжения.

Нужно найти пару функций: $U^+(z)$- регулярное решение (12) в T^+, $U^-(z)$- аналитическая в T^- и имеющая конечный порядок на бесконечности, по условию на контуре

$$U^+(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{d_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}}P_1(t)U^-(t)+g(t) \tag{13}$$

причём, $P_1(t)\neq 0$ на L. Здесь $P_1(t), q(t)\in H$.

В данной работе только будем рассматривать однородную задачу

$$U^+(t)=\frac{\prod\limits_{r=1}^{R}(t-\eta_r)^{d_r}}{\prod\limits_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}}P_1(t)U^-(t), \tag{14}$$

где $\eta_r(r=1,2,\cdots,R)$, $\xi_m(m=1,2,\cdots,M)$- некоторые несовпадающие точки контура и d_r и q_m– целые положительные числа.

Введём обозначений

$$\sum_{r=1}^{R}d_r=d,\ \sum_{m=1}^{M}q_m=q.$$

Из краевого условия (15) видно, что функции $U^+(t)$ и $U^-(t)$ представимы в виде:

$$U^+(z)=\prod_{r=1}^{R}(z-\eta_r)^{d_r}U_1^+(Z),\ U^-(z)=\prod_{m=1}^{M}(t-\xi_m)^{q_m}\cdot Z^{-q}U_1^-(z) \tag{15}$$

Из равенств (15) и (16), будем иметь

$$U_1^+(t)=t^{-q}P_1(t)U^-(t). \tag{16}$$

Подставляя $U^+(t)$, $U^-(t)$ из (13), получим:

$$\begin{gathered}\Phi^+(t)+F(t)=t^{-q}\cdot P_1(t)\cdot\left[\Phi^-(t)+F(t)\right]\\ \Phi^+(t)=t^{-q}\cdot P_1(t)\cdot\Phi^-(t)+\left[t^{-q}\cdot P_1(t)-1\right]\cdot F(t)\end{gathered} \tag{17}$$

Получили задачу линейного сопряжения для кусочно-голоморфной функции $\Phi(z)$. Задачи (17) и (18) эквивалентны в следующем смысле: их решения взаимно однозначно соответствуют формуле

$$U(z)=\Phi(z)+F(z).$$

Решение задачи (18), имеющий конечный порядок на бесконечности, даётся формулой

$$U(z)=\chi(z)\cdot Z^{-q}\left[P(z)+G(z)\right],$$

где

$$\chi(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{\prod(z)}e^{\Gamma(z)} & z\in T^{+}\\ Z^{-\text{æ}-\text{q}}\,e^{\Gamma(z)} & z\in T^{-}\end{cases}\qquad \text{æ}=\operatorname{Ind}P_1(t)\ ,$$

$$G(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_L\frac{t^{-q}\left[P_1(t)-1\right]F(t)}{\chi^{+}(t)(t-z)}dt.$$

и решение (17), имеющий конечный порядок на бесконечности, даётся формулой

$$\begin{aligned}U^{+}(z)&=\prod_{r=1}^{R}(Z-\eta_r)^{d_r}\cdot\chi^{+}(z)\left[P(z)+G(z)\right]+F(z)\\ U^{-}(z)&=\prod_{m=1}^{M}(Z-\xi_m)^{q_m}Z^{-q}\cdot\chi^{-}(z)\left[P(z)+G(z)\right]+F(z).\end{aligned}\tag{18}$$

Будем исследовать решения, исчезающие на бесконечности.

Видно, что

$$G(\infty)=0,\ F(\infty)=0,\ \left[\chi(z)\right]_{z=\infty}=0\ \left(z^{-\text{æ}-\text{q}}\right).$$

1) $\text{æ}-\text{q}>0$. $\chi(z)$ имеет на бесконечности нуль порядок $\text{æ}-\text{q}$, и чтобы была $U(\infty)=0$, нужно взять $P(z)$ степени $\text{æ}-\text{q}-1$.

   Решение $\text{U(z)}=\chi(\text{z})\cdot\left[P_{\text{æ}-\text{q}-1}(\text{z})+G(z)\right]+F(z)$ в этом случае содержит $\text{æ}-\text{q}$ произвольных постоянных.

2) $\text{æ}-\text{q}=0$, $\chi(\infty)=0$. Чтобы $U(\infty)=0$ необходимо $P_{\text{æ}-\text{q}-1}\equiv 0$.

   Тогда решение $\text{U(z)}=\chi(\text{z})\cdot G(z)+F(z)$ единственно.

3) $\text{æ}-\text{q}<0$, $\chi(z)$ имеет на бесконечности полюсь порядка $-\text{æ}-\text{q}$. Значит кроме $P_{\text{æ}-\text{q}-1}\equiv 0$ необходимо ещё, чтобы $G(z)$ имела на бесконечности нуль порядка $-\text{æ}-\text{q}+1$. Это приводит к условиям:

$$\int_L\frac{\left[P_1(t)-1\right]F(t)}{\chi^{+}(t)}\cdot\text{t}^{\text{k}}\text{dt}=0,\quad \text{k}=0,1,\cdots,-\text{æ}-\text{q}-1\tag{19}$$

Только при выполнении условий $-\text{æ}-\text{q}$ разрешимости, задача имеет решение.

Литература

1. Векуа И. Н. Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек. Математический сборник. 1952. Т. 31(73), №2. С. 132-143.

2. Михайлов Л.Г. Учёные записки. Труды физико-математического факультета ТГУ. Сталинабад. 1958. Т. 4, С. 19-28.

3. Михайлов Л.Г. Сингулярные краевые задачи сопряжения // Доклады Российской академии наук. 2002. Т. 387, №3. С. 309-313.

4. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. - М. Наука.: 1977. 640 с.

УДК 517. 55

МАСЪАЛАИ КАНОРИИ РИМАН БО КОЭФФИСИЕНТҲОИ КАНИШДОР ДАР ҲОЛАТИ СИНГУЛЯРӢ

Усмонов Н.[1], Шадманов М.У.[2], Саидов Б.Б.[3]

[1]д.и.ф.-м., профессори кафедраи математикаи олии Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

[2]н.и.ф.-м., и.в. мудири кафедраи математикаи олии Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

[3]н.и.ф.-м., дотсенти кафедраи математикаи олии Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

(ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон)

Аннотатсия. *Дар мақолаи мазкур масъалаи канории Риман дар контури суфтаи сарбаст бо коэффисиентҳои канишдор тадқиқ карда мешавад. Исбот карда шудааст, ки масъалаи канорӣ ҳангоми якҷинса будан ҳалшаванда ва ҳангоми ғайриякчинса будан шарти ҳалшавандагӣ талаб карда мешавад.*

Калимахои калидӣ: *масъалаи канории Риман, функсияи аналитикӣ, функсияи ҷаҳиш, каниши навъи якум, контури суфтаи сарбаст, қутб, бисёразогии интерполятсионӣ.*

ЗАДАЧА РИМАНА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В СИНГУЛЯРНОМ СЛУЧАЕ

Усмонов Н., Шадманов М.У., Саидов Б.Б.

Таджикский государственный финансово–экономический университет

Аннотация. *В данной статье исследуется краевая задача Римана в гладком замкнутом контуре с разрывными коэффициентами в сингулярном случае. Доказано, что краевая задача разрешима, когда она однородная, а когда задача неоднородная, она имеет условие разрешимости.*

Ключевые слова: *краевая задача Римана, аналитическая функция, функция сдвига, разрыв первого рода, гладкий замкнутый контур, полюс, интерполяционный полином.*

RIEMANN PROBLEM WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENTS AND SINGULAR CASE

Usmanov N., Shadmanov M.U., Saidov B.B.

Tajik State University of Finance and Economics

Annotation. *In this article, the Riemann boundary value problem in a smooth closed circuit with discontinuous coefficients in the singular case is studied. It is proved that the boundary problem is solvable when it is homogeneous, and when the problem is inhomogeneous, it is solvable.*

Keywords: *boundary value problem, analytical function, shift function, discontinuity of the first order, dead-end smooth closed contour, pole, interpolation polynomial.*

Ҳолатеро дида мебароем, ки контур аз як соҳаи содаи сарбаст иборат мебошад.

Фарз мекунем, ки функсияҳои $A(t)$ ва $C(t)$ дар шарти канории масъалаи Риман

$$\phi^{+}(t)=\frac{\prod\limits_{k=1}^{\mu}(t-\alpha_k)^{m_k}}{\prod\limits_{j=1}^{\nu}(t-\beta_j)^{P_j}}A_1(t)\cdot\phi^{-}(t)+C(t) \qquad (1)$$

дар ҳама ҷои контури Γ шарти Гёлдорро ба ғайр аз нуқтаҳои $t_1,t_2,\cdots,t_m$, ки онҳо дорои каниши навъи якум мебошанд, қаноат мекунанд. Дар инҷо $\alpha_k(k=1,2,\cdots,\mu)$, $\beta_j(j=1,2,\cdots,\nu)$ – ададҳои натуралӣ мебошанд. Ҳудудҳои тарафҳои чап ва ростро дар нуқтаҳои t_k бо $A(t_k-0)$, $A(t_k+0)$ ва $(A(t_k-0)\neq A(t_k+0))$ ишорат намуда, фарз мекунем, ки шарти канори мазкур ба ғайр аз нуқтаи каниш дар ҳама ҷо иҷрошаванда аст.

Ҳалли масъалаи мазкурро дар синфи функсияҳои дар контур интегронидашаванда ҷустуҷуъ мекунем.

Бигузор $m=\sum\limits_{k=1}^{\mu}m_k$, $p=\sum\limits_{j=1}^{\nu}p_j$ бошад.

Қиматҳои

$$\phi^{-}(z)=\prod_{j=1}^{\nu}(z-\beta_j)^{P_j}\cdot z^{-P}\cdot\phi_1^{-}(z) \qquad (2)$$

-ро ба баробарии (1) гузошта, аз баробарии (2) истифода намуда, баробарии (1) – ро табдил дода, ҳосил мекунем:ҳосил мекунем:

$$\phi^{+}(z)=\prod_{k=1}^{\mu}(t-\alpha_k)^{m_k}\cdot t^{-p}\cdot A_1(t)\cdot\phi_1^{-}(t)+C(t). \qquad (3)$$

Бигузор функсияи $C(t)$ дар атрофи нуқтаи $t=\alpha_k$, m_{k-1} – маротиба дифференсиронида бошад.

Бисёраъзогии $T(t)$-ро чунон тартиб медиҳем, ки шартҳои зеринро қаноат намояд:

$$C^{(i)}(\alpha_k)=T^{(i)}(\alpha_k)\quad(k=1,2,\cdots,\mu;\ i=0,1,2,\cdots,m_{k-1}). \qquad (4)$$

Баробарии (4)-ро ба инобат гирифта, шарти канории (3) чунин менависем:

$$\phi^{+}(t)-T(t)=\prod_{k=1}^{\mu}(t-\alpha_k)^{m_k}t^{-P}\cdot A_1(t)\cdot\phi_1^{-}(t)C(t)-T(t),$$

$$\phi^{+}(t)-T(t)=\prod_{k=1}^{\mu}(t-\alpha_k)^{m_k}\cdot t^{-P}\cdot A_1(t)\cdot\phi_1^{-}(t)+\prod_{k=1}^{\mu}(t-\alpha_k)^{m_k}\cdot C(t),$$

ё ин, ки

$$\phi_1^{+}(t)=t^{-p}\cdot A_1(t)\cdot\phi_1^{-}(t)+C_1(t), \qquad (5)$$

$$\phi_1^{+}(t)=A_2(t)\cdot\phi_1^{-}(t)+C_1(t), \qquad (6)$$

ки дар ин ҷо $A_2(t)=t^{-p}\cdot A_1(t)$ мебошад.

Дар баробарии (6), $A_2(t)=1$ гузошта, масъалаи бо ҷаҳишро ҳосил мекунем

$$\phi_1^{+}(t)-\phi_1^{-}(t)=C_1(t), \qquad (7)$$

ки $C_1(t)$ метавонад дар нуқтаҳои алоҳида дорои каниши навъи якум бошад

$$C_1(t)=\frac{C_1^*(t)}{(t-t_k)^\gamma},\ (\operatorname{Re}\gamma<1),\ C_1^*(t)\in H(\Gamma). \qquad (8)$$

Ҳалли масъалаи мазкур дар синфи функсияҳое, ки дар контур чунин баҳо дода мешаванд, ҷустуҷӯ карда мешавад

$$\left|\phi^\pm(t)\right|<\frac{C_1(t)}{|t-\alpha_k|^\alpha},\ (\alpha<1).$$

Дар асоси формулаҳои Сохотский халли масъала чунин хохад шуд:

$$\phi_1(z)=\int_\Gamma\frac{C_1(t)}{\tau-z}d\tau. \qquad (9)$$

Функсияи фундаменталии ёрирасонро тартиб медиҳем.
Функсияи бисёрқиматаи аналитикиро дар ҳамвории бурридашуда ҳамчун функсияи яккиматаи канишдор дида мебароем.

Функсияи аналитикиро дохил менамоем (ниг. [1], саҳ. 428)

$$(z-z_0)^\gamma \text{ и } (z-t_1)^\gamma,$$

ки дар ин ҷо z_0 нуқтаи соҳаи D^+, t_1 – нуқтаи контури Γ ва $\gamma=\alpha+i\beta$ – ададҳои комплексии ихтиёрӣ мебошанд. Нуқтаҳои z_0, ∞ ва t_1, ∞ нуқтаҳои шохаҳои ин функсия мебошад.

Дар ҳамвории z аз нуқтаи z_0 нисбати нуқтаи t_1 то беохирӣ буриш мегузаронем, ки дар ин ҳамворӣ ҳар дуи ин функсияҳо аналитикӣ мешаванд.

Функсияҳои

$$\omega^+(z)=(z-t_1)^\gamma,\ \omega^-(z)=\left(\frac{z-t_1}{z-z_0}\right)^\gamma \qquad (10)$$

-ро дида мебароем.

Барои ҳамаи нуқтаҳо аз нуқтаи t_1 ҳосил мекунем:

$$\Omega(t)=\frac{\omega^-(t)}{\omega^+(t)}=(z-z_0)^\gamma. \qquad (11)$$

Дар нуқтаи t_1 функсияи $\Omega(t)$ номуайян аст. Бинобар ин, ҳудудҳои онро меёбем

$$\frac{\Omega(t_1-0)}{\Omega(t_1+0)}=\exp^{-2\pi i\gamma}. \qquad (12)$$

Тадқиқотро дар атрофи нуқтаи t_1мегузаронем.

Ишораҳои

$$z-t_1=re^{i\theta}$$

$$(z-t_1)^\gamma=e^{\gamma\ln(z-t_1)}=r^\alpha e^{-\beta\theta}\cdot e^{i(\beta\ln\alpha+\alpha\theta)} \qquad (13)$$

-ро дохил мекунем. Аз баробарии (13) дида мешавад, ки ҳангоми $\alpha\neq0$ будан тартиби функсияи $(z-t_1)^\gamma$аз α вобастагӣ дорад. Агар $\alpha>0$ бошад, он гоҳ он дорои тартиби нулии α буда, ҳангоми $\alpha<0$ будан беохирии тартиби -α ва агар $\alpha=0$ бошад, ин бузургӣ маҳдуд мебошад.

Агар $-1<\alpha<0$ бошад, онгоҳ функсияҳои $\omega^+(t),\omega^-(t)$ дар нуқтаи t_1дорои беохирии тартиби интегронидашавандаро соҳиб мегардад. Дар ибтидо масъалаи якҷинсаи

$$\phi_1^+(t)=A_1(t)\cdot\phi_1^-(t) \tag{14}$$

-ро дида мебароем.

Фарз мекунем, ки коэффисиенти $A_1(t)$ дар нуқтаи t_1 дорои як нуқтаи каниш мебошад.

Қимати

$$\gamma=\frac{1}{2\pi i}\ln\frac{A_1(t_1-0)}{A_1(t_1+0)} \tag{15}$$

-ро гузошта, функсияҳои нави

$$\phi_1^\pm(z)=\omega^\pm(z)\cdot\phi_2^\pm(z) \tag{16}$$

-ро дохил намуда, баробарии (16)-ро ба инобат гирифта, шарти канории зеринро ҳосил мекунем

$$\phi_1^+(t)=A_2(t)\cdot\phi_1^-(t), \tag{17}$$

ки дар ин ҷо $A_r(t)=\dfrac{\omega^-(t)}{\omega^+(t)}\cdot A_1(t)$ мебошад.

$$A_2(t)=\Omega(t)\cdot A_1(t)=(t-z_0)^{-\gamma}\cdot A_1(t). \tag{18}$$

Дар ҳақиқат,

$$\frac{A_2(t_1-0)}{A_2(t_1+0)}=\frac{\Omega(t_1-0)\cdot A_1(t_1-0)}{\Omega(t_1-0)\cdot A_1(t_1+0)}=e^{-2\pi i\gamma}\cdot\frac{A_1(t_1-0)}{A_1(t_1+0)}=1, \tag{19}$$

мебошад, яъне баробарии $A_2(t_1-0)=A_2(t_1+0)$ – бефосилагии функсияи $A_2(t)$-ро ифода менамояд.

Ҳамин тариқ, мо масъалаҳои коффитсиентҳои бефосиладорро ҳосил намудем.

Агар ба монанди [1] муҳокимаронӣ намоем, онгоҳ теоремаи зеринро соҳиб мегардем.

Теорема.

а) Агар $\text{æ}\geq 0$ *бошад, онгоҳ ҳалли умумии масъалаи канории ғайриякҷинса аз* $\text{æ}+1$*хаттӣ вобаста мебошад, ки он тавассути формулаҳои*

$$\phi_2^+(z)=\prod_{k=1}^{l}(z-t_k)^{\gamma_k}\cdot\chi^+(z)\cdot\left[\psi^+(z)+P_{\text{æ}}(z)\right],$$

;

$$\phi_2^-(z)=\prod_{k=1}^{l}\left(\frac{z-t_k}{z-z_0}\right)^{\gamma_k}\cdot\chi^-(z)\cdot\left[\psi^-(z)+P_{\text{æ}}(z)\right],$$

дода мешавад.

б) Агар $\text{æ}<0$ *бошад, онгоҳ масъалаи канории якҷинса дар синфи функсияҳои додашуда ҳалнашаванда буда, масъалаи канории ғайриякҷинса ҳалшаванда аст, агар шарти ҳалшавандагии –* æ *намуди*

$$\int\limits_{\Gamma} \frac{\prod\limits_{k=1}^{l} \left(\tau - t_k\right)^{-\gamma_k} \cdot C_1\left(\tau\right)}{\chi^{+}\left(\tau\right)} \cdot \tau^{j-1} \cdot d\tau \quad \left(j = 1, 2, \cdots, \text{-æ}\right)$$

иҷро гардад.

Адабиёт

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. – М.: Наука. 1977. 640 с.
2. Михайлов Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнения и его применения к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами // Душанбе. Из-во «Дониш». 1963. 183 с.
3. Михайлов Л.Г., Усманов Н. Сингулярные краевые задачи сопряжения. ДАН Россия. 2002. Т. 382, №3. Стр. 309-313.

УДК 519.633.6

О МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ПЛАЗМЕ С ТОКОМ

Фролов А.А.[1], ЧижонковЕ.В.[2]
[1]д.ф.-м.н., с.н.с. лаборатории теории плазменных явлений,
Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук
[2]д.ф.-м.н., профессор кафедры вычислительной математики,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
(г. Москва, Российская Федерация)
chizhonk@mech.math.msu.su

Аннотация. *Построена математическая модель влияния аксиального тока в плазме на цилиндрические нерелятивистские нелинейные колебания. Результатом согласованного взаимодействия электромагнитных полей и частиц является трансформация плазменных колебаний в нелинейную бегущую волну. С помощью схемы метода конечных разностей второго порядка точности проведено численное моделирование бегущей волны. Показано, что скорость волны увеличивается с ростом силы тока, что способствует выносу энергии из первоначальной области локализации колебаний.*

Ключевые слова: *плазма с током, численное моделирование, метод Фурье-Бесселя, метод конечных разностей, плазменные колебания, бегущая волна, эффект опрокидывания.*

ON THE MODELING OF NONLINEAR CYLINDRICAL OSCILLATIONS IN A PLASMA WITH A CURRENT

Frolov A.A., Chizhonkov E.V.
P.N. Lebedev Physical Institute Russian Academy of Sciences
Lomonosov Moscow State University

Annotation. *The mathematical model of the effect of axial current in plasma on cylindrical non-relativistic nonlinear oscillations is constructed. The result of the coordinated interaction of electromagnetic fields and particles is a nonlinear traveling wave. Numerical simulation of a traveling wave is carried out using the scheme of the finite difference method of the second order of* *accuracy. It is shown that the wave velocity increases with an increase in the magnitude of the current, which contributes to the removal of energy from the initial region of localization of oscillations.*

***Keywords:** plasma with current, numerical simulation, Fourier-Bessel method, finite difference method, plasma oscillations, traveling wave, breaking effect.*

Изучение свойств нелинейных колебаний и волн в плазме, как важной области физики нелинейных явлений, представляет не только академический интерес, но также обусловлено возможностью их практического применения для ускорения сгустков заряженных частиц [1] и генерации импульсов терагерцового (ТГц) излучения [2]. Известно, что даже при небольших начальных смещениях электронов из положения равновесия в процессе временной эволюции нелинейных колебаний и волн в плазме происходит их опрокидывание в результате возникновения сингулярности плотности [3].

Впервые опрокидывание нелинейной плазменной волны в плоской одномерной геометрии было рассмотрено в [4], где определена предельная амплитуда электрического поля, до которой волна может существовать и при приближении к которой возмущения плотности электронов становятся бесконечно большими. Что касается плазменных (ленгмюровских) колебаний, то вопрос об их временной эволюции в лагранжевых переменных впервые рассмотрен в работе [5], где было найдено время пересечения траекторий электронов в плоской, цилиндрической и сферической геометрии, что в соответствии с [6, 7] эквивалентно возникновению сингулярности плотности при описании движения среды в переменных Эйлера. Почти одновременно с [5] в публикации [8] было показано, что нерелятивистские плазменные колебания в плоской одномерной геометрии опрокидываются в течение одного колебательного цикла, если начальное значение плотности электронов меньше или равно половине фоновой величины. В работе [9] аналитически и численно решена задача об опрокидывании плазменных колебаний в цилиндрической геометрии и были уточнены результаты, полученные в [5]. Кроме того, в [9] было установлено, что опрокидывание нелинейных цилиндрических плазменных колебаний обусловлено образованием внеосевого максимума плотности, нарастание которого приводит к сингулярности.

При этом существуют наборы параметров плазмы и начальных данных, которые как ускоряют процесс опрокидывания, так и замедляют его. К параметрам, которые приводят к ускорению опрокидывания колебаний, относятся увеличение начальных возмущений плотности электронов и размера области их локализации [9], а также увеличение градиента плотности плазмы [10]. Факторами, замедляющими опрокидывание колебаний, являются их затухание из-за электрон-ионных соударений [11], конечная температура электронов [12] и наличие приложенного внешнего магнитного поля [13, 14]. С точки зрения практического применения первоочередной интерес представляет замедление процесса опрокидывания (стабилизация), т.е. увеличение области гладкости решения.

В связи с этим в докладе предложен новый механизм стабилизации нелинейных цилиндрических плазменных колебаний, который связан с протеканием аксиального электрического тока в плазме. Численно исследовано влияние силы тока на опрокидывание нелинейных колебаний плазмы. Построена соответствующая математическая модель, в рамках которой показано, что с увеличением аксиальной скорости движения электронов происходит быстрое нарастание времени опрокидывания нелинейных радиальных колебаний плазмы. Этот эффект связан с возбуждением в плазме с током азимутального магнитного поля и трансформацией плазменных колебаний в бегущую волну, которая выносит энергию из области локализации начальных возмущений плотности. Следует отметить, что рассматриваемая бегущая волна имеет известный аналог – медленную необыкновенную волну в плазме, находящейся во внешнем постоянном магнитном поле [14, 15]. Обе постановки имеют общий важный аспект – недостающие начальные условия, которые необходимо определять с целью получения волны интересующего типа. Как правило, добавляемые условия находятся из решения специальной вспомогательной задачи.

Технические подробности методов исследования и математические аспекты стабилизации цилиндрических колебаний опубликованы в [16].

Наиболее интересным свойством возбуждаемой нелинейной волны является ее опрокидывание по прошествии некоторого количества периодов. Аналогичный эффект имеет место и в случае отсутствия внешнего магнитного поля, т.е. в случае аксиально-симметричных ленгмюровских колебаний [9, 11].

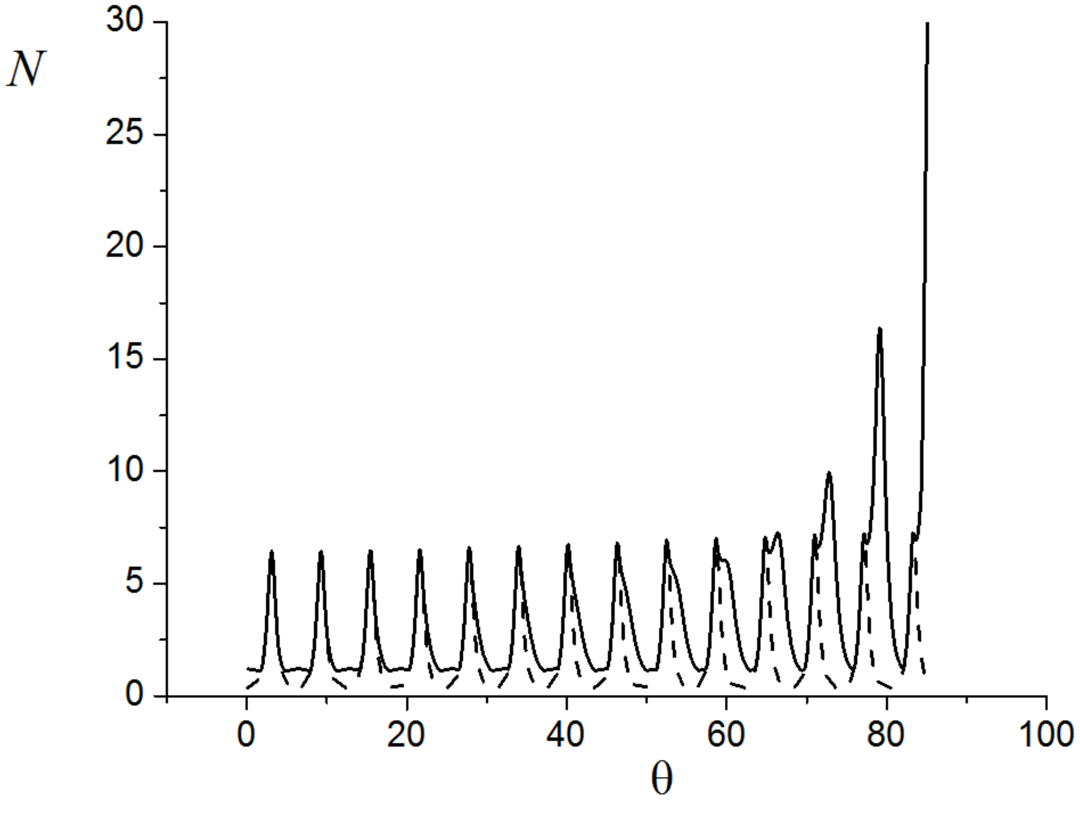


Рис. 1. Динамика плотности плазмы N при V_0=0.3: сплошная линия – максимум по области, пунктирная линия – ось симметрии

Рассмотрим влияние электрического тока при движении электронов со скоростью $V_0 = 0.3$ на эффект опрокидывания возбуждаемой волны. На рис. 1 пунктиром изображено для электронной плотности изменение во времени в начале координат, а сплошной линией – динамика максимального по области значения. Влияние тока в плазме приводит к значительному (практически в два раза) уменьшению амплитуды колебаний на оси симметрии по сравнению с его отсутствием. Сначала колебания носят регулярный характер, т.е. глобальные по области максимумы и минимумы плотности сменяют друг друга через половину периода и располагаются в начале координат. После одиннадцатого регулярного (центрального) максимума в момент времени $\theta \approx 66.4$ возникает новая структура – внеосевой максимум электронной плотности, по величине сравнимый с ближайшим регулярным. Далее в течение двух следующих периодов он монотонно возрастает, а затем в $\theta_{br} \approx 85.2$ на его месте возникает сингулярность электронной плотности. Следует обратить внимание, что движение электронов со скоростью $V_0 = 0.3$ позволило задержать по времени опрокидывание практически в два раза. Напомним, что при отсутствии тока этот эффект наблюдался в момент времени $\theta_{br} \approx 45.7$ [17].

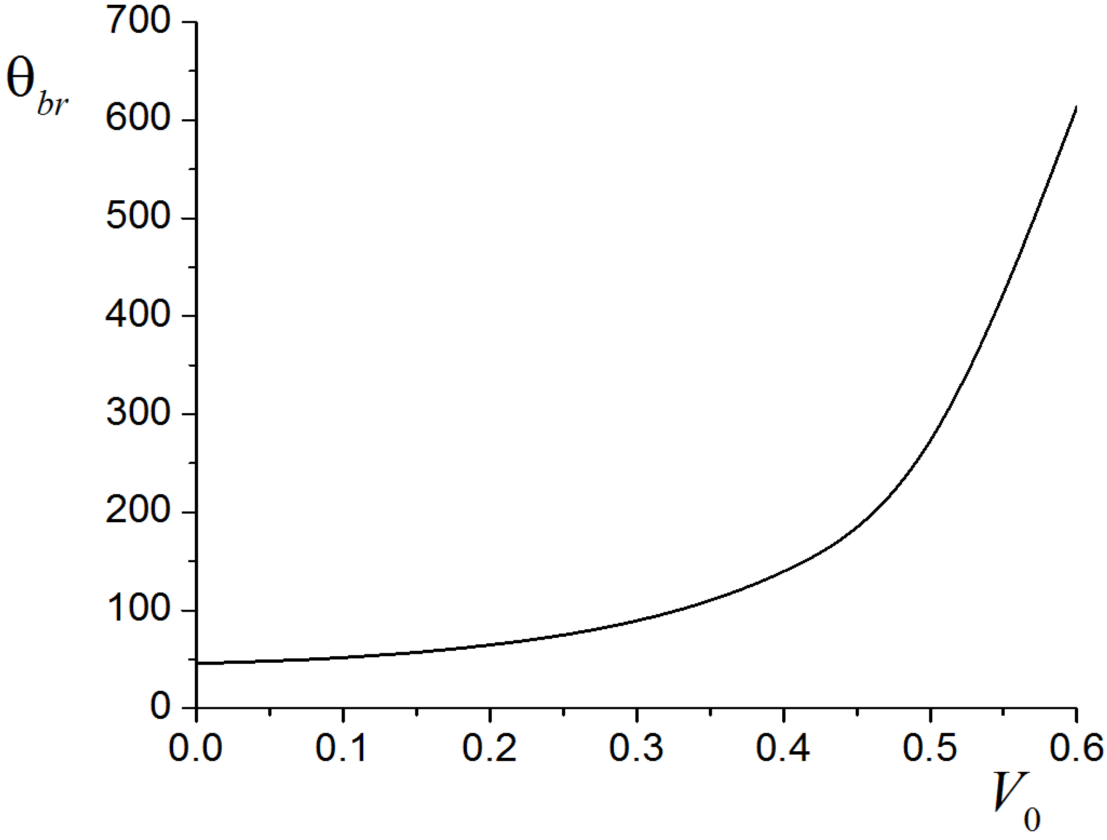


Рис.2. Зависимость времени опрокидывания колебаний θ_{br} от скорости электронов V_0.

Асимптотическое запаздывание по времени эффекта опрокидывания легко заметить при увеличении величины тока. Качественно процесс опрокидывания практически не изменяется, однако увеличение силы тока «растягивает» этот процесс во времени. На рис.2 изображена зависимость времени опрокидывания от величины V_0. Можно предположить, что нарастание времени опрокидывания с ростом величины тока связано с увеличением групповой скорости нелинейной волны, которая является аналогом медленной необыкновенной волны в плазме при постоянном магнитном поле. Подобный эффект стабилизации уже наблюдался в процессе опрокидывания плоской релятивистской медленной необыкновенной волны [13].

Рассмотренная в докладе трансформация плазменных колебаний в бегущую волну в плазме с током может быть использована в практических целях для генерации излучения в ТГц диапазоне частот, если плотность электронов варьируется в интервале $N_{0e}=(10^{17}\div10^{19})$см$^{-3}$. Так как частота бегущей волны в размерных переменных имеет вид $\omega=\omega_p\left(1-V_0^2\right)^{1/4}$, то есть зависит от скорости электронов, это позволяет генерировать перестраиваемое по частоте ТГц излучение.

Литература

1. *E. Esarey, C. B. Schroeder and W. P. Leemans.* Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators // Rev. Mod. Phys., 2009, v.81, p. 1229-1285.
2. *P. Salen, M. Basini, S. Bonetti et al.* Matter manipulation with extreme terahertz light: Progress in enabling THz technology // Phys. Reports, 2019, v.836-837, p. 1-74.
3. *R.C. Davidson.* Methods in nonlinear plasma theory. – New-York & London: Academic Press, 1972, 356 p.
4. *А.И. Ахиезер, Р.В. Половин.* К теории волновых движений электронной плазмы // ЖЭТФ, 1956, т.30, №5, с. 915-928.
5. *J.M. Dawson.* Nonlinear electron oscillations in a cold plasma // Phys. Review, 1959, v.113, №2, p. 383-387.
6. *Я.Б. Зельдович, А.Д. Мышкис.* Элементы математической физики. - М. Наука, 1973, 352 с.
7. *Я.Б. Зельдович, А.В. Мамаев, С.Ф. Шандарин.* Лабораторное наблюдение каустик, оптическое моделирование движения частиц и космология // УФН, 1983, т.139, №3, с. 153-163.
8. *М.Н Конюков.* Нелинейные электронные ленгмюровские колебания в плазме // ЖЭТФ, 1959, т.37, №3, с. 799-801.
9. *Л.М. Горбунов, А.А. Фролов, Е.В. Чижонков, Н.Е. Андреев.* Опрокидывание нелинейных цилиндрических колебаний плазмы // Физика плазмы, 2010, т.36, № 4, с. 375-386.
10. *A.A. Frolov and E.V. Chizhonkov.* Langmuir oscillations breaking in inhomogeneous plasma // Phys. Plasmas, 2021, v.28, №9. p. 092304-7.
11. *А.А. Фролов, Е.В. Чижонков.* Влияние электрон-ионных соударений на опрокидывание цилиндрических плазменных колебаний // Математическое моделирование, 2018, т.30, №10, с. 86-106.
12. *E.V. Chizhonkov and A.A. Frolov.* Influence of electron temperature on breaking of plasma oscillations // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2019, v.34, №2, p. 71-84.

13. *А.А. Фролов, Е.В. Чижонков.* Об опрокидывании медленной необыкновенной волны в холодной магнитоактивной плазме // Матем. моделирование, 2021, т. 33, №6, с. 3-16.
14. *А.А. Фролов, Е.В. Чижонков*. О моделировании цилиндрической медленной необыкновенной волны в холодной магнитоактивной плазме // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2022, т.62, №5, с. 173-189.
15. *В.Л. Гинзбург, А.А. Рухадзе*. Волны в магнитоактивной плазме. – М.: Наука, 1975, 256 с.
16. *А.А. Фролов, Е.В. Чижонков.* О стабилизации нелинейных цилиндрических колебаний в плазме с током // Математическое моделирование, 2022, т.34, №12, с. 43-58.
17. *Е.В. Чижонков.* Математические аспекты моделирования колебаний и кильватерных волн в плазме. - М.: Физматлит, 2018, 256 с.

УДК 517.5

НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ХАРДИ

Шабозов М.Ш.[1], Юсупов Г.А.[2]
[1]д.ф.-м.н., профессор кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений, Таджикский национальноый университет
[2]д.ф.-м.н., зав. кафедры математического анализа,
Таджикский государственный педагогический университет имени С. Айни
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
shabozov@mail.ru

Аннотация. *В пространстве Харди* H_q $(1\le q\le\infty)$ *найдено точное неравенство между наилучшим приближением* $E_{n-1}(f)$ *аналитических в единичном круге функций* $f\in H_q$ $(1\le q\le\infty)$ *и наилучшим приближением* $E_{n-m-1}(f^{(m)})_{q,R}$ *производной m-го порядка* $f^{(m)}\in H_{q,R}$ $(1\le q\le\infty,\ R\ge 1)$ *аналитических в круге радиуса* $R\ge 1$*. Вычислены точные значения бернштейновского и колмогоровского n-поперечников некоторых классов функций, задаваемых усреднённым значением модулей непрерывности первого порядка.*

Ключевые слова: *пространство Харди, приближение.*

BEST APPROXIMATION OF FUNCTIONS IN THE HARDY SPACE

Shabozov M.Sh., Yusupov G.A.
Tajik National University,
Tajik State Pedagogical University after S. Aini

Annotation. *In the Hardy space Hq* $(1\le q\le\infty)$*, an exact inequality is found between the best approximation* $E_{n-1}(f)$ *of functions* $f\in Hq$ $(1\le q\le\infty)$ *analytic in the unit circle and the best approximation* $E_{n-m-1}(f^{(m)})_{q,R}$ *m-th order derivative* $f^{(m)}\in H_{q,R}$ $(1\le q\le\infty,\ R\ge 1)$ *analytic in a circle of radius* $R\ge 1$*. The exact values of the Bernstein and Kolmogorov n-widths of some classes of functions given by the average value of the first-order moduli of continuity are calculated.*

Keywords: *Hardy space, approximation.*

Пусть $U_R := \{z \in \mathbb{C}: |z| < R\}$ — круг радиуса $R \geq 1$ в комплексной плоскости $\mathbb{C}$, а $A(U_R)$ – множество аналитических в U_R функций. Для произвольной функции $f \in A(U_R)$ при $0 < \rho < R$ положим [1]

$$M_q(f,\rho) := \begin{cases} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(\rho e^{(it)})|^q dt \right)^{\frac{1}{q}}, & \text{если } 1 \leq q < \infty; \\ \max\limits_{0 \leq t < 2\pi} \left| f(\rho e^{it}) \right|, & \text{если } q = \infty, \end{cases}$$

где интеграл понимается в смысле Лебега. Символом $H_{q,R}, 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$ обозначим банахово пространство Харди, состоящее из функций $f \in A(U_R)$, для которых конечна норма

$$\| f \|_{q,R} := \| f \|_{H_{q,R}} = \lim_{\rho \to R-0} M_q(f,\rho).$$

Норма реализуется на угловых граничных значениях функций $f \in H_{q,R}$, где

$$\| f \|_{q,R} = \begin{cases} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(Re^{it})|^q dt \right)^{1/q}, & 1 \leq q < \infty; \\ ess\sup\{|f(Re^{it})|: 0 \leq t < 2\pi\}, & q = \infty. \end{cases}$$

Пусть $\mathcal{P}_n$ – множество алгебраических комплексных полиномов степени не выше n. Равенством

$$E_{n-1}(f)_{q,R} := \inf\left\{ \| f - p_{n-1} \|_{q,R} : p_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \right\}$$

определим наилучшее приближение функций $f \in H_{q,R}$ элементами множества $\mathcal{P}_{n-1}$ в пространстве $H_{q,R}$ $(1 \leq q \leq \infty, R \geq 1)$. Производную -го порядка функций $f \in A(U_R)$ определим как обычно

$$f^{(m)}(z) := d^m f(z)/dz^m = \sum_{k=m}^{\infty} \alpha_{k,m} z^{k-m},$$

где

$$\alpha_{k,m} := k(k-1)\ldots(k-m+1), \qquad k \geq m, k, m \in \mathbb{N}, \alpha_{k,0} = 1, \alpha_{k,1} = k.$$

Имеет место следующая

Теорема 1. *Для любых чисел* $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{Z}_+, R \geq 1$ *при любом* $1 \leq q \leq +\infty$ *справедливо неравенство*

$$E_{n-1}(f)_q \leq \frac{R^{-(n-m)}}{\alpha_{n,m}} \cdot E_{n-m-1}(f^{(m)})_{q,R}, \qquad (1)$$

и знак равенства в (1) достигается для функции $f_0(z) = z^n$.

Следствие. *В условиях теоремы 1 имеет место равенство*

$$\sup_{f \in H_{q,R}^{(m)}} \frac{E_{n-1}(f)_q}{E_{n-m-1}(f^{(m)})_{q,R}} = \frac{1}{R^{n-m}\alpha_{n,m}}.$$

Через $W^{(m)}H_{q,R} (m \in \mathbb{Z}_+, W^{(0)}H_{q,R} \equiv H_{q,R},\ 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1)$ обозначим множество функций $f \in H_{q,R}^{(m)}$, у которых $\| f^{(m)} \|_{q,R} \leq 1$.

Теорема 2. *Для любых чисел* $n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}_+, n > m$ *при любых* $1 \leq q \leq \infty$, $R \geq 1$ *справедливо равенство*

$$E_{n-1}(W^{(m)}H_{q,R}) = \sup\{E_{n-1}(f)_q \colon f \in W^{(m)}H_{q,R}\} = \frac{R^{-(n-m)}}{\alpha_{n,m}}.$$

Для произвольной функции $f \in H_{q,R}^{(m)}$ модуль непрерывности первого порядка производной $f^{(m)}$ определим равенством

$$\omega(f^{(m)}, t)_{q,R} := \sup_{|h| \leq t} \left\| f^{(m)}(Re^{i(\tau+h)}) - f^{(m)}(Re^{i\tau}) \right\|_q.$$

Имеет место следующая

Теорема 3. *Пусть* $n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}_+, n > m, 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$. *Тогда для произвольной функции* $f \in H_{q,R}^{(m)}$ *справедливо неравенство*

$$E_{n-1}(f)_q \leq \frac{n-m}{4R^{n-m}\alpha_{n,m}} \int\limits_0^{\pi/(n-m)} \omega(f^{(m)}, t)_{q,R} dt,$$

которое обращается в равенство для функции $f_0(z) = z^n \in H_{q,R}^{(m)}$.

Пусть S – единичный шар в H_q; $\mathfrak{M}$ – выпуклое центрально-симметричное множество из H_q; $\mathcal{L}_n \subset H_q$ – n-мерное подпространство. Величины

$$b_n(\mathfrak{M}; H_q) = \sup\{\sup\{\varepsilon > 0 \colon \varepsilon S \cap \mathcal{L}_{n+1} \subset \mathfrak{M}\} \colon \mathcal{L}_{n+1} \subset H_q\},$$
$$d_n(\mathfrak{M}; H_q) = \inf\{\sup\{\inf\{\, \| f - \varphi \| : \varphi \in \mathcal{L}_n\} \colon f \in \mathfrak{M}\} \colon \mathcal{L}_n \subset H_q\}$$

называют соответственно бернштейнтовским и колмогоровским - поперечниками множества в H_q. Указанные n-поперечники монотонны по n и связаны неравенством (см., напр., [2])

$$b_n(\mathfrak{M}, H_q) \leq d_n(\mathfrak{M}, H_q).$$

Пусть функция $\Phi(u)$ определена, неотрицательна, выпукла вниз на отрезке $[0, \pi]$, $\lim_{u \to 0+} \Phi(u) = \Phi(0) = 0$ и для любых $\lambda \in [0,1]$ и $t \in (0, \pi]$ удовлетворяет неравенству

$$2\sin^2\frac{\pi}{4}\lambda \leq \frac{\Phi(\lambda t)}{\Phi(t)} \leq \frac{\lambda}{\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\lambda}. \qquad (2)$$

Класс $W_{q,R}^{(m)}(\Phi)$ состоит из всех функций $f \in H_{q,R}^{(m)}$, для которых при любых $k \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}_+, k > m$ выполняется условие

$$\int\limits_0^{\pi/k} \omega(f^{(m)}, t)_{q,R} dt \leq \Phi(\pi/k).$$

Отметим, что в работе [3] показано, что среди всех функций $\Phi(t) := t^{1+\alpha}$, где $0 \leq \alpha \leq 1$, только одна функция со значением $\alpha = \pi/2 - 1$ удовлетворяет ограничению (2).

Сформулируем наш основной результат в виде следующей теоремы.

Теорема 4. *Пусть* $R \geq 1$, $1 \leq q \leq \infty$, $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{Z}_+$, $n >$ *и мажоранта Φ удовлетворяет ограничению (2). Тогда справедливы равенства*

$$b_n(W_{q,R}^{(m)}(\Phi); H_q) = d_n(W_{q,R}^{(m)}(\Phi); H_q) = \frac{n-m}{4R^{n-m}\alpha_{n,m}} \Phi\left(\frac{\pi}{n-m}\right).$$

Литература

1. Шабозов М.Ш. Юсупов Г.А., Заргаров Дж.Дж. О наилучшей совместной полиномиальной аппроксимации функций и их производных в пространстве Харди // Труды Института математики и механики УрО РАН, 2021, т.27, №4, с.239-254.
2. Pinkus A. n-Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag. Heidelberg. New York. Tokyo, 1985, 252 p.
3. Тайков Л.В. Наилучшие приближения дифференцируемых функций в метрике пространства L_2 // Матем. заметки, 1977, т.22, №4, с.535-542.

УДК 517.95

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ОДНОЙ НАГРУЖЕННОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РЕГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Шамсудинов Ф.М.[1], Каримова Н.Ш.[2]
[1]д.ф.-м.н., профессор кафедры математического анализа,
Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава
(г. Бохтар, Республика Таджикистан)
[2]к.ф.-м.н., зав. кафедрой математического анализа,
Кулябский государственный университет имени Абуабдулло Рудаки
(г. Куляб, Республика Таджикистан)
faizullo100@yahoo.com

Аннотация. *В работе рассматривается система из трёх дифференциальных уравнений с двумя независимыми переменными, причём эти уравнения связаны в силу неизвестной функции. Для рассматриваемой системы получены представления многообразия решений при помощи одной произвольной постоянной и доказана однозначная разрешимость начальной задачи* K_1.

Ключевые слова: *переопределённая система, нагруженный, регулярный коэффициент, многообразия решений, прямоугольник.*

ON THE STUDY OF A LOADED SYSTEM OF SECOND-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH REGULAR COEFFICIENTS

Shamsudinov F.M., Karimova N.Sh.
Bokhtar State University after Nosiri Khusrav
Kulob State University after Abuabdullohi Rudaki

Annotation. *The paper considers a system of three differential equations with two independent variables, and these equations are connected by virtue of an unknown function. For the system under consideration, representations of the variety of solutions are obtained using one arbitrary constant and the unambiguous solvability of the initial problem* K_1 *is proved.*

Keywords: *overdetermined system, loaded, regularity coefficient, manifold solution, rectangle.*

Пусть D прямоугольник

$$D = \{(x, y):\ 0 < x < \delta_1,\ \ 0 < y < \delta_2\}.$$

Далее обозначим

$$\Gamma_1 = \{y = 0,\ \ 0 < x < \delta_1\},\ \ \Gamma_2 = \{x = 0,\ \ 0 < y < \delta_2\}.$$

В области D рассмотрим систему следующего вида

$$\begin{cases} u_{xy} + a_1(x,y)u_x + b_1(x,y)u_y + c_1(x,y)u + +d_1(x,y)u(x_0,y_0) = f_1(x,y), \\ u_x + a_2(x,y)u + d_2(x,y)u(x_0,y_0) = f_2(x,y), \\ u_y + b_2(x,y)u + d_3(x,y)u(x_0,y_0) = f_3(x,y), \end{cases} \tag{1}$$

где $a_j(x,y), b_j(x,y), j = 1{,}2;\ c_1(x,y), d_k(x,y), f_k(x,y),\ k = \overline{1{,}3}$ – заданные функции, $u(x,y)$ – искомая функция, $u(x_0,y_0)$ – след значение решения в точке (x_0,y_0).

Нагруженным дифференциальным уравнениям и переопределённым системам с регулярными и сингулярными коэффициентами посвящены работы [1-8].

Как отмечено в [5] многие явления в сложных эволюционных системах с памятью существенно зависят от предыстории этой системы. Эти явления, как правило описываются нагруженными дифференциальными уравнениями.

В настоящей работе на основе способов разработанных в [2–5] для системы уравнений (1), получено единственное решение.

В дальнейшем обозначим через $C_2(D)$ класс функции, которые имеют непрерывные производные первого порядка в D и такие, что $\mathrm{u}_{xy} \in C(D)$.

Пусть третье уравнение системы (1) является главным. Тогда решение третьего уравнения, согласно [3] запишем в виде

$$u(x,y) = exp\left[-W_{b_2}(x,y)\right]\left(\varphi_1(x) + \int_0^x \left(f_3(x,s) - \right.\right.$$

$$\left.\left. -d_3(x,s)u(x_0,y_0)\right)exp\left[W_{b_2}(x,s)\right]ds\right) \equiv K_1\left(\varphi_1(x), f_2(x,y)\right), \tag{2}$$

где

$$W_{b_2}(x,y) = \int_0^y b_2(x,s)\,ds.$$

Решение третьего уравнения, подставляя в первое и второе уравнение системы (1), после некоторых упрощений для нахождения произвольной функций $\varphi_1(x)$ получим обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$\varphi_1'(x) + a_2(0,x)\varphi_1(x) = f_2(x,0) - d_2(x,0)u(x_0,y_0). \tag{3}$$

Решение уравнение (3) запишем в

$$\varphi_1(x) = exp\left[-W_{a_2}(x,0)\right]\left(c_1 + \int_0^x \left(f_2(t,0) - d_2(t,0)u(x_0,y_0)\right) \times \right.$$

$$\left. \times\, exp\left[W_{a_2}(t,0)\right]dt\right) \equiv N_1\left(c_1, f_2(x,0), u(x_0,y_0)\right), \tag{4}$$

где

$$W_{a_2}(x,0) = \int_0^x a_2(t,0)\,dt.$$

В равенстве (2) вместо $\varphi_1(x)$подставляя ее значения из (4), после некоторых упрощений получим решение третьей уравнение системы (1) в виде

$$u(x,y)=A_1(x,y)c_1+B_1(x,y)u(x_0,y_0)+C_1(x,y), \qquad (5)$$

где

$$A_1(x,y)=exp\left[-W_{b_2}(x,y)-W_{a_2}(x,0)\right],$$

$$B_1(x,y)=-exp\left[-W_{b_2}(x,y)-W_{a_2}(x,0)\right]\int_0^x d_2(t,0)\,exp\left[W_{a_2}(t,0)\right]dt-$$

$$-exp\left[-W_{b_2}(x,y)\right]\int_0^y d_3(x,s)\,exp\left[W_{b_2}(x,s)\right]ds,$$

$$C_1(x,y)=exp\left[-W_{b_2}(x,y)-W_{a_2}(x,0)\right]\int_0^x f_2(t,0)\,exp\left[W_{a_2}(t,0)\right]dt+$$

$$+exp\left[-W_{b_2}(x,y)\right]\int_0^y f_3(x,s)\,exp\left[W_{b_2}(x,s)\right]ds.$$

Из равенства (5) при $x=x_0,\ y=y_0$ получим уравнение

$$A_1(x_0,y_0)c_1+(B_1(x_0,y_0)-1)u(x_0,y_0)=-c_1(x_0,y_0). \qquad (6)$$

Для определения постоянной c_1 ставим следующую задачу с начальными данными A_1.

Задача $\boldsymbol{K_1}$. Требуется найти решение системы уравнений (1) из класса $C_2(D)$ по начальному условию

$$u(x_1,y_1)=q_1, \qquad (7)$$

где q_1 – заданная известная постоянная.

Используя интегральное представление решений (5) и условию (7), получим уравнение

$$A_1(x_1,y_1)c_1+B_1(x_1,y_1)u(x_0,y_0)=m_1-C_1(x_1,y_1). \qquad (8)$$

Итак, для определения постоянных чисел c_1 и $u(x_0,y_0)$ получим следующую линейную алгебраическую систему

$$\begin{cases}A_1(x_0,y_0)c_1+(B_1(x_0,y_0)-1)u(x_0,y_0)=-C_1(x_0,y_0),\\ A_1(x_1,y_1)c_1+B_1(x_1,y_1)u(x_0,y_0)=m_1-C_1(x_1,y_1).\end{cases} \qquad (9)$$

Систему (9) решаем по методу Крамера.

Теперь, вычислим соответствующие определители

$$\Delta=\begin{vmatrix}A_1(x_0,y_0) & B_1(x_0,y_0)-1\\ A_1(x_1,y_1) & B_1(x_1,y_1)\end{vmatrix}=$$

$$=A_1(x_0,y_0)B_1(x_1,y_1)-A_1(x_1,y_1)B_1(x_0,y_0)+A_1(x_1,y_1)\neq 0,$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}-C_1(x_0,y_0) & B_1(x_0,y_0)-1\\ m_1-C_1(x_1,y_1) & B_1(x_1,y_1)\end{vmatrix}$$

$$=-C_1(x_0,y_0)B_1(x_1,y_1)-m_1B_1(x_0,y_0)++B_1(x_0,y_0)C_1(x_1,y_1)$$
$$+m_1-C_1(x_1,y_1),$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}A_1(x_0,y_0) & -c_1(x_0,y_0)\\ A_1(x_1,y_1) & m_1-c_1(x_1,y_1)\end{vmatrix}=$$

$$=A_1(x_0,y_0)m_1-A_1(x_0,y_0)C_1(x_1,y_1)+A_1(x_1,y_1)C_1(x_0,y_0).$$

Отсюда имеем

$$c_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \qquad (10)$$

$$u(x_0, y_0) = \frac{\Delta_2}{\Delta}. \qquad (11)$$

Итак, доказана следующая теорема

Теорема 1. *Пусть в системе уравнений* (1) *коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям*

1) $a_2(x,y) \in C_y^1(\overline{D}),\ b_2(x,y) \in C_x^1(\overline{D}), a_1(x,y) \in C_x^1(\overline{D}),$
$f_2(x,y) \in C_y^1(\overline{D}), d_2(x,y) \in C_y^1(\overline{D}), f_3(x,y) \in C_x^1(\overline{D}),$
$d_3(x,y) \in C_x^1(\overline{D}), c_1(x,y), f_1(x,y) \in \mathrm{C}(\overline{D});$

2) $c_1(x,y) = \frac{\partial a_1(x,y)}{\partial x} + a_1(x,y)b_1(x,y);$

3) $a)\ \frac{\partial b_2(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial a_2(x,y)}{\partial y}$ *в* $D,$
$b)\ exp\left[-W_{b_1}(x,y)\right]\big(f_1(0,y) - d_1(0,y)u(x_0,y_0) + \int_0^x\big(f_1(t,y) -$
$d_1(t,y)u(x_0,y_0)\big) \times exp\left[-W_{b_1}(x,y)\right]dt\big) = f_1(x,y) - d_1(x,y)u(x_0,y_0)$
при $a_1(x,y) = b_2(x,y)$ *в* $D,$
$c)\ \frac{\partial f_2(x,y)}{\partial y} - \frac{\partial d_2(x,y)}{\partial y}u(x_0,y_0) + b_2(x,y)(f_2(x,y) - -d_2(x,y)u(x_0,y_0)\big) =$
$\frac{\partial f_3(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial d_3(x,y)}{\partial x}u(x_0,y_0) + +a_2(x,y)\big(f_3(x,y) - d_3(x,y)u(x_0,y_0)\big)$ *в* $D;$

4) $\Delta = A_1(x_0,y_0)B_1(x_1,y_1) - A_1(x_1,y_1)B_1(x_0,y_0) + A_1(x_1,y_1) \neq 0.$

Тогда единственное решение задачи A_1 *выражается формулой* (5), *где* c_1 *и* $u(x_0,y_0)$ *находятся из формул* (10) *и* (11).

Литература

1. Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро дифференциального уравнения второго порядка \ А.М. Нахушев // Дифференц. уравнения. – 1976. – Т. 12. – № 1. – С. 103-108.
2. Раджабов Н. Интегралные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. Душанбе: из-во ТГУ, 1985. – 145 с.
3. Раджабов Н. Введение в теорию дифференциальных уравнений в частных производных со сверхсингулярными коэффициентами. – Душанбе. изд. ТГУ, 1992. – 236 с.
4. Раджабов Н., Мохамед Эльсаед Абдель Аал. Переопределеная линейная система второго порядка с сингулярными и сверхсингулярными линиями. Lap Lambert AcademicPublishing, Germany, 2011. – 234с.
5. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения. – М.: Наука, 2012. – 232 с.
6. Тасмамбетов Ж.Н. Построение нормальных и нормально-регулярных решений специальных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. - Актобе: 2015. – 463 с.
7. Шамсуддинов Ф.М. Об одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с сильной особенностью //

Доклады Адыгской (Черкеской) Международной академии наук. – 2014. – Т.16, No 1. – С. 40-46.

8. Каримова Н. Интегральное представленные решении неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с одной сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2018, №2. – С. 34-37.

УДК 669.017:620.197

ПОТЕНЦИАЛ СВОБОДНОЙ КОРРОЗИИ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА AlMg5.5Li2.1Zr0.15 С ГАЛЛИЕМ, В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА 3,0%-НОГО NaCl

Акбаров Ш.С.[1], Ганиев И.Н.[2], Худойбердизода С.У.[3], Савдуллоева С.С.[4], Саидова Ф.Р.[5]

[1]ассистент кафедры технология и обеспечения качества лёгкой промышленности, Дангаринский государственный университет
[2]д.х.н., профессор, академик Национальной академии наук Таджикистана
[3]с.н.с. Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[4]м.н.с. Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[5]н.с. Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

Аннотация. *Трудно найти отрасль промышленности, где бы ни использовался алюминий или его сплавы - от микроэлектроники до тяжёлой металлургии. Из всех лёгких металлов алюминий характеризуется наибольшим объёмом производства, занимающим в мировой промышленности второе место после производства, стали. Основной недостаток алюминия как конструкционного материала-малая прочность, поэтому его обычно сплавляют с небольшим количеством магний и других металлов. В статье приведены результаты исследования влияния галлия на потенциал свободной коррозии алюминиевого сплава AlMg5.5Li2.1Zr0.15 в среде электролита 0,3%-ного NaCl.*

Ключевые слова: *потенциостатический метод, алюминиевый сплава AlMg5,5Li2,1Zr0,15, галлий, электролит NaCl.*

FREE CORROSION POTENTIAL OF ALUMINUM ALLOY AlMg5.5Li2.1Zr0.15 WITH GALLIUM IN 0.3% NaCl ELECTROLYTE

Akbarov Sh. S, Ganiev I.N., Khudoyberdizoda S.U., Savdulloeva S.S., Saidova F.R.
Institute of Chemistry after V.I. Nikitin of the National Academy of Sciences of Tajikistan

Annotation. *It is difficult to find an industry where aluminum or its alloys are used - from microelectronics to heavy metallurgy. Of all light metals, aluminum is characterized by the largest volume of production, occupying second place in the world industry after the production of steel. The main disadvantage of aluminum as a structural material is its low strength, so it is usually alloyed with a small amount of magnesium and other metals. The article presents the results of a study of the effect of gallium on the free corrosion potential of aluminum alloy AlMg5.5Li2.1Zr0.15 in an electrolyte medium of 0.3% NaCl.*

Keywords: *potentiostatic method, AlMg5.5Li2.1Zr0.15 aluminum alloy, gallium, NaCl electrolyte.*

Введение

В настоящее время существует несколько теорий модифицирования, однако нет единого мнения в решении этой проблемы применительно к алюминиевым сплавам. Это обусловлено, во-первых, сложностью процесса модифицирования и его зависимостью от условий плавки и литья и, во-вторых, влиянием неконтролируемых примесей и компонентов, которые могут влиять на измельчение зерна исходного сплава. Вводимая в качестве модификатора добавка в нашем случае галлия, должна удовлетворять следующим требованиям: обладать достаточной устойчивостью в расплаве без изменения химического состава; температура плавления добавки должна быть выше температуры плавления алюминия. Кроме того, необходимо структурное и размерное соответствие кристаллических решёток модификатора и алюминия [1-5].

Цель работы состояло в исследовании влияния добавок галлия на потенциал свободной коррозии алюминиевого сплава AlMg5.5Li2.1Zr0.15 в среде электролита 3,0%-ного NaCl

Сплавы для исследования получены в шахтной печи сопротивления типа СШОЛ в интервале температур 750-850°С. Из расплавов отливали в графитовой изложнице, образцы диаметром 8 и длиной 140 мм. Не рабочую поверхность образцов изолировали смолой состоящей из смеси канифоли и парафина в соотношении 50:50 (%). Рабочую торцевую часть образцов зачищали наждачной бумагой, полировали, обезжиривали, травили в 10%-ом растворе NaOH, тщательно промывали спиртом и затем погружали в раствор NaCI. Электродом сравнения служил насыщенный хлорид серебряный, вспомогательным – платиновый электрод.

Исследование потенциала свободной коррозии алюминиевого сплава AlMg5.5Li2.1Zr0.15 легированного галлием, проводилось на потенциостате ПИ-50.1.1. по методике, описанной в работах [4,5].

После одного часа выдержки в растворе 3,0%-ного NaCl потенциал свободной коррозии сплава AlMg5.5Li2.1Zr0.15 составляет – 1,270В, а у легированного 1.0 мас.% галлия сплава,– 0.826В (табл.).

Таблица.

Временная зависимость потенциала (х.с.э.) свободной коррозии (Есв.кор., В) алюминиевого сплава AlMg5.5Li2.1Zr0.15 от содержания галлия, в среде электролита 3,0%- ного NaCl

Время выдержки, минут	Содержания галлия в сплаве, мас. %				
	0.0	0.01	0.1	0.5	1.0
0	1,270	1,226	1,036	0,816	0,826
0,15	1,279	1,223	1,024	0,800	0,825
0,2	1,280	1,222	1,017	0,799	0,824
0,3	1,276	1,221	1,013	0,795	0,823
0,4	1,274	1,219	1,007	0,795	0,822
0,5	1,272	1,218	0,997	0,794	0,820
0,6	1,268	1,217	0,996	0,792	0,819
2	1,242	1,213	0,989	0,790	0,812
3	1,216	1,209	0,985	0,788	0,811
4	1,196	1,208	0,979	0,787	0,800
5	1,181	1,206	0,975	0,785	0,796
10	1,150	1,201	0,971	0,784	0,778

20	1,113	1,191	0,969	0,780	0,775
30	1,096	1,185	0,965	0,779	0,760
40	1,069	1,183	0,960	0,775	0,756
50	1,047	1,176	0,949	0,772	0,750
60	1,043	1,174	0,926	0,769	0,745

Приведённые в таблице данные, показывающие изменения потенциала свободной коррозии алюминиевого сплава AlMg5.5Li2.1Zr0.15, легированного галлием, во времени в среде электролита 3,0%-го раствора NaCl фиксировались в течение часа. Независимо от химического состава для всех исследованных групп сплавов отмечено смещение потенциала в положительную область, что характеризует динамику формирования защитной оксидной плёнки, которая завершается к 60 мин от начала погружения в электролит и мало зависит от химического состава сплавов.

Литература

1. Ганиев И.Н., Пархутик П.А., Вахобов А.В., Куприянова И.Ю. Модифицирование силуминов стронцием. Мн.: Наука и техника. 1985. 143 с.
2. Мондольфо Л.Ф. Структура и свойства алюминиевых сплавов. М.: Металлургия. 1979. 640 с.
3. Постников Н.С. Коррозионностойкие алюминиевые сплавы. М.: Металлургия. 1976. 301 с.
4. Строганов Г.Б., Ротенберг В.А., Гершман Г.Б. Сплавы алюминия с кремнием. М.: Металлургия. 1977. 272 с.
5. Джайлоев Дж.Х., Ганиев И.Н., Амонов И.Т., Якубов У.Ш. Анодное поведение сплава Al+2,18 % Fe, легированного стронцием, в среде электролита NaCl. // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2019. № 1 (27). С. 42–46.

УДК 541.13,532.739

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УДЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ РАСТВОРОВ ЭЛЕКТРОЛИТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ

Акдодов Д.М.[1], Саидов С.Ю.[2]

[1]д.ф.-м.н., зав. кафедрой общей физики, Таджикский национальный университет

[2]студент филиала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе

(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

sirojiddin.saidov03@bk.ru

Аннотация. *С помощью ранее полученного аналитического выражения для динамического коэффициента удельной электропроводности* $\sigma(\omega)$ *растворов электролитов, когда релаксирующие потоки затухают по экспоненциальному закону, исследовано зависимость*

$\sigma(\omega)$ от термодинамических параметров состояния. При определенной модели раствора, выбран явный вид потенциала межчастичного взаимодействия $\Phi(|\vec{r}|)$ и радиальной функции распределения $g(|\vec{r}|)$. Проведены численные расчеты коэффициента удельной электропроводности $\sigma(\omega)$ для водного раствора KF в широком интервале температур и концентрации. Полученные результаты сравнены с экспериментальными данными, которые находятся в качественном согласии.

Ключевые слова: *удельный коэффициент электропроводности, коэффициент трения, время релаксации, потенциал межмолекулярного взаимодействия, радиальная функция распределения.*

RESEARCH OF THE COEFFICIENT OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF ELECTROLYTE SOLUTIONS DEPENDING ON THE THERMODYNAMIC PARAMETERS OF THE STATE

Akdodov D.M.[1], Saidov S.U.[2]
[1]*Tajik National University*
[2]*Lomonosov Moscow State University in Dushanbe*

Annotation. *Analytical expressions for the dynamic coefficient of electrical conductivity $\sigma(\omega)$ of electrolyte solutions were obtained earlier, when the relaxing flows damped exponentially, and the dependence $\sigma(\omega)$ on the thermodynamic parameters of the state was investigated. With a certain solution model, the explicit form of the interparticle interaction potential $\Phi(|\vec{r}|)$ and the radial distribution function $g(|\vec{r}|)$ are chosen Numerical calculations of the coefficient of electrical conductivity $\sigma(\omega)$ for an aqueous solution KF in a wide range of temperatures and concentrations are carried out. The obtained results are compared with experimental data that are in qualitative agreement.*

Keywords: *coefficient of electrical conductivity, friction coefficient, relaxation time, intermolecular interaction potential, radial distribution function.*

Введение

Широкое и оптимальное использование жидкостей и их растворов в промышлености, медицине и в качестве продуктов химической технологии требуют заранее знание следующих их физико-химических свойств, таких как транспортных, упругих, акустических, диэлектрических и электропроводящих свойств. Электропроводящие свойства явления исследуются как теоретическими, так и экспериментальными физическими методами. Теоретические изучения этих свойств, которые являются следствием наличия необратимых процессов в жидкостях и их растворах являются сложными и в настоящее время их исследования остаются открытыми.

Это сложность при изучении электропроводящих свойств растворов электролитов, на основе строгой микроскопической теории, вызвано трудностями учета вкладов энергии взаимодействия между структурными единицами ионно-молекулярных систем в коэффициентах переноса и других физических параметров.

Методом кинетических уравнений, когда релаксирующие потоки затухают по экспоненциальному закону в работа [1] получены аналитические выражение для динамического коэффициента удельной электропроводности $\sigma(\omega)$ который имеет следующий вид:

$$\sigma(\omega)=\sum_a \frac{\sigma_a^0}{1+(\omega\tau_a)^2}\left[1+\sum_b \frac{1-(\omega\tau_a)^2(\tau_{ab}/\tau_a)}{1+(\omega\tau_a)^2(\tau_{ab}/\tau_a)^2}G_0^{ab}(r)\right] \tag{1}$$

где $\tau_a = m_a/\beta_a$, $\sigma_a^0=\left(n_a e_a^2\tau_a\right)/m_a$, $\in_a^0=\sigma_a^0/\tau_a=n_a^0 e^2/m_a$, $\Phi_{ab}^*(r)=\dfrac{\Phi_{ab}(r)}{kT_0}$,

$G_0^{ab}(r)=2\pi n_b^* q_{ab}\int \dfrac{\partial\Phi_{ab}^*(r)}{\partial r}\dfrac{\partial g_{ab}^0(r)}{\partial r}r^2dr$, $q_{ab}=\dfrac{4}{\pi}\dfrac{e_a\beta_b-e_b\beta_a}{e_a\left(\beta_a+\beta_b\right)}$, $\tau_{ab}=\dfrac{d_{ab}^2}{kT}\dfrac{\beta_a\beta_b}{\beta_a+\beta_b}$,

$n_b^*=\dfrac{\pi}{6}d_{ab}^3 n_b^0$– приведенная плотность частиц сорта b.

Согласно аналитического выражения (1) коэффициент удельной электропроводности $\sigma(\omega)$, наряду с межмолекулярным потенциалом взаимодействия $\Phi_{ab}(|\vec{r}|)$ и радиальной функцией распределения $g_{ab}(|\vec{r}|)$, еще содержат времена релаксации τ_a, τ_b и τ_{ab}, которые непосредственно определяются через коэффициенты трения ионов β_a и β_b. Последние зависят как от структуры раствора, так и от термодинамических параметров состояния.

Чтобы улучшить согласие теоретически вычисленных значений $\sigma(\omega)$ с экспериментальными результатами, следует учесть температурные, плотностные и концентрационные зависимости коэффициентов β_a и β_b. Поэтому для решения этой задачи нами в [2] были использованы аналитические выражения для β_a и β_b, в следующем виде:

$$\begin{gathered}\beta_a^2=\sum_a \frac{4\pi}{3}\rho_a kT\sum_b d_{ab}\int_0^\infty \nabla^2\Phi_{ab}^*(r)g_{ab}^0(r)r^2dr,\\ \beta_b^2=\sum_b \frac{4\pi}{3}\rho_b kT\sum_a d_{ab}\int_0^\infty \nabla^2\Phi_{ab}^*(r)g_{ab}^0(r)r^2dr,\end{gathered} \tag{2}$$

где $\nabla^2=\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2\dfrac{\partial}{\partial r}\right)$- радиальная часть оператора Лапласа, $\rho_a=m_a n_a$-массовая плотность частиц сортов a и b.

Аналитические выражения $\sigma(\omega)$, β_a и β_b согласно (1)-(2), определяются посредством потенциальной энергии межчастичного взаимодействия $\Phi_{ab}(r)$ и радиальной функции распределения $g_{ab}^0(r)$. Следовательно, для исследования электропроводящих свойств растворов электролитов и проведения численных расчетов потребуется знание явного вида функций $\Phi_{ab}(|\vec{r}|)$ и $g_{ab}(|\vec{r}|)$, которые соответствуют определённой модели раствора.

На основе подробного анализа количественных теорий для ионно-молекулярных систем, приведенных в [3,4], в приближении теории Мак-Миллана-Майера для $\Phi_{ab}(r)$ и $g_{ab}^0(r)$ в [2] были выбраны следующие модели. Для $\Phi_{ab}(r)$ принято выражение, состоящее из суммы потенциальной энергии Леннард-Джонса и обобщенного потенциала Дебая с учетом конфигурации размеров ионов, которое имеет вид

$$\Phi_{ab}\left(r\right) = 4\varepsilon_{ab}\left(r^{-12} - r^{-6}\right) + \frac{R_{ab}}{r} e^{-\overset{*}{\chi} r}, \qquad (3)$$

где $\varepsilon_{ab} = \sqrt{\varepsilon_{aa}\varepsilon_{bb}}$, $d_{ab} = (d_a + d_b)/2$ - параметры потенциала Леннард-Джонса, которые приведены в [5], $R_{ab} = \frac{f z_a z_b e^2}{kT\varepsilon_{SS} d_{ab}} \frac{\exp(\chi^*)}{1+\chi^*}$; $f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\,м/Ф$; ε_0 – электрическая постоянная, ε_{SS} – коэффициент диэлектрической проницаемости растворителя, e – элементарный заряд, z_a, z_b – валентность ионов сортов a и b; $\chi^* = d_{ab}\chi_a$ – приведенный обратный дебаевский радиус экранировки согласно [6] $\chi^2 = \frac{\sum_a n_a e_a^2}{\varepsilon\varepsilon_0 kT}$, где $n_a = \frac{N_a}{V}$. Следуя [4], радиальную функцию распределения ионной подсистемы запишем следующим образом:

$$g_{ab}\left(r\right) = y(\rho^*)\, e^{-\frac{\Phi_{ab}(r)}{kT}}, \qquad (4)$$

где $\Phi_{ab}\left(r\right)$ – потенциал взаимодействия базисной системы в виде (1), $y(\rho^*)$ – бинарная функция распределения двух полостей, которая согласно [3,4] на расстоянии $r = 1$ ($r_{ab}=d_{ab}$), имеет вид

$$y(\rho^*) = \frac{(2-\rho^*)}{2(1-\rho^*)^3}, \qquad (5)$$

где $\rho^* = \frac{\pi}{6} n d_{ab}^3 = \frac{\pi}{6}\rho\frac{d_{ab}^3 N_0}{M}$ – приведенная плотность, ρ – плотность раствора, N_0 – число Авогадро, M – молярная масса.

Полуфеноменологическая модель в виде (3)-(5) позволяет провести численный расчет коэффициентов β_a, β_b, времена релаксации τ_a, τ_b, τ_{ab} и $\sigma(\omega)$ растворов электролитов в широком интервале изменения термодинамических параметров состояния и частот.

На основе (2), с учетом выражений (3)-(5), для соответствующих концентраций и температур были вычислены значения коэффициентов трения β_a и β_b, времена релаксации τ_a, τ_b и τ_{ab} водного растворов KF. Затем с учетом этих данных и выражения (1), а также выражений (3)-(5), были вычислены температурные и концентрационные зависимости изочастотных $\omega^*=10^{-6}$ ($\nu \sim 10^7$ Гц) коэффициентов удельной электропроводности водного растворов KF, результаты которых приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Результаты расчета коэффициента удельной электропроводности σ (См/см) от концентрации, плотности и температуры для водного раствора KF при $\omega^*=10^{-6}$ ($\nu \sim 10^7$ Гц) [7]

c, %	$t=20^0C$			$t=30^0C$			$t=40^0C$		
	ρ, кг/м^3, [7]	σ, См/см		ρ, кг/м^3, [7]	σ, См/см		ρ, кг/м^3, [7]	σ, См/см	
		экп. [7]	расч. (1)		экп. [7]	расч. (1)		экп. [7]	расч. (1)
1,0	1007,1	0,0107	0,0346	1004,8	0,0204	0,0366	1000,9	0,0241	0,0388
4,0	1033,5	0,0599	0,0835	1030,4	0,0728	0,0895	1026,8	0,0855	0,0962
10,4	1090,6	0,1376	0,1095	1089,6	0,1665	0,1152	1086,7	0,1946	0,1212
16,4	1149,2	0,1983	0,1305	1147,2	0,2384	0,1369	1145,2	0,1811	0,1437
19,4	1177,9	0,2270	0,1399	1175,9	0,2740	0,1467	1173,8	0,3219	0,1539
25,2	1237,8	0,2611	0,1561	1235,8	0,3165	0,1636	1233,6	0,3732	0,1715
31,3	1303,8	0,2769	0,1707	1301,8	0,3389	0,1789	1299,5	0,4020	0,1875
39,0	1394,2	0,2682	0,1895	1392,2	0,3321	0,1948	1389,7	0,3966	0,2042
44,2	1463,5	0,2393	0,1941	1461,5	0,2958	0,2034	1459,1	0,3632	0,2131

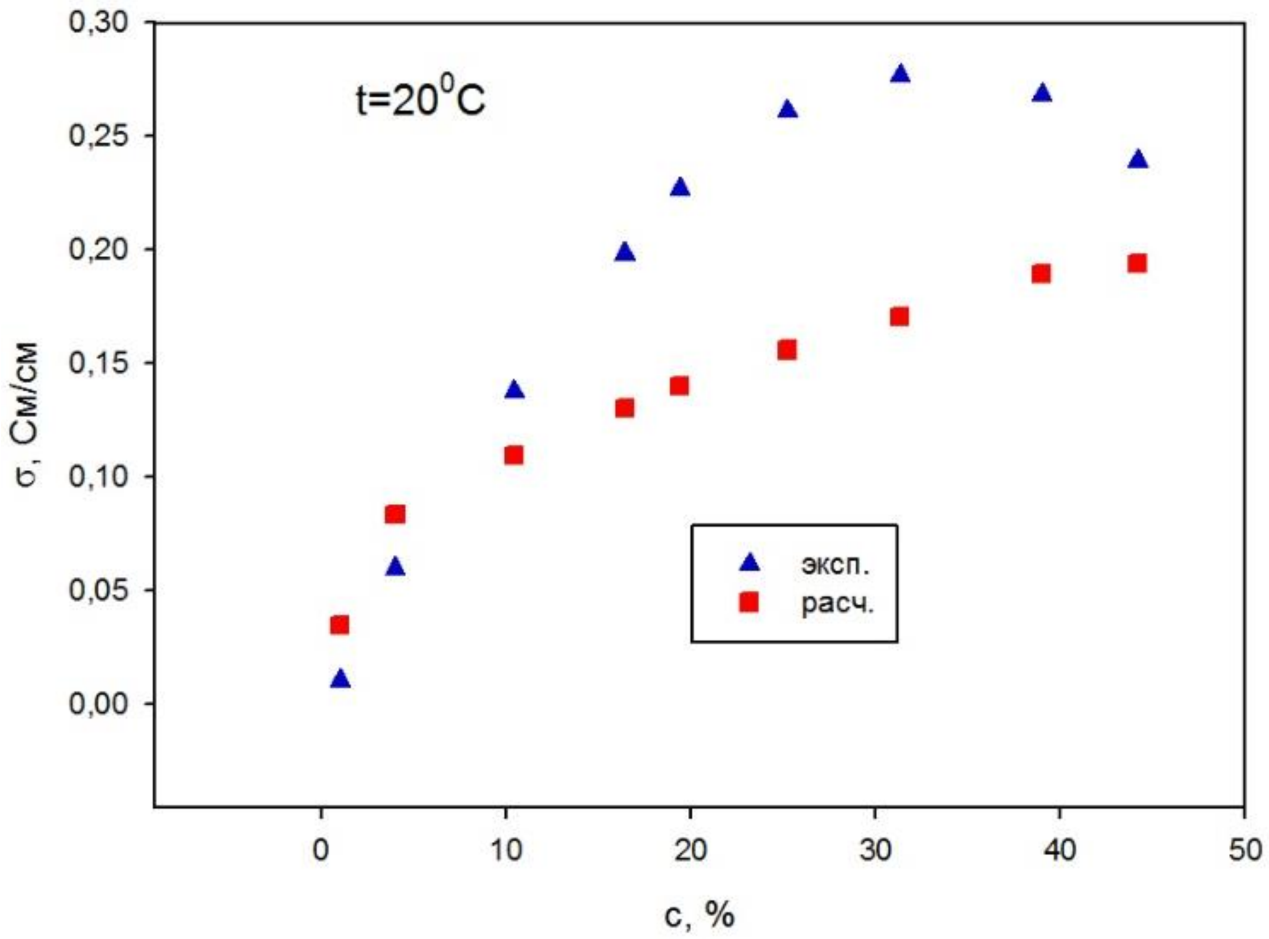


Рис. 1. Зависимости коэффициента удельной электропроводности σ *от концентрации для водного раствора KF при температуры* 20^0C *частот* $\omega^*=10^{-6}$ ($\nu \sim 10^7$ *Гц) [7]*

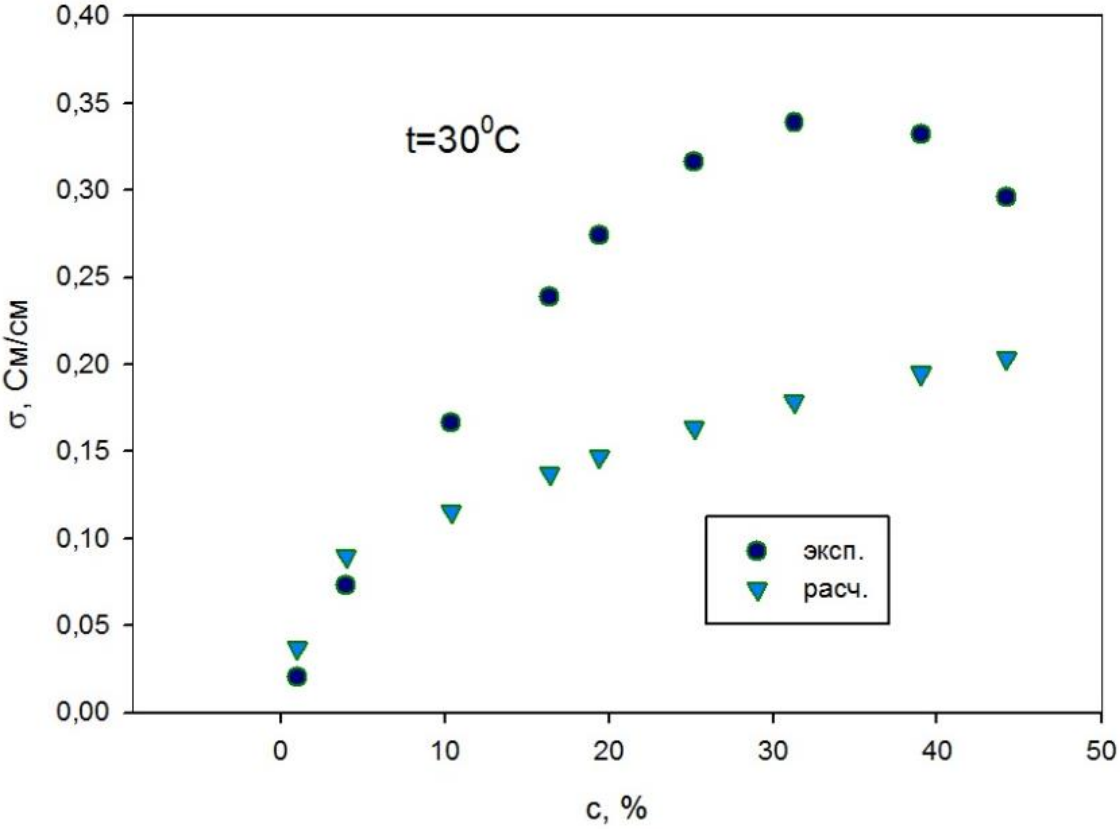


Рис. 2. *Зависимости коэффициента удельной электропроводности* σ *от концентрации для водного раствора KF при температуры 30^{0}C частот* $\omega^*=10^{-6}$ $(\nu\sim10^7$ *Гц) [7]*

Вывод

Полученные теоретические результаты находятся в качественном согласии с экспериментальными литературными данными. Ход температурной и концентрационной зависимостей вычисленных значений коэффициента удельной электропроводности $\sigma(\omega,c,T)$ соответствует экспериментальным результатам. Заниженные вычисленные значения $\sigma(\omega,c,T)$ на основе (1), видимо, связаны с принятым приближением о неполном учете взаимодействия в $\Phi_{ab}(\vec{r})$ и $g_{ab}(\vec{r})$, т.е. наряду, с ион-ионным взаимодействием, следует еще учитывать ион-дипольное и диполь-дипольные (межмолекулярные) взаимодействия.

Литература

1. Одинаев С., Акдодов Д.М., Идибегзода Х.И. Исследование частотной дисперсии коэффициента удельной электропроводности водных растворов электролитов // Журнал структурной химии, 2019, Т. 60, № 3, с.452-460. (Odinaev S., Akdodov D.M., Idibegzoda Kh.I. Frequency dispersion of the specific conductance coefficient in aqueous electrolyte solutions // Journal of Structural Chemistry. 2019. T. 60. № 3. P. 434-442.).
2. Одинаев С., Аќдодов Д.М. Теория релаксационных процессов, явлений переноса, упругих и акустических свойств растворов электролитов. Душанбе Издаделство-КВД «Матбаа», 2022. -190 с. ISBN 978-99985-71-21-1.

3. *Смирнова Н.А.* Молекулярные теории растворов. Л.: Химия, 1987, 336 с.
4. *Юхновский И.Р., Головко М.Ф.* Статистическая теория классических равновесных систем. Киев: Наукова думка, 1980. 372 с.
5. *Richard J., Fries P.H., Krienke H.* // Journal of Chemical Physics 1998. V. 108. N 10. P. 4079.
6. *Krienke H., Barthel J.* // Equations of State for Fluids and Fluids Mixtures. Ch. 16: Jonic Fluids/Ed. By J.V. Sengers et al. Amsterdam: Elsevier, 2000. P. 751.
7. Максимова Н.И., Пак Ч.С., Правдин Н.Н. и др. Свойства электролитов. - М.: Металлургия, 1987, 128 с.

УДК 620.193:541.138.22

ВЛИЯНИЕ ДОБАВОК КАДМИЯ НА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ СВИНЦОВО-СУРЬМЯНОГО СПЛАВА ССу3

Ганиев И.Н.[1], Аминбекова М.С.[2], Окилов Ш.Ш.[3], Худойбердизода У.С.[4], Эшов Б.Б.[5]
[1]д.х.н., профессор, академик Национальной академии наук Таджикистана, зав. лабораторией Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[2]Центр по исследованию инновационных технологий при Национальной академии наук Таджикистана
[3]Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[4]к.т.н., с.н.с. Института химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[5]Центр по исследованию инновационных технологий при Национальной академии наук Таджикистана
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
ganievizatullo48@gmail.com

Аннотация. *Исследования изменений термодинамических функций свинцово-сурьмяного сплава ССу3 с кадмием показывают, что легирующий компонент в изученном концентрационном интервале (0,05–0,5 мас.%) уменьшает теплоемкость, энтальпию и энтропию исходного сплава и несколько увеличивает величину энергии Гиббса. Отмечено рост энтальпии и энтропии сплавов от температуры.*

Ключевые слова: *свинцово-сурьмяный сплав ССу3, кадмий, энтальпия, энтропия и энергия Гиббса.*

INFLUENCE OF CADMIUM ADDITIVES ON THE THERMODYNAMIC FUNCTIONS OF THE LEAD-ANTIMONIUM ALLOY CCy3

Ganiev I.N., Aminbekova M.S., Okilov Sh.Sh., Khudoiberdizoda U.S., Eshov B.B.
Institute of Chemistry after V.I. Nikitin of the National Academy of Sciences of Tajikistan
Center for Research of Innovative Technologies under the National Academy of Sciences of Tajikistan

Annotation. *Studies of changes in the thermodynamic functions of the lead-antimony alloy SSu3 with cadmium show that the alloying component in the studied concentration range (0.05–0.5 %) reduces the heat capacity, enthalpy and entropy of the original alloy and slightly increases the value of the Gibbs energy. An increase in the enthalpy and entropy of alloys with temperature is noted.*

Keywords: *lead-antimony alloy SSu3, cadmium, enthalpy, entropy and Gibbs energy.*

Металлическая оболочка кабелей, выполняемая из свинцового сплава, наряду с обеспечением герметичности должна быть вибростойкой, т.е. не разрушаться под воздействием вибрации в процессе эксплуатации на скважине; сохранять стабильную структуру и механические свойства при нагревании; иметь достаточно высокое сопротивление ползучести, т.е. не деформироваться под действием хотя и небольших, но длительных нагрузок; обеспечивать срок службы, т.е. срок сохранения всех ее основных свойств, не менее срока службы кабеля в целом.

Измерение теплоемкости проводилось по методики, приведённой в работах [1-6]. Схема установки для измерения теплоемкости сплавов представлена на рисунке. Электропечь 3 смонтирована на стойке 6, по которой она может перемещаться вверх и вниз (стрелкой показано направление перемещения). Образец 4 и эталон 5 (тоже могут перемещаться) представляют собой цилиндр длиной 30 мм и диаметром 16 мм с высверленными каналами с одного конца, в которые вставлены термопары. Концы термопар подведены к цифровому многоканальному термометру 7, который подсоединен к компьютеру 8.

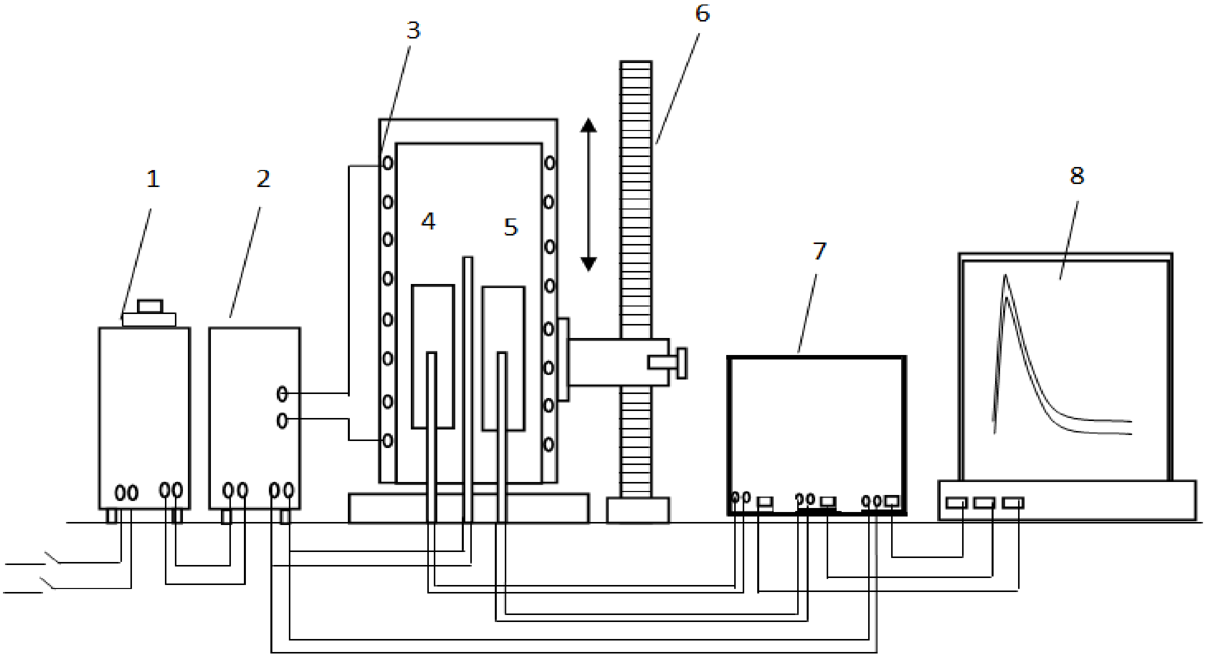


Рисунок – Установка для определения теплоемкости твердых тел в режиме охлаждения

Включаем электропечь через автотрансформатор 1, установив нужную температуру с помощью терморегулятора 2. По показаниям цифрового многоканального термометра отмечаем значение начальной температуры. Вдвигаем измеряемый образец и эталон в электропечь 3 и нагреваем до нужной температуры, контролируя температуру по показаниям цифрового многоканального термометра на компьютере 8. Далее измеряемый образец и эталон одновременно выдвигаем из электропечи. С этого момента фиксируем снижение температуры. Записываем показания цифрового термометра на компьютере через фиксированное 10 с. Охлаждаем образец и эталон ниже 30 °С.

Для расчета температурной зависимости изменений энтальпии, энтропии и энергии Гиббса сплавов по (2)–(4) были использованы интегралы от удельной теплоемкости по уравнению (1):

$$C^0_{p_0} = a + bT + cT^2 + dT.^3 \tag{1}$$

$$[H^0(T) - H^0(T_0)] = a(T - T_0) + \frac{b}{2}(T^2 - T_0^2) + \frac{c}{3}(T - T_0^3) + \frac{d}{4}(T^4 - T_0^4); \tag{2}$$

$$[S^0(T) - S^0(T_0)] = a\ln\frac{T}{T_0} + b(T - T_0) + \frac{c}{2}(T^2 - T_0^2) + \frac{d}{3}(T^3 - T_0^3); \tag{3}$$

$$[G^0(T) - G^0(T_0)] = [H^0(T) - H^0(T_0)] - T[S^0(T) - S^0(T_0)], \tag{4}$$

где T_0=298,15К

Результаты расчета температурных зависимостей изменений энтальпии, энтропии и энергии Гиббса для сплава ССу3 с кадмием и эталона (Pb марки С00 по уравнениям через 50 К представлены в таблице.

Таблица. Температурная зависимость изменений термодинамических функций свинцово-сурьмяногосплава ССу3, легированного кадмием и эталона (Pb марки С00)

Содержание кадмия в сплаве, мас.%	Т,К					
	300	350	400	450	500	550
$[H^0(T) - H^0(T_0{}^*)]$, кДж/кг для сплавов						
ССу3	0,246	7,201	14,548	22,097	29,776	37,623
0.05	0,243	7,113	14,367	21,822	29,403	37,149
0.1	0,243	7,126	14,404	21,884	29,4923	37,271
0.5	0,243	7,134	14,431	21,943	29,592	37,420
Эталон	0,235	6,679	13,256	19,957	26,779	33,716
$[S^0(T) - S^0(T_0^*)]$, кДж/кг·К для сплавов						
ССу3	0,00082	0,02224	0,04185	0,05964	0,07582	0,09077
0.05	0,00081	0,02197	0,04134	0,05889	0,07486	0,08963
0.1	0,00081	0,02201	0,04144	0,0590	0,07508	0,08991
0.5	0,00081	0,02203	0,04152	0,05920	0,07532	0,09024
Эталон	0,00078	0,02065	0,03821	0,05399	0,06836	0,08158
$[G^0(T) - G^0(T_0^*)]$, кДж/кг для сплавов						
ССу3	-0,00076	-0,58455	-2,19497	-4,73967	-8,13204	-12,3009
0.05	-0,00075	-0,57735	-2,16787	-4,68097	-8,03097	-12,1476
0.1	-0,00075	-0,57825	-2,17235	-4,69212	-8,05175	-12,1809
0.5	-0,00075	-0,57870	-2,17518	-4,70048	-8,06969	-12,2129
Эталон	-0,00073	-0,54769	-2,02751	-4,33911	-7,40333	-11,1565

Литература

1. Дунаев Ю.Д. Нерастворимые аноды из сплавов на основе свинца. – Алма-Ата: «Наука КазССР», 1978. 316 с.
2. Дунаев Ю.Д.Бринцева В.И., Лукин Е.Г., Бундже В.Г. Электрохимические исследования амальгамных систем. – Алма-Ата: «Наука» КазССР. 1972. 52 с.
3. Ганиев И.Н., Окилов Ш.Ш., Сафаров А.Г., Эшов Б.Б., Муллоева Н.М., Температурная зависимость теплоёмкости и изменений термодинамических функций свинцово-сурьмяного сплава ССу3, легированного литием // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1: Естественные и технические науки. 2020. № 4. С. 91-96.
4. Ганиев И.Н., Окилов Ш.Ш., Эшов Б.Б., Муллоева Н.М., Якубов У.Ш. Температурная зависимость теплоёмкости и изменений термодинамических функций свинцово-сурьмяного сплава ССу3, легированного калием // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева 2021. № 1. С. 24-30.
5. Худойбердизода С.У., Ганиев И.Н., Муллоева Н.М., Джайлоев Дж.Х., Якубов У.Ш. Потенциодинамическое исследование сплава ССуЗ, легированного медью, в среде электролита NaCl // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. 2019. № 1. С. 206-212.
6. Ганиев И.Н., Окилов Ш.Ш., Эшов Б.Б., Муллоева Н.М., Якубов У.Ш. Влияние добавок натрия на температурную зависимость теплоемкости и изменений термодинамических функций свинцово-сурьмяного сплава ССу3 // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1: Естественные и технические науки. 2021. № 1. С. 89-94.

УДК 669.77:621

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОЁМКОСТИ АЛЮМИНИЕВЫЙ СПЛАВ АК1 С ЛИТИЕМ

Ганиев И.Н.[1], Рахимов М.Р.[2], Отаджонов С.Э.[3], Исмоилова М.Х.[4], Худойбердизода С.У.[5]

[1]д.х.н., профессор, академик Национальной академии наук Таджикистана, зав. лабораторией, Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана

[2]ассистент кафедры методика преподавания физики, Худжандский государственный университет имени академика Бободжона Гафурова

[3]докторант PhD, старший преподаватель кафедры общей физики и твердого тела, Худжандский государственный университет имени академика Бободжона Гафурова

[4]докторант PhD физико-технического факультета, Худжандский государственный университет имени академика Бободжона Гафурова

[5]к.т.н., с.н.с., Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана

(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

Аннотация. *В работе теплоёмкость сплава АК1 на основе особо чистого алюминия с литием определялось в режиме «охлаждения» по известной теплоёмкости эталонного образца из алюминия. Получены полиномы, описывающие температурную зависимость теплоёмкости. Установлено, что с ростом температуры теплоёмкость сплавов увеличиваются. При этом добавки лития до температуры 600К значительно увеличивают* *теплоёмкость, при температурах выше 600К литий уменьшает теплоёмкость исходного сплава АК1.*

Ключевые слова: *алюминиевый сплав АК1, литий, теплоёмкость, режим «охлаждения», температурная зависимость.*

TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE HEAT CAPACITY OF AK1 ALUMINUM ALLOY WITH LITHIUM

Ganiev I.N.[1], Rakhimov M.R.[2], Otadzhonov S.E. [2], Ismoilova M.Kh. [2], Khudoyberdizoda S.U.[1]
Institute of Chemistry after V.I. Nikitin of the National Academy of Sciences of Tajikistan
Khujand State University after academician Bobojon Gafurov

Annotation. *In the work, the heat capacity of the AK1 alloy based on high-purity aluminum with lithium was determined in the “cooling” mode using the known heat capacity of a standard aluminum sample. Polynomials describing the temperature dependence of the heat capacity are obtained. It has been established that the heat capacity of alloys increases with increasing temperature. At the same time, lithium additions up to a temperature of 600K significantly increase the heat capacity; at temperatures above 600K, lithium reduces the heat capacity of the original AK1 alloy.*

Keywords: *aluminum alloy AK1, lithium, heat capacity, "cooling" mode, temperature dependence.*

Введение

Теплоёмкость – это характеристика процесса перехода между двумя состояниями термодинамической системы, которая зависит и от пути процесса (например, от проведения его при постоянном объёме или постоянном давлении), и от способа нагревания или охлаждения (квазистатического или нестатического). Неоднозначность в определении теплоёмкости на практике устраняется тем, что выбирают и фиксируют путь квазистатического процесса (обычно оговаривается, что процесс происходит при постоянном давлении, равным атмосферному). При однозначном выборе процесса теплоёмкость становится параметром состояния и теплофизическим свойством вещества, образующего термодинамическую систему [1, 2].

Нами исследование теплоёмкости металлов проводилось по методике, описанной в работах [3-6] на установке, схема которой представлена на рисунке 1. Данный прибор основан на применении динамического С-калориметра с адиабатической оболочкой и тепломером.

Одним из методов, позволяющий корректно установить температурную зависимость теплоёмкости металлов и сплавов в области высоких температур является метод сравнения скоростей охлаждения двух образцов, исследуемого и эталонного, по закону охлаждения Ньютона – Рихмана.

Методика проведения исследований

В данной работе измерение теплоёмкости сплавов проводилось на установке, в основу работы которой положен метод С-калориметра с тепломером и адиабатической оболочкой. Методика измерения теплоемкости и схема установки описаны в работах [11-13].

Для измерения удельной теплоёмкости сплавов в широкой области температур использовался закон охлаждения Ньютона – Рихмана, согласно которому всякое тело, имеющее температуру выше окружающей среды, будет охлаждаться, причем скорость охлаждения зависит от величины теплоёмкости тела.

Если взять два одинаковой формы металлических образца и охлаждать их от одной температуры, то по зависимости температуры образцов от времени (кривым охлаждения) можно найти теплоёмкость одного образца, зная теплоёмкость другого (эталона).

Количества тепла, металла, теряемого объёмом dV за время dt, равно

$$\delta Q = C_P^0 \cdot \rho \frac{dT}{dt} \cdot dV \cdot dt, \tag{1}$$

где C_P^0 – удельная теплоёмкость металла,

ρ – плотность металла,

Т – температура образца (принимается одинаковой во всех точках образца, так как линейные размеры тела малы, а теплопроводность металла велика).

Величину δQможно подсчитать кроме того по закону:

$$\delta Q = \alpha (T - T_0) \cdot dS \cdot dt \tag{2}$$

где dS – элемент поверхности, T_0 – температура окружающей среды, α – коэффициент теплоотдачи.

Приравнивая выражения (1) и (2), получим

$$C_P^0 \cdot \rho \frac{dT}{dt} \cdot dV = \alpha (T - T_0) dS\,. \tag{3}$$

Количество тепла, которое теряет весь объём образца

$$Q = \int_V C_P^0 \cdot \rho \frac{dT}{dt} \cdot dV = \int_S \alpha (T - T_0) dS\,. \tag{4}$$

Полагая, что C_P^0, ρ и $\frac{dT}{dt}$не зависят от координат точек объема, а α, Т и Т0 не зависят от координат точек поверхности образца, можно написать:

$$C_P^0 \cdot \rho \cdot V \frac{dT}{dt} = \alpha (T - T_0) S \tag{5}$$

или

$$C_P^0 \cdot m \frac{dT}{dt} = \alpha (T - T_0) S\,, \tag{6}$$

где V – объем всего образца, а $m = \rho \cdot V$ – масса, S – площадь поверхности всего образца.

Соотношение (6) для двух образцов одинакового размера при допущении, что$S_1 = S_2$, $T_1 = T_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$ пишется так:

$$C_{P_1}^0 \cdot m_1 \cdot \left(\frac{dT}{dt}\right)_1 = C_{P_2}^0 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{dT}{dt}\right)_2. \tag{7}$$

Следовательно, зная массы образцов m_1 и m_2, скорости их охлаждения и удельную теплоёмкость C_{P_1} можно вычислить скорости охлаждения и удельную теплоёмкость C_{P_2} из уравнения:

$$C^0_{P_2} = C^0_{P_1} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\left(\frac{dT}{dt}\right)_1}{\left(\frac{dT}{dt}\right)_2}, \tag{8}$$

где $m_1 = \rho_1 \cdot V_1$ – масса первого образца, $m_2 = \rho_2 \cdot V_2$ – масса второго образца, $\left(\frac{dT}{dt}\right)_1, \left(\frac{dT}{dt}\right)_2$ – скорости охлаждения образцов из эталона и исследуемых составов, соответственно.

Для определения скорости охлаждения строят кривые охлаждения образцов. Кривая охлаждения представляет собой зависимость температуры образца от времени при охлаждении его в неподвижном воздухе.

Результаты и их обсуждение

Полученные в ходе эксперимента кривые зависимости температуры от времени охлаждения образцов из алюминиевого сплава АК1 с литием представлены на рис. 1а и описываются уравнением вида:

$$T = ae^{-bt} + pe^{-kt}. \tag{9}$$

Дифференцируя уравнения (9) по t получаем уравнение для определения скорости охлаждения сплавов

$$\frac{dT}{dt} = -abe^{-bt} - pke^{-kt}. \tag{10}$$

По уравнению (10) нами рассчитаны скорости охлаждения образцов из алюминиевого сплава АК1 с литием, которые графически представлены на рис. 1б.

Далее по рассчитанным значениям величин скоростей охлаждения образцов из сплавов по уравнению (8) была вычислена их удельная теплоёмкость. При этом использовалось программа Sigma Plot.

В таблице 1 представлены значения коэффициентов уравнении (11) описывающей температурную зависимость удельной теплоёмкости образцов из алюминиевого сплава АК1 с литием и эталона.

$$C_p^0 = a + bT + cT^2 + dT^3 \tag{11}$$

Результаты расчёта температурной зависимости теплоемкости сплавов по формулам (8 и 11) через 100 К представлены в таблице 2.

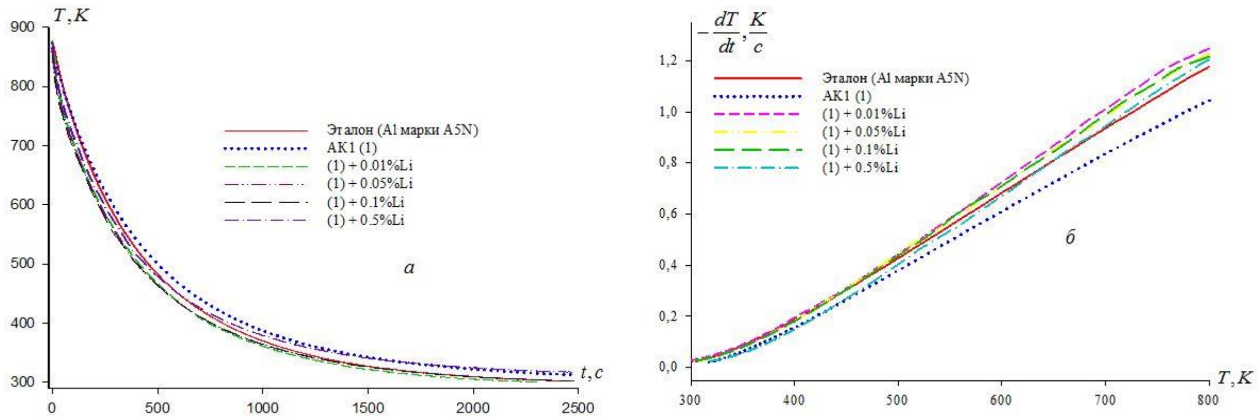


Рис. 1. График зависимости температуры от времени охлаждения (а) и скорости охлаждения образцов от температуры (б) для образцов из алюминиевого сплава АК1 с литием

Таблица 1.

Значения коэффициентов a, b, c, d, в уравнении (8) для алюминиевого сплава АК1 с литием и эталона (Al марки A5N)

Содержание лития в сплаве, мас. %	$a, \frac{\text{Дж}}{(кг \cdot \text{К})}$	$b, \frac{\text{Дж}}{(кг \cdot \text{К}^2)}$	$c \cdot 10^{-3}, \frac{\text{Дж}}{(кг \cdot \text{К}^3)}$	$d \cdot 10^{-6}, \frac{\text{Дж}}{(кг \cdot \text{К}^4)}$
0.0	532,47	0,67	1,71	1,46
0.01	602,73	1,79	-2,37	1,10
0.05	151,31	4,57	-7,12	3,77
0.1	205,96	6,62	-10,4	5,50
0.5	689,89	9,39	-15,0	7,98
Эталон	575,54	1,24	-0,80	0,17

Таблица 2.

Температурная зависимость удельной теплоёмкости ($(\text{Дж}/(кг \cdot \text{К}))$ алюминиевого сплава АК1 с литием и эталона (Al марки A5N)

Температура, К	Эталон	Содержание лития в сплаве, мас. %				
		0.0	0.01	0.05	0.1	0.5
300	880,16	846,69	959,23	984,83	991,99	991,84
400	954,19	978,85	1014,16	1083,61	1129,35	1175,93
500	1016,11	1110,15	1048,16	1130,57	1190,76	1251,61
600	1066,91	1231,85	1067,83	1148,32	1209,23	1266,77
700	1107,58	1335,19	1079,77	1159,48	1217,76	1269,32
800	1139,10	1411,44	1090,60	1186,69	1249,36	1307,14

Литература

1. Вахобов А.В., Обидов Ф.У., Вахобова Р.У. Высокочистый алюминий и его сплавы / в 2-х т. – Душанбе: НПИ Центр, 1990. т.1. 175 с.
2. Вахобов А.В., Обидов Ф.У., Вахобова Р.У. Высокочистый алюминий и его сплавы / в 2-х т.-Душанбе. НПИ Центр, 1990. т.2. 232 с.
3. Алюминиевые сплавы (Состав, свойства, технология, применение.) Справочник // под общей редакцией И.Н. Фридляндера. Киев: Коминтех. 2005. 365с.
4. Золоторевский В.С., Белов Н.А. Металловедение литейных алюминиевых сплавов. М.: МИСиС. 2005. 376. с.
5. Луц А.Р., Суслина А.А. Алюминий и его сплавы. Самара: Самарский гос. техн. ун-т, 2013. 81 с.
6. Мондольфо Л.Ф. Структура и свойства алюминиевых сплавов. М.: Металлургия, 1979. 640 с.
7. Яценко С.П., Сабирзянов А.Н. Повышение качества алюминиевых сплавов путем легирования "Мастер-сплавом" // Вестник Курганского государственного университета. Серия: Технические науки. 2006. № 5-1. С. 174-176.
8. Otadzonov S.E., Ganiev I.N., Makhmudov M., Ibrokhimov N.F. Temperature Dependence of the Heat Capacity and Variability of the Thermodynamic Functions of Alloy AK1 Doped with Strontium // High Temperature. 2019. Vol. 57. № 1. P. 22-26.
9. Otajonov S.E., Ganiev I.N., Ibrohimov N.F., Mahmudov M. Temperature dependence of the heat capacity and change in the thermodynamic functions of strontium-alloyed AK1M2 alloy // Modern Electronic Materials. 2018. № 4(3). P. 119–124.
10. Отаджонов С.Э., Ганиев И.Н., Махмудов М., Сангов М.М. Температурная зависимость теплоёмкости и изменение термодинамических функций сплава АК1М2 с кальцием // Известия Юго-западный государственный университет. Серия: Техника и технологии. 2018. Т.8. № 3. С. 105-115.
11. Ganiev, I.N. Mulloeva N.M., Nizomov Z., Obidov F.U., Ibragimov N.F. Temperature dependence of the specific heat and thermodynamic functions of alloys of the Pb-Ca system // High Temperature, 2014, vol.52, iss.1, p.138-140.

УДК 669.45.018.8.24/882

ВЛИЯНИЕ ОЛОВА И ТЕМПЕРАТУРЫ НА ТЕПЛОЁМКОСТЬ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3

Давлатов О.Ш.[1], Ганиев И.Н.[2], Одиназода Х.О.[3], Раджабалиев С.С.[4], Иброхимов Н.Ф.[5]

[1]*ст. преподаватель кафедры «Теоретическая механика и сопротивления материалов», Таджикский технический университет имени М.С. Осими*

[2]*академик Национальной академии наук Таджикистана, д.х.н., профессор кафедры Технология химического производства, Таджикский технический университет имени М.С. Осими*

[3]*член-корр. Национальной академии наук Таджикистана, д.т.н., профессор кафедры «Материаловедение, металлургические машины и оборудование» Таджикский технический университет имени М.С. Осими*

[4]*к.т.н., доцент кафедры «Материаловедение, металлургические машины и оборудование» Таджикский технический университет имени М.С. Осими*

[5]*к.т.н., доцент кафедры «Материаловедение, металлургические машины и оборудование» Таджикский технический университет имени М.С. Осими*

(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

davlatov_orif@mail.ru

Аннотация. *В статье приведены результаты исследования температурной зависимости удельной теплоемкости алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3 с оловом в режиме «охлаждения» в диапазоне температура 300–800 К. Установлено, что легирующий компонент в изученном концентрационном интервале (0,01–1,0 мас. %Sn) уменьшает теплоемкость исходного сплава, которое от температуры растёт.*

Ключевые слова: *алюминиевого сплав АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3, олова, теплоёмкость, режим «охлаждения», скорость охлаждения, температурная зависимость.*

INFLUENCE OF TIN AND TEMPERATURE ON THE HEAT CAPACITY OF ALUMINUM ALLOY AZh2.4M5.3MG1.1Ts4KR3

Davlatov O.Sh., Ganiev I.N., Odinazoda Kh.O., Radzhabaliev S.S., Ibrokhimov N.F.

Tajik Technical University after academician M.S. Osimi

Annotation. *The article presents the results of temperature dependence study of the specific heat of aluminum alloy АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3 with tin in the "cooling" mode in the temperature range of 300–800 K. It was found that the alloying component in the studied concentration range (0.01–1.0 wt.% Sn) reduces the heat capacity of the initial alloy, which grows with temperature.*

Keywords: *aluminum alloy АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3, tin, heat capacity, "cooling" mode, cooling rate, temperature dependence.*

Введение

Развитие современной науки и техники предъявляет все возрастающие требования к уровню эффективности, качеству и разнообразия свойств изделий из цветных металлов.

В современных материалах должны сочетаться высокие свойства и качества для обеспечения необходимых ресурса и надежности работы изделий авиационно-космической техники, судостроения, машиностроения, атомной энергетики, радиотехники и вычислительной техники, и строительства. В связи с этим особое значение приобретают производство и использование алюминия и его сплавов, обладающих высокой механической прочностью и пластичностью, малой плотностью, высокой коррозионной стойкостью и жаропрочностью, стойкостью в вакууме и рядом специфических характеристик [1, 2].

Алюминиевый сплав АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 на основе вторичного сырья используется в качестве контактных вставок троллейбусных линий. Недостаток данного сплава является повыщенный коэффициент трения, что и сокращает сроки использования, изготовленного из него изделий. Для снижения коэффициента трения скольжением и улучшение других механических характеристик сплава предлагается его легирование легкоплавкими металлами из группы олова, свинец и висмут [3–6].

Цель настоящей работы является изучение влияния добавки олова на теплоёмкость алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3 по известной удельной теплоемкости эталонного образца из меди марки М00. Подобные сведения пополняют страницы соответствующих справочников и являются ценной информацией при выборе материала конструкций из сплавов алюминия.

Существует много методов измерения теплоемкости твердого тела. В данной работе используется метод сравнения кривых охлаждения, эталонного и исследуемого образцов. Измеряемый образец, нагретый до температуры, превышающей температуру окружающей среды, будет охлаждаться. Скорость охлаждения зависит от теплоемкости материала образца. Сравнивая кривые охлаждения – термограммы двух образцов, один из которых служит эталоном, можно определить теплоемкость другого.

Для двух образцов одинакового размера при допущении равенства площадей их поверхности $S_1 = S_2$ и коэффициентов теплоотдачи $\alpha_1 = \alpha_2$, теплоемкость определяется по формуле

$$C^0_{P_2} = C^0_{P_1} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\left(\frac{dT}{d\tau}\right)_1}{\left(\frac{dT}{d\tau}\right)_2}, \tag{1}$$

где m_1 и m_2-массы образцов из эталона и исследуемого сплава, соответственно, $(\frac{dT}{d\tau})$-их скорости охлаждения и C_{p_1}-удельная теплоемкость эталона.

Подробная методика исследования теплоемкости сплавов в режиме «охлаждения» описан в работах [7, 8].

Шаг измерения температуры составил 0,1 К. Временной интервал фиксации температуры составлял 10 с. Относительная ошибка измерения температуры в интервале от 40 до 400°С составляла ±1%, а в интервале более 400°С ±2,5%. Погрешность измерения теплоемкости в нашем случае по предлагаемой методике не превышает 1,2%.

Полученная в ходе эксперимента кривые зависимости температуры от времени охлаждения образцов из алюминиевого сплава

АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом представлены на рисунке 1 и описываются уравнением вида:

$$T = \mathrm{T}_0 + \frac{1}{2}\left[(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_0)\, e^{-\tau/\tau_1} + (\mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_0)e^{-\tau/\tau_2}\right]. \qquad (2)$$

При дифференциации уравнения (2) по τ, для скорости охлаждения образцов из алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом имеем:

$$\frac{d\mathrm{T}}{d\tau} = \frac{1}{2}\left[-(\frac{\mathrm{T}_1-\mathrm{T}_0}{\tau_1})e^{-\tau/\tau_1} - (\frac{\mathrm{T}_2-\mathrm{T}_0}{\tau_2})e^{-\tau/\tau_2}\right]. \qquad (3)$$

По данному дифференцированному уравнению (3) были рассчитаны скорости охлаждения образцов из сплавов, которые графически приведены на рисунке 2. Результаты эксперимента обработаны по программе MS Excel, графики построены с помощью программы SigmaPlot. При этих значениях коэффициент корреляции составлял не менее 0,998.

Далее по рассчитанным значениям величин скоростей охлаждения образцов из сплавов по уравнению (1) была вычислена удельная теплоёмкость алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3МГ1.1Ц4КР3 с оловом. Получено следующее общее уравнение температурной зависимости удельной теплоемкости сплавов и эталона (Cu марки М00)

$$C_p^0 = a + bT + cT^2 + dT^3. \qquad (4)$$

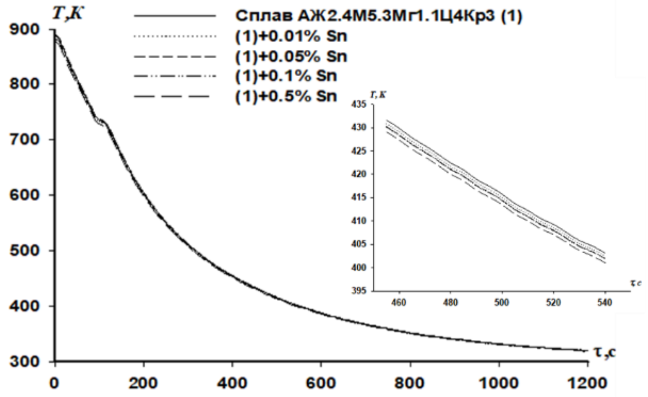


Рисунок 1 – График зависимость температуры от времени охлаждения для образцов из алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом

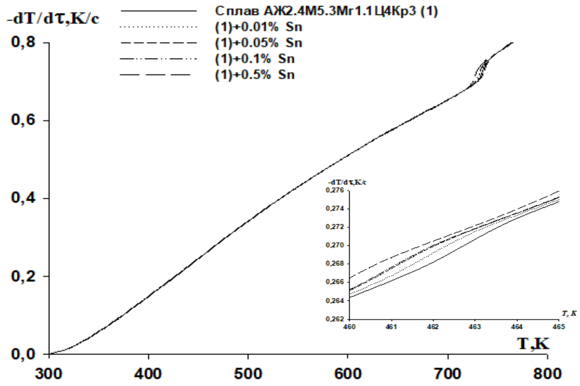


Рисунок 2 – Зависимость скорости охлаждения образцов из алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом от температуры

Результаты расчёта температурной зависимости теплоемкости для алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом по формулам (1) и (4) через 50 К представлены на рис. 3 и в таблице 2. Как видно с ростом температуры теплоемкость сплавов растёт, а от содержания олова уменьшается.

Таблица 1

Значения коэффициентов a, b, c, d в уравнении (4) для алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом

Содержание олова в сплаве, мас.%	a	b·10-4	c·10-7	d·10-9	Коэффициент корреляции R
0.00	0,6605	8,10	-8,85	0,640	1,00
0.01	0,6575	8,14	-8,94	0,648	1,00
0.05	0,6595	8,03	-8,73	0,630	1,00
0.1	0,6520	8,11	-8,92	0,647	1,00
0.5	0,6450	8,16	-9,06	0,659	1,00

Таблица 2

Температурная зависимость удельной теплоёмкости (кДж/(кг·К)) алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом

Содержание олова в сплаве, мас.%	Т, К						Рост C_p°, %
	300	400	500	600	700	800	
0.00	0,8411	27,4	0,9243	0,9661	1,0134	1,0698	27,2
0.01	0,8387	27	0,9220	0,9640	1,0115	1,0683	27,4
0.05	0,8388	27,5	0,9215	0,9631	1,0099	1,0657	27
0.1	0,8325	27,8	0,9154	0,9572	1,0045	1,0612	27,5
0.5	0,8261	0,8686	0,9089	0,9508	0,9983	1,0554	27,8
Рост C_p^0, %	-1,83	-1,75	-1,69	-1,62	-1,51	-1,37	

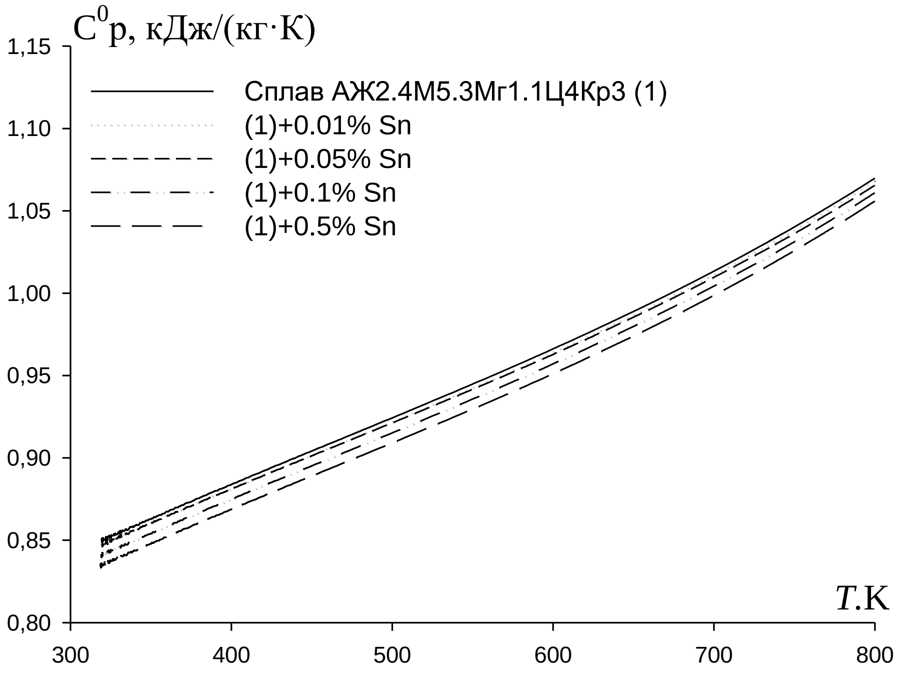


Рисунок 3 – Зависимость удельной теплоёмкости от температуры для алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом

Таким образом, в режиме «охлаждения» по известной теплоёмкости эталонного образца из меди (Cu марки (М00)) установлена теплоёмкость алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом. Показано, что с повышением температуры удельная теплоёмкость алюминиевого сплава АЖ2.4М5.3Мг1.1Ц4Кр3 с оловом увеличивается, а от содержания добавки уменьшается.

Литература

1. Белецкий, В.М. Алюминиевые сплавы (состав, свойств, технология, применение). / В.М. Белецкий, Г.А. Кривов // Справочник под ред. И.Н. Фридляндера. – К.: КОМИТЕХ. 2005. – 365 с.
2. Мондольфо, Л.Ф. Структура и свойства алюминиевых сплавов. – М.: Металлургия, 1979. – 640 с.
3. Иброхимов, Н.Ф. Физикохимия сплава АМг2 с редкоземельными металлами / Н.Ф. Иброхимов, И.Н. Ганиев, Х.О. Одинаев. – Душанбе, Таджикский технический университет им. акад. М.С. Осими, 2016. – 153 с.
4. Муллоева Н.М., Ганиев И.Н., Эшов Б.Б., Махмадуллоев Х.А. Теплофизические свойства и термодинамические функции сплавов системы Pb-Sr // Изв. Самарского научного центра Российской Академии наук, 2014, Т. 6, №6, С. 38-42.
5. Иброхимов Н.Ф., Ганиев И.Н., Низомов З., Ганиева Н.И., Иброхимов С.Ж. Влияние церия на теплофизические свойство сплава АМг2// Физика металлов и металловедение, 2016, Т. 117. №1, С.53-57.
6. Ганиев И.Н., Назарова М.Т., Якубов У.Ш., Сафаров А.Г., Курбонова М.З. Влияние лития на удельную теплоемкость и изменения термодинамических функций алюминиевого сплава АБ1 // Теплофизика высоких температур. 2020. Т. 58. № 1. С. 55-60.
7. Ганиев И.Н., Норова М.Т., Эшов Б.Б., Иброхимов Н.Ф., Иброхимов С.Ж. Влияние добавок скандия на температурную зависимость теплоемкости и термодинамических функций алюминиево-магниевых сплавов // Физика металлов и металловедение. 2020. Т. 121. № 1. С. 25-31.
8. Ганиев И.Н., Алиев Ф.А., Одиназода Х.О., Сафаров А.М., Джайлоев Д.Х. Теплоемкость и термодинамические функции алюминиевого проводникового сплава E-AlMgSi (алдрей), легированного галлием // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. 2019. Т. 22. № 3. С. 219-227.

УДК 547.841

ТИАЗОЛИДИНЫ СОПРЯЖЕННЫЕ С 1,4-БЕНЗОДИОКСАНОМ

Исобаев М.Д.[1], Пулатов Э.Х.[2], Абдуллаев Т.Х.[3], Тоиров Д.[4], Мавлонов Б.Г.[5]
[1]д.х.н., зав. лабораторией органического синтеза, Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[2]д.х.н., с.н.с., Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[3]к.х.н., с.н.с., Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[4]аспирант, с.н.с., Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
[5]с.н.с., Институт химии имени В.И. Никитина Национальной академии наук Таджикистана
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
coordin@yandex.ru

Аннотация. *Тиосемикарбазиды сульфохлоридов 1,4-бензодиоксана при взаимодействии с бинуклеофильными реагентами образуют соответствующие тиазолидиновые гетероциклы.*
Ключевые слова: *оксикетоны, сульфохлориды бензодиоксана, электрофильные реагенты и тиазолидины.*

THIAZOLIDINE CONJUGATED WITH 1,4 – BENZODIOXANE

Isobaev M.D., Pulatov E.Kh., Abdullaev T.Kh., Toirov D., Mavlonov B.G.
Institute of Chemistry after V.I. Nikitin of the National Academy of Sciences of Tajikistan

Annotation. *Interaction between thiosemicarbazide of sulfur chlorides of 1,4-benzodioxane with binucleophile reagents leads to formation of thiazolidine heterocyclic.*
Keywords: *oxyketones, benzodioxane sulfochlorides, electrophilic reagents and thiazolidines.*

Гетероциклические соединения тиазолидинового и бензодиоксанового ряда представляют интерес как объект исследования при взаимодействии с электрофильными и бинуклеофильными реагентами.

Среди продуктов циклизации производных ацетиленовых спиртов известны разнообразные биологически активные вещества, например, 1,3-тиазолидины обладающие антимикробной активностью [1], а производные 1,4-бензодиоксанового ряда являются депрессантами [2].

В наших предыдущих работах показано, что простым в исполнении является синтез изомерных тиазолидинов на основе оксикетонов, являющихся продуктами гидратация ацетиленовых спиртов, которые легко вступают в реакцию с бифукциональными реагентами [3–6].

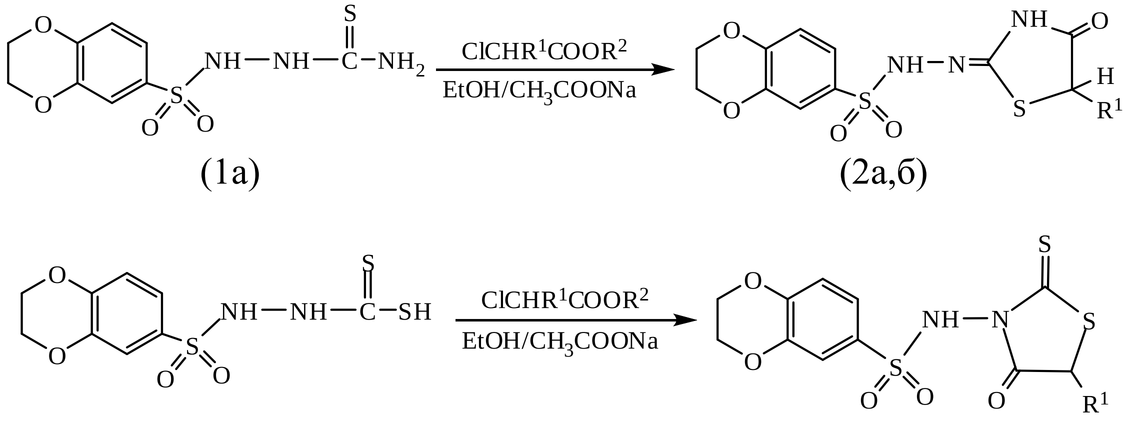
Модификацией этого способа является бромирование оксикетонов. Полученные таким образом α-бромпроизводные кардинально меняют направление реакции, открывая путь к получению соединениям типа 1,3,4-тиадиазинового ряда.

Продолжение исследований, направленных на поиск путей синтеза новых представителей класса тиазолидиновых гетероциклов расширяет банк данных биологической активности данного класса соединений и построения зависимости в ряду «Структура - активность».

В связи с этим, в настоящей работе в качестве исходного для проведения синтетических работ выбран 1,4-бензодиоксан, который планировалось «привязать» к тиазолидиновому циклу.

Для этого на начальной стадии получена 6-сульфотиосемикарбазид-1,4-бензодиоксан (1а) и 6-сульфодитиосемикарбазид-1,4-бензодиоксан (1б), путём взаимодействия на 6-сульфохлорида-1,4-бензодиоксана тиосемикарбазида и дитиосемикарбазида.

С целью поиска альтернативных биологически активных веществ в ряду этих гетероциклов нами синтезированы N- и S-содержащие гетероциклы с сопряженными 1,4-бензодиоксановыми фрагментами по схеме:



(1а) (2а,б)

(1б) (3а,б)

R1 =H, (2-3а), =CH3 (2-3б);

Конечными продуктами такой реакции являются 2-имино-(2-сульфамидо-1,4-бензодиоксанил)-1,3-тиазолидин-4-оны (2 а,б) и N(3)-сульфамидо-1,4-бензодиоксанил)-1,3-тиазолидин-2-тионы (3а,б). Выход конечных продуктов составляет не менее 80%.

В ИК-спектрах соединений (2-3) отмечено появление новых полос поглощения в областях 1250, 1494, 1740 и 3400 -3136 см-1, характерных для колебаний (C=S), (N-N), (C=O от тиазолидина) и (NH) связей. Это подтверждает о циклоконденсация N(1) и N(2) атомов азота тиосемикарбазидного фрагмента исходного сульфамидо-1,4-бензодиоксана (1а) с электрофильными реагентами. Состав полученных соединений (2-3) подтверждено также данными элементного анализа.

В спектре ЯМР 1Н у соединений (2-3а) обнаружены новые сигналы в области 3.82 м.д., в виде дублета соответствующие к двум протонам (СН2) групп и синглет при 11.44 (с. 1Н, от N-3) соответствующего одному протону (1 Н, NH) группу цикла. В случае (2-3б) обнаружен дублет в области 1.53 (д. 3Н, СН3) от С (5) цикла).

Для выяснения степени влияния тиазолидинового цикла на электронное состояние бенздиоксанового фрагмента проведен квантовохимический расчет синтезированных соединений. По этим данным наблюдается способность тиазолидинового цикла и сульфогруппы к передаче электронов в ароматическое кольцо 1,4-бензодиоксанового гетероцикла и большая энергетическая стабильность синтезированной молекулы (2-3), включающих тиазолидиновый цикл по сравнению с молекулами в открытой цепи.

Литература

1. М.Д. Исобаев, Т.Х. Абдуллаев, Э.Х. Пулатов, К.Х. Хайдаров. Биологически активные производные ацетилена // Известия АН РТ отд. физ.-мат. хим. и геол. наук. 1999. – №1. – С. 43-45.
2. В.К. Даукшас. «1,4-бензодиоксан». ХГС. 1975, № 9, с. 1155-1171.
3. Э.Х. Пулатов, М.Д. Исобаев, Б.Г. Мавлонов. Гидроксикетоны в реакциях образования тиадиазинового цикла // Известия АН, сер. хим. 2016. – №10. – с. 2475-2478. E. Kh Pulatov, M.J. Isobaev, and B.G. Mavlonov. Hydroxykethones in the Thiadiazine Cycle formation // Russian Chemical Bulletin, International Edition, 2016, v 65, №10, p. 2475-2478.
4. Э.Х. Пулатов, М.Д. Исобаев, Б.Г. Мавлонов, Т.Х. Абдуллаев. Сравнительная реакционная способность оксикетонов и их производных с N,S-нуклеофилами // Известия АН Сер. хим. 2018. – №6. – С.1106-1109. E.Kh. Pulatov, M.J. Isobaev, and B.G. Mavlonov, T.Kh. Abdullaev Comparative Reactivity of Oxyketones and their Derivatives in the Reactions with N, S-nucleophile // Russian Chemical Bulletin, International Edition, 2018, v. 67, №6, p. 1106-1109.
5. М.Д. Исобаев, Э.Х. Пулатов, Т.Х. Абдуллаев, Турдиалиев М.З., Б.Г. Мавлонов, М. Джумаева. // Альтернативные пути синтеза диоксоланов и тиадиазинов // Журнал органической химии, 2021, т. 57, №3. С. 391-399. DOI: 10.31857/S0514749221030071. M.D. Isobaev, E.Kh. Pulatov, T.Kh. Abdullaev, M.Z. Turdialiev, B.G. Mavlonov, M.I. Jumaevaa. // Alternative Synthetic Routes to Dioxolanes and Thiadiazines. ISSN 1070-4280, Russian Journal of Organic Chemistry, 2021, v. 57, №3, p. 369–375.
6. М.Д. Исобаев, Э.Х. Пулатов, Б.Г. Мавлонов, Т.Х. Абдуллаев, М. Джумаева, И.Ф. Рахимов // Амидо- и сульфамиды 1.3.4-тиадиазинов / Известия АН Республики Таджикистан. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук, 2018, №4. с. 117-124.

УДК 516+517

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПО ХИМИИ ИНТЕРНЕТ ОЛИМПИАДЫ «FOXFORD» ДЛЯ УЧЕНИКОВ 10 КЛАССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЯ ДИОФАНТА

Матвеев В.М.
к.х.н., лицей филиала Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)
mvm-mvm59@mail.ru

Аннотация. *При решении многих задач по химии часто приходится составлять систему двух уравнений с двумя неизвестными и находить неизвестные величины, используя разные способы решения таких уравнений. В данной работе приводится пример решения подобной задачи с использованием уравнения Диофанта.*

Ключевые слова: *Решение задачи по химии интернет Олимпиады «Foxford», уравнение Диофанта, система двух уравнений с двумя неизвестными.*

SOLUTION OF THE CHEMISTRY PROBLEM OF THE INTERNET OLYMPIAD «FOXFORD» FOR PUPILS OF 10th GRADE USING THE DIOPHANTE EQUATION

Matveev V.M.
Lyceum of Lomonosov Moscow State University in Dushanbe

Annotation. *When solving problems in chemistry we often have to make up the system of two equations with two unknowns and find unknown quantities using different methods of solving such equations. In this paper an example of solving a similar problem using the equation Diofant is provided.*

Keywords: *The problem solving in chemistry; Internet Olympiad «Foxford»; Diofant s equations; the system of two equations in two unknowns.*

При подготовке учеников лицея часто используем задачу Олимпиады «Foxford», которая была предложена ученикам 10-х классов в сезоне 2015-2016 учебного года. Формулировка задачи была следующего содержания:

«При окислении известного металла образуется 60 г оксида. В реакции этого количества металла с водой образуется 96 г гидроксида металла. В ответе укажите символ этого металла».

Ученики и автор параллельно решали эту задачу. Ученики 10 класса нашего лицея быстро решили эту задачу, составив систему двух уравнений с двумя неизвестными. За символ металла они и я обозначили Me, его валентность обозначили за X, а за Y обозначили атомную массу неизвестного металла. В результате, при решении этой задачи можно составить систему двух уравнений с двумя неизвестными на основании уравнений реакций;

$$4Me + xO_2 = 2Me_2O_x$$

$$4Me + 4xH_2O = 4Me(OH)_x + 2xH_2$$

$$\begin{cases} 32x + 4y = 60 \\ 68x + 4y = 96 \end{cases}$$

При решении этой системы уравнений получается, что X=1, а Y=7, так как X и Y простые и целые числа. При анализе первого уравнения системы можно сделать вывод о том, что его можно сократить на 4, тогда это уравнение приобретает вид: 8x+y=15, согласно данного уравнения вытекает вывод о том, что получилось уравнение Диофанта [1,2], из которого следует вывод о том, что оно справедливо, если X=1, а Y=7. Ответ этой задачи говорит о том, что этот металл литий. Таким образом, задача Олимпиады «Foxford» сокращается за счет второй части задания, которое можно исключить, и усложняется за счёт первой части, в результате которой нужно сделать логический анализ линейного уравнения Диофанта. Проверка показала, что решение верное.

Для подтверждения идеи решения мной составлена похожая задача.

При окислении хорошо известного всем металла образуется 124 грамм оксида, назовите этот металл.

Для решения составим уравнение реакции:

$4Me + xO_2 = 2Me_2O_x$

Если за X обозначить валентность металла, а за Y его атомную массу, то получим уравнение: 32X+4Y=124. При сокращении этого уравнения на 4 получаем: 8X+Y=31. Это уравнение Диофанта справедливо, если X=1, а Y=23, X не может быть равен 2, так как при этом атомная масса металла будет равна 15г/моль, металла и элемента с такой атомной массой не существует.

Литература

1. Данко П.Е., Попков А.Г., Кожевникова Т.Я., М., Высшая школа, 1986, 91 с.
2. Ровба Е.А., Ляликов А.С., Высшая математика, М., 2011, 366 с.

УДК 378.147

БАЛАНД БАРДОШТАНИ СИФАТИ ТАЪЛИМИ ФАННИ ФИЗИКА БАРОИ ИХТИСОСҲОИ ҒАЙРИТАБИАТШИНОСӢ

Маҷидов Ҳ.[1], Абдуллоева А.[2]

[1]арбоби илм ва техникаи Тоҷикистон, академики Академияи байналмилалии мактабҳои олӣ, д.и.т., профессори Донишгоҳи байналмилалии сайёҳӣ ва соҳибкории Тоҷикистон

[2]унвонҷӯйи Донишгоҳи байналмилалии сайёҳӣ ва соҳибкории Тоҷикистон (ш. Душанбе, Ҷумҳурии Тоҷикистон)

Аннотатсия. *Дар мақола роҳу усулҳои баланд бардоштани сифати таълими фанни физика барои ихтисосҳои ғайритабиатшиносии муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ дар шароити низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ нишон дода шудааст. Инчунин дар мақола дар бораи татбиқи амалии қонунҳои физика ва саҳми фанҳои табиатшиносӣ дар инкишофи тафаккури иқтисодӣ ва маърифати техникии бакалаврҳо дар муассисаҳои таҳсиоти олии касбӣ маълумот дода шудааст. Дар мақола қайд гардидааст, ки пешрафти соҳаҳои гуногуни хоҷагии халқ ва техникаю технологияи муосир, фарҳанги техникии шаҳрвандон ба инкишофи фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ робитаи зич дорад.*

Калидвожаҳо: *Сифати таълими фанни физика , ихтисосҳои ғайритабиатшиносӣ, муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ , низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ , Паёми Призденти Ҷумҳурии Тоҷикистон, Маҷлиси Олӣ , ҳодисаҳои табиат , пажуишгоҳҳо, олимони тоҷик, прогресси илмию техникӣ, маводи ғизоӣ , дастгоҳҳои таҷрибавӣ.*

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ПРЕПОДОВАНИЯ ПРЕДМЕТА ФИЗИКИ ДЛЯ НЕЕСТЕСТВЕННЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ В УСОВИЯХ КРЕДИТНОЙ СИСТЕМЫ ЕВРОПЕЙСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Хамида Маджидов Х., Абдуллоева А.
Международный университет туризма и предпринимательства Таджикистана

Аннотация. *В статье показаны пути и методы повышения качества преподавания предмета физика для неестественных специальностей высших учебных заведениях в условии кредитной системы европейского образования. Также в статье приводится сведения о практическом применении законов физики и роль естественных наук в развитии экономического мышления и технического мышления бакалавров в высших учебных заведениях. В статье отмечено, что развитие различных областей народного хозяйства и техники, технологии, техническое мышление населения тесно связано с развитием естественных, точных и математических наук.*

Ключевые слова: *качества преподавания предмет физика, неестественные специальности, высшие учебные заведения, кредитная система, европейское образование, послание Президента Республики Таджикистан, Маджлиси Олӣ, явлении природы, научно – исследовательские институты, таджикские ученные, таджикские астрофизики, научно – технический прогресс, продукты питания, экспериментальная установка.*

IMPROVING THE TEACHING QUALITY OF PHYSICS TO UNNATURAL SPECIALTIES IN HIGHER EDUCATIONAL INSTITUTIONS IN THE CONDITIONS OF THE CREDIT SYSTEM OF EUROPEAN EDUCATION

Majidov H., Abdulloeva A.
International University of Tourism and Entrepreneurship of Tajikistan

Annotation. *The article shows the methods of enhancement of teaching quality of physics to unnatural specialties in higher educational institutions in the condition of the credit system of European education. The article also provides information on the practical application of the laws of physics and the role of natural sciences in the development of economic and technical thinking of bachelors in higher educational institutions. The article notes that the development of various fields of national economy and technology, technical thinking of population is closely connected along with the development of natural, exact and mathematical sciences.*

Keywords: *qualities of teaching physics, unnatural specialties, higher educational institutions, credit system, European lending, message of the President of the Republic of Tajikistan, Majlisi Oli, natural phenomena, research institutions, Tajik scientists, Tajik astrophysicists, scientific and technological progress, food, experimental installation.*

Дар паёми Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ба Маҷлиси Олии Чумҳурии Тоҷикистон (26 декабри соли 2019) қайд гардидааст: Роҳбарону кормандони соҳаи маорифро зарур аст, ки сатҳу сифати таълимро дар ҳар як муассисаи таълимӣ, сарфи назар аз шакли моликияти онҳо ва дар ҳамаи зинаҳои таҳсилот баланд бардоранд. Инчунин, назорати азхудкунии донишҳои замонавиро пурзӯр гардонда, наврасону ҷавононро ба мутоилаи китобҳои бадеиву илмӣ ташвиқ намоянд, қобилияти эҷодии онҳоро тақвият бахшида ва ба таълими фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ таваҷҷӯҳи бештар зоҳир намоянд. Вобаста ба ин, пешниҳод менамоям, ки ба хотири боз ҳам беҳтар ба роҳ мондани омӯзиши илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ, инчунин, барои тавсеаи тафаккури техникии насли наврас солҳои 2020-2040 "Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф" эълон карда шавад [1].

Дар ҳақиқат ҳам омӯзиши фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ аҳамияти калонӣ илмӣ ва амалӣ доранд.

Тавассути илмҳои табиатшиносӣ ҳодисаҳои табиат омӯхтаю маънидод ва қонунҳои табиат кашф карда мешаванд.

Илмҳои табиатшиносӣ дар Замони ҳозира роли ҳалкунандаро мебозанд ва консепсияи инкишофи табиати зинда ва ғайризинда, имкониятҳои табдилдиҳии табиат, инкишофи прогресси илмӣ – техникӣ ва таъмин намудани аҳолии Замин бо маҳсулоти ғизоӣ ва ғайраҳо ба натиҷаҳои ин илмҳо асос карда шудааст.

Омӯзиши фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар инкишофи ҷаҳонбинии бакалаврҳою мутахасисони оянда ва баланд бардоштани сифати тайёркунии онҳо саҳми калон мегузоранд.

Ҳамаи мамлакатҳои дунё ба инкишофи илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ мароқи зиёд зоҳир менамоянд, чунки инкишофи ин илмҳо тараққиёти мамлакатро муайян менамоянд. Дар ҳамаи мамлакатҳои тараққӣ карда, илм дар сахти зарурӣ инкишоф ёфтааст.

Дар инкишофи фанҳои табиатшиносӣ, дақиқу риёзӣ дар ҷумҳурии мо аҳмияти зарурӣ дод шуда истодааст. Ҳоло дар ҷумҳурӣ якчанд пажӯҳишгоҳҳо ба монанди физикаю – техникаи ба номи Султон Умаров, астрофизика, математика, химия, геология, биофизика, ботаникаю паризиология ва ғайраҳо дар назди Академияи миллии илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон ба тадқиқи соҳаҳои гуногуни илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ машғуланд.

Дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ доир ба ҳамаи соҳаҳои илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ мутахасисону бакалаврҳо ва магистрҳои замонавӣ тайёр карда мешавад. Дар пажӯҳишгоҳою донишгоҳҳои ҷумҳурӣ доир ба соҳаҳои гуногуни илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ (физикаи ҷисмҳои сахт, физикаи полимерҳо, лазерҳо, физикаи назариявӣ, физикаи гармӣ, физикаи молекулӣ, спектроскопия, химия, биология, физиология, геология, минералогия, астрофизика, биофизика, математика, механика ва ғайраҳо мактабҳои илмӣ таъсис ёфтаанд, ки дар онҳо номзадҳо ва докторони илмҳо камол ёфта истодаанд.

Қайд кардан лозим аст, ки як қатор муассисаҳои таҳсилоти олии касбии кишвар ба тайёр кардани бакалавру магистрҳои баландихтисоси соҳаи иқтисодиёт машғуланд. Дар тарбияи кадрҳои баландихтисоси соҳаи иқтисодиёт таълими фанҳои риёзию табиатшиносӣ саҳми арзанда доранд. Беҳуда нест, ки таълими фанҳои риёзию табиатшиносӣ дар нақшаҳои таълимии ихтисосҳои тамоюли олии касбӣ дар солҳои аввали таълим дохил карда шудаанд.

Барои ҳамаи ихтисосҳои иқтисодӣ дар нақшаҳои таълимӣ дар қатори фанҳои риёзӣ – математикаи олӣ, математикаи дискретӣ, назарияи эҳтимолият, математикаи иқтисодӣ, математикаи молиявӣ, методҳои математикии тадқиқи амалиёт дар иқтисодиёт, эконометрика, инчунин фанни консепсияҳои табиатшиносии муосирро дар бар мегирад.

Вақте, ки бакалаври соҳаи иқтисодиёт дар солҳои аввали хониш бо дошишҳои математикию фанҳои табиатшиносӣ мусаллаҳ мегардад, ба ӯ аз бар намудани маводи фанҳои дигар, аз он ҷумла фанҳои ихтисосӣ осон гардида, онҳоро чуқуртар аз худ менамояд.

Ҳамин тариқ, омӯзиши фанҳои риёзию табиатшиносӣ дар тайёр намудани бакалаврҳою магистрҳои соҳаи иқтисодиёт саҳми арзанда доранд. Бинобар ин, ҳангоми таълими фанҳои риёзию табиатшиносӣ диққати асосиро ба тарбияи иқтисодии бакалаврҳою магистрҳо – мутахассисони ояндаи соҳаи иқтисодиёт равона намудан лозим аст.

Дар машғулиятҳои лексионӣ, амалӣ ва мустақилона аз фанҳои риёзию табиатшиносӣ лаҳзаҳои асосии машғулиётҳоро ба ҳалли масъалаҳои тавсифи иқтисодидошта равона кардан ба мақсад мувофиқ мебошад.

Таълими фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир” низ дар тарбияи иқтисодии бакалаврҳои муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ саҳми калон дорад.

Фанҳои табиатшиносӣ ин маҷмуи илмҳо дар бораи ҳодиса ва қонунҳои табиат мебошад. Фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир”-ро омӯхта, бакалавр – иқтисодчии оянда доир ба ҳодиса ва қонунҳои табиат маълумоти зарурӣ пайдо менамояд.

Ба манфиати инсоният истифода бурдани ҳодисаҳои табиат ва қонунҳои он аҳмияти калон иқтисодӣ доранд. Бинобар ин, ҳангоми таълими ин фан дар машғулиятҳо ба бакалаврҳои тамоюли иқтисодӣ аҳмияти иқтисодии ҳодисаҳои табиату қонунҳои онро фаҳмондан зарур мебошад.

Фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир” масъалаҳои табиатшиносиро, ки ба соҳаҳои физика, астрофизика, космология, биология, химия, экология ва геология тааллуқ доранд, дар бар мегирад. Дар замони ҳозира ин илмҳо дар табиатшиносӣ роли ҳалкунанда мебозанд ва консепсияи инкишофи табиати зинда ва ғайризинда, имкониятҳои табдилдиҳии табиат, инкишофи прогресси илмӣ- техникӣ ва таъмин намудани аҳолии Замин бо маҳсулоти ғизоӣ ва ғайраҳо ба натиҷаи ин илмҳо асос карда шудааст.

Танҳо таъмин намудани инкишофи прогресси илмию техникӣ ва бо маводи ғизоӣ таъмин намудани аҳолиии Замин аз ҷониби фанҳои табиатшиносӣ шаҳодати он аст, ки фанҳои табиатшиносӣ ба пешрафти иқтисодиёт ва таълими онҳо дар тарбияи иқтисодии бакалаврҳо мутахассисони ояндаи соҳаи иқтисодиёт саҳми арзанда дорад.

Ҳангоми омӯзиши мавзуҳои алоҳидаи фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир” дар машғулиятҳои лексионӣ, амалӣ ва мустақилона ба бакалаврҳо аҳмияти иқтисодии онҳоро фаҳмондан лозим аст.

Масалан, ҳангоми гузаштани мавзуи “Қонунҳои бақо” ба бакалаврҳо фаҳмондан лозим аст, ки ин қонунҳо қонунҳои фундаменталии табиатанд, ҳам барои макроолам ва ҳам барои микроолам татбиқшавандаанд, аҳмияти калонӣ илмӣ, амалӣ, ва иқтисодӣ доранд.

Масалан, мувофиқи “Қонуни бақо ва табдилёбии энергия” мошини дилхоҳ аз ҳисоби табдилёбии энергия кор ичро менамояд. Дар мошини дилхоҳ энергияи аз ҳисоби сӯхтани сӯзишворӣ ҳосилгардида ба кори механикӣ сарф мегардад.

Дар нерӯгоҳҳои электрикии обӣ энергияи электрикӣ аз ҳисоби энергияи потенсиалии оби ба баландӣ бардошташуда ҳосил карда мешавад. Ҳангоми ҷоришавии об аз баландӣ энергияи потенсиалии он ба энергияи кинетикӣ табдил меёбад ва аз ҳисоби ин энергия генератор энергияи электрикӣ ҳосил мекунад.

Баъд энергияи электрикӣ дар истеъсолокунандаҳо ба дигар намудҳои энергия –рӯшноӣ, гармӣ ва механикӣ табдил меёбад.

Ҳамин тариқ, бакалаврҳо мефаҳманд, ки қонунҳои бақо дар баробари аҳмияти илмӣ, аҳмияти иқтисодӣ доранд ва тарбияи иқтисодии онҳоро ташаккул медиҳанд.

Қонунҳои дигари физика, аз он ҷумла қонунҳои ҷараёни доимию тағйирёбанда, ҳодисаҳои электрикӣ ва электролиз татбиқи васеи амалӣ ва аҳмияти калони иқтисодӣ доранд.

Бинобар ин, дар машғулиятҳо, махсусан дар машғулиятҳои амалию мустақилона ба бакалаврҳо фаҳмидани татбиқи васеи амалии қонунҳои физика ва аҳмияти иқтисодии онҳо, тарбияи иқтисодии бакалаврҳо – мутахассисони оянадаи соҳаи иқтисодиётро баланд мебардоранд ва ҳадафи мо тарбияи бакалаврҳои замонавии ҷавобгӯи стандартҳои давлатию байналмилалӣ амалӣ мегардад.

Инчунин қайд кардан лозим аст, ки пешрафти соҳаҳои гуногуни хоҷагии халқ ва техникаю технологияи муосир, фарҳанги техникии шаҳрвандон ба инкишофи фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ робитаи зич доранд.

Пешрафту тараққиёти кишвар аз маърифати техникии шаҳрвандон вобаста мебошад. Бинобарин ин, кӯшиш ба харҷ додан лозим аст, ки баҳри баланд бардоштани фарҳанги техникӣ чораҳои зарурӣ андешида, маърифати техникии шаҳрвандонро афзун намоем.

Пеш аз ҳама дар инкишофи фарҳанги техникӣ, физика нақши пешбаранда мебозад ва он яке аз илмҳои асосӣ оид ба табиат шумор меравад. Асрори зиёда аз 80 дар сади ҳодисаҳои табиат дар Заминаи илми физика ошкор мешавад. Маҳз тавассути ин илм инсон дар назди ҳодисаҳои фавқулода оҷиз набуда, онҳоро меомӯзад, қонунҳояшро муқаррар мекунад ва ба манфиати худ истифода мебарад. Тамоми техникаи муосир ба татбиқи қонунҳое, ки олимон дар соҳои гуногуни физика кашф намудаанд, асоснок шудааст. Ҳамин тариқ, физика аз муҳимтарин риштаи илмҳои табиатшиносӣ ба шумор меравад, ки сабабҳои ба амал омадани ҳодисаҳоро маънидод намуда, робитаи байни онҳоро муқаррар месозад.

Бинобар ин, ба баланд бардоштани сифати таълими фанни физика аҳмияти зарурӣ додан лозим аст.

Барои ихтисосҳои ғайритабиатшиносӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ фанни физика ҳамчун фанни асосӣ таълим дода мешавад. Ба ихтисосҳои ғайритабиатшиносӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ, асосан ихтисосҳои техникию технологӣ, химияю биология тааллуқ доранд.

Барои ихтисосҳои химияву биологияи ҳамаи муассисаҳои таҳсилоти олии Ҷумҳурии Тоҷикистон фанни физика таълим дода мешавад.

Ҳамин тавр маълум гардид, ки барои тайёр намудани мутахассисону бакалаврҳои замонавӣ дар низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ аз рӯйи ихтисосҳои техникию технологӣ, тибию аграрӣ, биология ва химия фанни физика саҳми муайян мегузорад.

Сифати тайёр намудани бакалаврҳо аз рӯйи ин ихтисосҳо ба сифати таълими физика дар шароити низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ вобастагӣ дорад.

Бинобар ин, сифати таълими фанни физикаро барои ихтисосҳои ғайритабиатшиносӣ дар шароити низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ дар сатҳи зарурӣ баланд бардоштан лозим аст.

Роҳу усули баланд бардоштани сифати таълими фанни физика барои ихтисосҳои ғайритабиатшиносӣ дар шароити низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ тадқиқоти махсусро талаб менамояд.

Чунин тадқиқоти муккамалу пурра барои баланд бардоштани сифати таълими фанни физика барои ихтисосҳои ғайритабиатшиносӣ дар ҷумҳурии Тоҷикистон гузаронида нашудааст.

Дар ин мақола кӯшиш ба харҷ дода истодаем, ки роҳу усули баланд бардоштани сифати таълими фанни физикаро барои ихтисосҳои ғайритабиатшиносии муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ дар шароити низоми кредитии аврупоӣ нишон диҳем.

Бо мақсади ба фазои ягонаи таҳсилоти ҷаҳонӣ ворид гардидан, имрӯзҳо ҳамаи муассисаҳои таҳсиолти олии касбии Ҷумҳурии Тоҷикистон аз низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ истифода бурда истодааанд.

Мақсади ба фазои ягонаи таҳсилоти ҷаҳонӣ дохил гардидан, дар ҷумҳурӣ аз он иборат аст, ки ба талаботҳои байналмилалии таҳсилот риоя намоем ва дараҷаи тахассусе, ки хатмкунандаҳои муассисаҳои маҳсилоти олии касбӣ соҳиб мегарданд, бояд ҳам ба бозори ҷаҳонии таҳсилот ва ҳам дар бозори меҳнат эътироф гардад ва дипломҳо баробар арзиш гарданд.

Яке аз бартариҳои низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ аз он иборат аст, ки бояд дипломҳои додаи муассисаҳои таҳсилотии олии касбии ҷумҳуриамон дар ҳамаи мамлакатҳои аврупо эътироф гардад.

Татбиқи низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ дар Донишгоҳи давлатии тиҷорати Тоҷикистон нишон дод, ки он яке аз усулҳои замонавию самарабахш дар тайёр намудани бакалаврҳои ҷавобгӯи стандартҳои байналмилалию давлатӣ ба шумор меравад.

Асосгузори сулҳу ваҳдати миллӣ - Пешвои миллат, Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон муҳтарам Эмомалӣ Раҳмон дар яке аз баромадҳои худ чунин қайд намуданд: “Низоми кредитии таҳсилот водор месозад, ки ҳам бакалаврҳо ва ҳам устод ҳамеша дар ҷустҷӯ бошанд ва ҳар чи бештар аз васоити таълимию методӣ ва технлолгияҳои иттилоотию коммуникатсионии муосир истифода намоянд”.

Ҳамин тариқ, барои самарабахш татбиқ намудани низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ бояд ҳам бакалаврҳо ва ҳам устодон пайваста дар омӯзиш бошанд.

Татбиқи низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ дар Донишгоҳи давлатии тиҷорати Тоҷикистон нишон дод, ки барои самарабахш истифода бурдани ин низом нозукиҳою талаботҳои онро ҳам бакалаврҳою ва ҳам устодон риоя намоянд.

Барои ба бакалаврҳо фаҳмондани талаботҳою нозукиҳои низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ дар факултетҳо эдвайзерҳо (машваратчиён) фаъолият менамоянд.

Ба бакалаврҳои курсҳои якум, ки соли аввали хонишашон аст, эдвайзерҳо бояд низоми кредитии таҳсилоти аврупоиро бо тамому талаботу нозукиҳояш ба онҳо фаҳмонданд ва онҳо аз рӯзи аввали хониш ба талаботҳою нозукиҳои ин низом риоя кунанд ва устодон низ мувофиқи ин низом фаъолияти худро ба роҳ монданд.

Ҳамин тариқ, низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ талаб менамоянд, ки талаботҳоро нисбат ба иҷроиши корҳои мустақилонаю супоришҳо дар сатҳи зарурӣ баланд бардоштан лозим аст, то ки иқтидори корҳои бакалаврҳоро ба пурраги истифода намоем.

Кори мустақилона асосан бакалаврҳоро ба ҷустуҷӯи донишҳои нав ва иловагӣ водор сохта, онҳоро вазифадор менамояд, ки ҳамеша дар ҷустҷӯи адабиёт бошанд ва аз шабакаи интернет маълумотҳои навтарин гиранд.

Бинобар ин, дар ҷараёни таълими низоми кредити таҳсилоти аврупоӣ ба кори мустақилонаи бакалаврҳо диққати асосиро равона кардан лозим аст.

Мо бояд бо ҳар роҳу усул сифати гузаронидани машғулиятҳои КМРУ ва иҷрои корҳои мӯстақилонаи бакалаврҳоро баланд бардорем, то ки дар низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ ба муваффақиятҳои назаррас соҳиб гардем.

Агар дар давоми таҳсил бакалаврҳо тариқи мустақилона аз худ намудаани донишро ёд гиранд, он гоҳ гуфтан мумкин аст, ки бакалаврҳои замонавии ҷавобгӯи стандартҳои давлатию байналмилалиро тарбия намудем.

Бакалаврҳое, ки мустақилона донишро аз худ менамоянд, баъди хатми донишгоҳ аз уҳдаи аз худ намудани комёбиҳои илму техникаи замонавӣ баромада метавонанд ва ҳамчун бакалаври замонавӣ ба камол мерасанд.

Барои дар сатҳи зарурӣ баланд бардоштани сифати таълим ҳамаи устодон бояд машғулиятҳо, аз он ҷумла машғулиятҳои КМРУ – ро дар саҳти зарурӣ ташкил намуда, самарабахш гузаронанд. Нисбати иҷроиши корҳои мустақилонаю супоришҳо ҳамаи устодон талаботи якхела доштанашон лозим аст.

Таҷрибаи кори нишон дода истодааст, ки қисми зиёди устодон талаботҳою нозукиҳои низоми кредитии таҳсилоти аврупоиро риоя накарда, ба иҷроиши корҳои мустақилонаю супоришҳои бакалаврҳо диққати ҷиддӣ намедиҳанд.

Ҳангоми гузаштани машғулиятҳо аз фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир” дар курсҳои якуму дуюми баъзе аз ихтисосҳои ДДТТ маълум гардид, ки онҳо доир ба низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ ва талаботҳою нозукиҳои он маълумоти зарурӣ надоранд.

Бакалаврҳои ин ихтисосҳо дар бораи иҷроиши корҳои мустақилонаю супоришҳо ва омӯзиши саволҳои тестӣ тасаввурот надоранд ва чӣ тавр иҷро кардани онҳоро намедонанд.

Ҳангоме, ки дар асоси барномаи таълимию силлабуси фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир” аз бакалаврҳои ин гурӯҳҳои таълимии иҷроиши корҳои мустақилона, конспектҳо, супоришҳо ва омӯзиши саволҳои тестӣ талаб мекунед, ба иҷроиши ин талаботҳо онҳо ба зудӣ камар намебананданд.

Сабаби чунин муносибати бакалаврҳои ин гурӯҳҳои таълимӣ аз он иборат аст, ки устодони дигар фанҳои таълимӣ аз онҳо ба таври ҷиддӣ иҷроиши корҳои мустақилонаю супоришҳо ва омӯзиши саволҳои тестиро талаб намекунанд, ба дониши бакалаврҳо рӯякӣ холгузорӣ менамоянд.

Бакалаврҳо бошанд ба холҳои муфт соҳиб гардида, барои баланд бардоштани сатҳи донишашон кӯшиш ба харҷ намедиҳанд.

Ин тавр муносибат кардани устодон ба иҷроиши корҳои мустақилонаю супоришҳо ва омӯзиши саволҳои тестӣ сабаби паст гардонидани сатҳи дониши бакалаврҳо мегардад.

Бакалаврҳои имрӯзаи ба донишгоҳ дохил гардида сатҳи дониши паст доранд, аз китобхонӣ дуранд.

Баъзеи бакалаврҳо ҳавсалаи аз китобхонаи донишгоҳ китоб гирифтанро надоранд.

Бо роҳи навиштани реферату конспект ва омӯхтани саволҳои тестӣ онҳо маҷбур мешаванд, ки аз китобҳои дарсӣ истифода баранд.

Агар бакалаврҳои муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ китобхониро сармашқӣ кори худ нагардонанд, ҳеҷ гоҳ ба мақсади асосии худ тайёр кардани бакалаврҳои замонавии ҷавобгӯи стандартҳои давлатию байналмилалӣ расида наметавонанд.

Қайд кардан лозим аст, ки ба устодони сахтгиру серталаб, ки ҳамеша баҳри баланд бардоштани сатҳи дониши бакалаврҳо ва баланд бардоштани сифати тайёркунии бакалаврҳои касбӣ кӯшиш ба ба харҷ медиҳанд, бакалаврҳо ҳангоми пурсишномаҳои устод аз нигоҳи донишҷӯ холҳои паст мегузоранд.

Ҳангоми чунин анкетагузаронӣ ба устодоне, ки фориғболи намуда, ба бакалаврҳо дар рейтингҳою имтиҳонҳои ҷамъбастӣ холҳои ғайриҳақиқӣ мегузоранд, дар анкетаҳо бакалаврҳо ба онҳо холҳои баланд мегузоранд.

Чунин устодони фориғболе, ки бо корҳои ғайри худ сатҳи тайёрии бакалаврҳои замонавӣ ва сифати таълимро паст мегардонанд, дар доскаҳои фахрии устодони беҳтарин расми онҳо овехта мешавад.

Чунин доскаҳои фахрӣ ба сатҳу сифати таълим таъсири манфӣ мерасонанд. Татбиқи низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ нишон дод, ки самарабахшии он аз омилҳои зиёде вобастагӣ дорад. Баъзе омилҳое, ки ба ташаккулёбии бакалаврҳои касбӣ саҳми муҳим мегузаранд, дар тадқиқоти устодони Донишгоҳи давлатии тиҷорати Тоҷикистон нишон дода шудааст [4–9].

Барои ба бакалаврҳо фаҳмонидани талаботҳою нозукиҳои низоми предметии таҳсилоти аврупоӣ кори тарбиявиро дар гурӯҳои таълимӣ пурқувват кардан лозим мебошад.

Дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ ба фаҳмондиҳии талаботҳою нозукиҳои низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ бояд ҳамаи сохторҳои донишгоҳ саҳмгузор бошанд. Дар байни сохторҳои донишгоҳ дар тарбияи бакалаврҳои замонавӣ саҳми ҷонишинони декани факултет доир ба таълиму тарбия ва кафедраҳо бояд назаррас бошад.

Ҳангоми истифодаи низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ кӯшиш ба харҷ додан лозим аст, ки дараҷаи азхудкунии маводҳои таълимӣ дар сатҳи зарурӣ бардошта шавад.

Барои азхудкунии маводҳои таълимӣ дар низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ нақшаҳои таълимӣ ва барномаҳо хеле хуб таҳия гардидаанд.

Доир ба ҳар мавзуъ лексия хонда мешавад, дар машғулияти “Кори мустақилонаи бакалаврҳо таҳти роҳбарии устодон (КМРУ) ин мавзуъ ё мавзуи ба он вобаста муҳокима карда мешавад ва дар машғулияти амалӣ (семинарӣ) бакалаврҳо доир ба мавзуи дар лексия хондашуда баромад ё маърӯза менамоянд.

Агар машғулиятҳои номбаршуда дар сатҳи зарурӣ гузаранда шавад, дараҷаи азхудкунии маводҳои таълимӣ аз ҷониби бакалаврҳо баланд мегарданд.

Дараҷаи азхудкунии маводҳои таълимӣ аз мавҷудияти китоби дарсӣ, васоитҳои ёрирасони таълимӣ ва дастурҳои таълимӣ, китоб доир ба саволҳои тестӣ вобастагии калон дорад. Ин маводҳои номбаршуда кори бакалаврҳоро осон мегардонад ва шавқу ҳаваси онҳоро барои баланд бардоштани дараҷаи азхудкуниашон зиёд мегардонад.

Бинобар ин, дар низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ, бакалаврҳо бояд бо китобҳои дарсию маводҳои ёрирасони таълимию методӣ таъмин бошанд, дар ин сурат дараҷаи азхудкунии онҳо баланд бардошта мешавад.

Таъсири самарабахши китоби дарсӣ, васоитҳои таълимӣ, дастурҳои методӣ, китоб доир ба саволҳои тестиро ба этибор гирифта доир ба фанҳои “Физика” ва “Консепсияҳои табиатшиносии муосир” китобҳои дарсӣ ва китоби саволҳои тестиро аз чоп баровварда дастраси бакалаврҳои муассисаҳои таҳсилоти олии касбии ҷумҳурӣ гардонидем ва истифодаи онҳо барои баланд бардоштани дараҷаи азхудкунии бакалаврҳо саҳми арзанда гузоштанд.

Таҷрибаи чандин соли корӣ нишон дод, ки дараҷаи азхудкунии бакалаврҳо ба талаботи устодон нисбати иҷроиши корҳои мустақилона (реферату конспектҳо) ва омӯзиши саволҳои тестӣ вобастагии зич дорад.

Фанни физика асоси илмии ҳамагуна техникаро ташкил менамояд. Тараққиёти техника дар навбати худ пешрафти илми физикаро таъмин намояд.

Бо инкишофи техника лабараторияҳо бо асбобҳои наву ҳассос муҷаҳҳаз мешаванд ва ҳалли масъалаҳои соҳа осон мегардад, сатҳи корҳои илмӣ – тадқиқотӣ ва саҳеҳии ченкуниҳо баланд мегардад.

Дар ин замина, албатта, барои баланд бардоштани маърифати техникии ҷомеа пеш аз ҳама дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ, миёнаи касбӣ ва олии касбӣ шароитҳои мусоид фароҳам овардан зарур мебошад. Аз солҳои 90-уми асри гузашта дар кишвари мо лабараторияҳои омӯзишии фанҳои табиатшиносӣ бо асбобу дастгоҳҳои таҷрибавии замонавӣ ва маводи химиявӣ таъмин нестанд. Дастрасии асбобу дастгоҳҳои таҷрибавӣ доир ба фанҳои табиатшиносӣ душвор ва барои ин маблағи хеле зиёд лозим аст. Имрӯзҳо ҳатто лабараторияҳои илмӣ-тадқиқотии муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ ва пажӯҳишгоҳҳои Академияи миллии илмҳои ҷумҳурӣ доир ба тадқиқи соҳаҳои гуногуни илмҳои табиатшиносӣ ба дастгоҳои таҷрибавии замонавӣ ниёз доранд. Дастгоҳҳои таҷрибавии мавҷуда аз сабаби ба анҷоми расидани мӯҳлати истифодаашон аз кор баромадаанд ё кӯҳна гардиданду ба талаботи рӯз ҷавобгӯ нестанд.

Ин норасоиро дар шаҳри Душанбе ташкил намудани магазини фурӯхти асбобу лавозимотҳо, дастгоҳҳои таҷрибавӣ доир ба таълими фанҳои табиатшиносӣ ва корҳои амалӣ – тадқиқотӣ ҳаллу фасл менамояд.

Барои баланд бардоштани маърифати техникии хонандагони муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ бояд марказ ва маҳфилҳои ихтирокорон, касбомӯзон, техникаҳои ҷавон дар зерсохторҳои шуъбаҳои маорифи шаҳру ноҳияҳо амал кунанд ва ба кори онҳо мутахассисони варзида ҷалб гарданд.

Инчунин сифатнокии фаъолияти онҳоро дар сатҳи зарурӣ бардоштан лозим аст.

Бар асари набудани лабораторияҳои ба талаботи замон ҷавобгӯ ва таълими сатҳии мавзӯҳо доир ба фанҳои табиатшиносӣ айни замон дар ҷомеа шахсонеро дучор меоем, ки ҳатто қоидаҳои истифодаи асбобҳои барқиро дар сатҳи зарурӣ намедонанд.

Аз истифодаи нодуруст, онҳо зуд аз кор мебароянд ва ба буҷаи оила ва корхона зарар мерасонанд.

Барои баланд бардоштани маърифати техникии тамоми ҷомеа вақти он расидааст, ки дар телеовизони ҷумҳурӣ студияи “Таълими дониш” мисли то солҳои 90-уми асри гузашта ташкил карда шавад ва фаъолият намояд, ки дар он дарсҳои намунавии омӯзгорону устодони пешқадами ҷумҳурӣ барои муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ, касбии умумӣ ва олии касбӣ аз фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ, техникиву технологияи муосир намоиш дода шаванд.

Азбаски на дар ҳамаи муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ барои корҳои лабараторӣ дастгоҳҳои таҷрибавӣ ва асбобҳои зарурӣ мавҷуданд, усули виртуалии гузаронидани корҳои лабараториро истифода бурдан ба манфиати кор аст. Ҳоло дар мактабҳои таълимоти умумии Русия барои гузаронидани ҳама намуди дарсҳо аз фанҳои таълимӣ аз дискҳои таълимӣ истифода мебаранд. Матни ин гуна дискҳоро ба забони тоҷикӣ тарҷума намуда, аз онҳо истифода бурдан мумкин аст. Барои истифодаи ин дискҳо лабараторияҳо ё синфхонаҳо бояд бо техникаҳои зарурӣ таъмин бошанд.

Дар ҷумҳурии мо бахри баланд бардоштани фарҳанги техникӣ бояд аз роҳбари корхонаю муассисаҳо то кормандони оддӣ сафарбар шаванд. Инчунин кормандони корхонаю муассисаҳо бояд фаҳманд, ки асбобу таҷҳизотҳо ва мошинаҳои корношоямро дар партовгоҳҳо напартоянду барои ҳосил кардани маҳсулоти хом ба истифода диҳанд.

Дар ҷумҳурии мо қариб 300 рӯз офтобист. Истифодаи энергияи афканиши Офтоб манфиати зиёд меорад. Энергияи афканиши Офтобро бо роҳи хеле осон ба энергияи электрикӣ табдил додан мумкин аст. Барои ба энергияи электрикӣ табдил додани энергияи афканишоти Офтоб панелҳои махсус (батареяҳои офтобӣ) ихтироъ карда шудаанд.

Барои истифодаи самарабахши ин неру дар ҷумҳурӣ сохтани танҳо як заводи хурди истеҳсоли батареяҳои офтобӣ кофӣ мебошад.

Истифодаи неруи афканиши Офтоб яке роҳҳои баланд бардоштани маърифати техникии ҷомеа ба шумор меравад.

Хуб аст, ки дар кишвар сохтани неругоҳҳои хурди электрикии обӣ афзудааст. Ҳар қадаре, ки шумораи онҳо зиёд шавад, сатҳи маърифати техникии ҷомеа ҳамон қадар баландтар мегардад.

Дар муассисаҳои таъсилоти олии касбӣ, барои ихтисосҳои иқтисодӣ, ҳуқуқшиносӣ ва гуманитарӣ дар нақшаҳои таълимии низоми кредитии таҳсилоти аврупоӣ "Консепсияҳои табиатшиносии муосир" ҳамчун фанни асосӣ ворид карда шудааст, ки он барои баланд бардоштани фарҳанги техникии бакалаврҳо ёрии калон мерасонад.

Таълими фанни "Технологияи компютерӣ"-ро дар муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ дар сатҳи зарурӣ ба роҳ мондан лозим аст, то ки таълими он маърифати техникии бакалаврҳоро ба дараҷаи зарурӣ баланд бардорад.

Ҳамин тариқ, моро зарур аст, ки баҳри баланд бардоштани маърифати техникии тамоми ҷомеа аз ҳамаи имкониятҳо самарабахш истифода барем, то кишварро ба мамлакати аз ҷиҳати техникӣ пешрав табдил диҳем.

Барои кишварро аз мамлакати аграрию саноатӣ ба мамлакати саноатию аграрӣ табдил додан, фарҳанги техникии шархрвандон ёрии калон мерасонад.

Ҳамин тариқ, маълум гардид, ки тараққиёти мамлакатро пешрафти илм, аз он ҷумла илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ, риёзӣ ва фарҳанги техникии шаҳрвандони он таъмин менамояд.

Бинобар ин, ба мо зарур аст, ки роҳу усулҳои гуногунро истифода бурда "Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф"-ро амалӣ намуда, ба комёбиҳои баланди илмию амалӣ ва техникӣ соҳиб гардем.

Имрӯзҳо баланд бардоштани сатҳи дониши хатмкардаҳои муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумии кишварамон аз фанҳои табиатшиносию риёзӣ беҳбудиро мехоҳад.

Барои ин норасоиро барҳам задан пеш аз ҳама муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумиро аз фанҳои табиатшиносию риёзӣ бо омӯзгорони варзидаю донишманд таъмин кардан лозим аст.

Манбаи тайёр кардани омӯзгорон доир ба фанҳои табиатшиносию риёзӣ, Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ ва факултетҳои табиатшиносию риёзии донишгоҳҳои дигари ҷумҳурӣ ба шумор мераванд.

Барои баланд бардоштани сифати тайёр кардани омӯзгорони фанҳои табиатшиносию риёзӣ дар Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ва факултетҳои табиатшиносию риёзии дигар донишгоҳҳои ҷумҳурӣ сифати таълимро дар сатҳи зарурӣ баланд бардоштан зарур мебошад. Ба ихтисосҳои табиатшиносию риёзӣ ва техникии муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ қисми ками хатмкардаҳои муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ ҳуҷҷат месупоранд ва накшаи қабул ба ин ихтисосҳо иҷро намегардад. Ин нишон медиҳад, ки хатмкардаҳои муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ аз фанҳои табиатшиносию риёзӣ дониши зарурӣ надоранд.

Хатмкардаҳои муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумие, ки аз фанҳои табиатшиносию риёзӣ дониши нисбатан хуб доранд, аз ихтисосҳои табиатшиносию техникӣ ва риёзӣ ҳаросида ҳуҷҷатҳои худро ба Донишгоҳи тиббӣ, факултетҳои иқтисодӣ, ҳуқуқшиносӣ ва гуманитарӣ месупоранд.

Барои ба ихтисосҳои табиатшиностию техникӣ ва риёзӣ зиёдтар ҳуҷҷат супоридани хатмкардаҳои муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ чораҳои зарурӣ андешидан лозим мебошад.

Касби омӯзгорӣ аз фанҳои табиатшиносию риёзӣ дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ заҳмати хеле зиёдеро талаб мекунанд. Ба ивази чунин заҳмати пурмашақат имрӯз омӯзгорони муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ маоши хеле кам мегиранд ва он талаботи зиндагии ҳамарӯзаи онҳоро таъмин карда наметавонад.

Аз сабаби он ки омӯзгорони муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ сатҳи зиндагии баланд надоранд, бинобар он, қисми ками хатмкардаҳои беҳтарини муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ касби омӯзгории фанҳои табиатшиносию риёзиро интихоб менамоянд.

Барои он ки хатмкардаҳои беҳтарини муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ ҳуҷатҳои худро ба ихтисосҳои табиатшиносию риёзӣ ва техникӣ зиёдтар супоранд, маоши омӯзгорони фанҳои табиатшиносию риёзиро дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ дар сатҳи зарурӣ баланд бардоштан лозим аст, ки талаботи зиндагии онҳоро дар сатҳи зарурӣ таъмин карда тавонад.

Ҳамин тавр, барои баланд бардоштани сифати таълими фанҳои табиатшиносию риёзӣ пеш ҳама муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ бо омӯзгорони ботаҷрибаю донишманд таъмин бошанд.

Инчунин баҳри баланд бардоштаи сатҳи дониши хонандагони муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ аз фанҳои табиатшиносию риёзӣ лабараторияҳо ва кабинетҳои таълимии ин фанҳо бо асбобу лавозимотҳо ва дастгоҳҳои таҷрибавӣ таъмин буданашон зарур мебошад.

Ҳамин тариқ, барои талаботҳои “Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф”-ро ҳаллу фасл намудан, пеш аз ҳама сифати тайёркунии омӯзгорони фанҳои табиатшиносию риёзиро дар сатҳи зарурӣ баланд бардоштан лозим мебошад [10].

Адабиёт

1. Паёми Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон, муҳтарам Эмомалӣ Раҳмон ба Маҷлиси Олӣ (26 декабри соли 2019)
2. Ҳамид Маҷидов, Фотеҳ Ҳакимов. Консепсияҳои табиатшиносии муосир. Китоби дарсӣ барои муассисаҳои таҳсилоти олии касбӣ, Душанбе, «Донишварон», 2019, 400 саҳ.
3. Маҷидов Ҳ., Ҳусейнов Б.; Мирзоев Р. Кори мустақилонаи донишҷӯён. Душанбе, Эр-граф, 2009, 70 С.

4. Маджидов Х., Мирзоев Р., Табарова М. Кредитная технология обучения и основые факторы, влияющие на повышение качеств подготовки бакалавров. Вестник Таджикистана оделение международной академии наук высщей школы, 2009, №2.
5. Маджидов Х., Хабибов С.Х., Раҳмонқулов М. Повышения качества подготовки профессиональных кадров на основе кредитной технологии обученне. Материалы международная научно – практическая конференции «Информационное развитие образования и науки: проблемы и перспективы посвяшенной 70- летию ИКГУ, Вестник Иссык- Кульского университета, май, 2010.
6. Маджидов Х. Основные факторы, влияющие на повышение качество подготовки бакалавров в условиях кредитной системы образования. Материалы международная научно-практическая конференция профессорского состава и аспирантов «Теория и практика инновационнрго образования и науки. Белгородский универистет потребительский коперации, 2010.
7. Маҷидов Ҳ., Раҳмонқулов М. Татбиқи низоми кредитӣ: роҳҳо бартарӣ ва муваффақиятҳои он. Масъалаҳои маориф, №3, 2010.
8. Маҷидов Ҳ. Таълими самарабахши фанни “Консепсияҳои табиатшиносии муосир”. Ахбороти шӯъбаи Тоҷикистони Академияи байналхалқии мактабҳои олӣ, №1, 2016.
9. Маҷидов Ҳ., Раҳимов Р. Тарбияи иқтисодии донишҷӯён дар шароити низоми кредитии таҳсилот. Паёми Донишкадаи молия ва иқтисоди Тоҷикистон, Душанбе, 2015.
10. Ҳамид Маҷидов, Пешвои миллат ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ. «Омӯзгори ҷавон», №15, 3 май, соли 2022.

УДК 546.621(575.3)

ВЛИЯНИЕ ФТОРСОДЕРЖАЩИХ ОТХОДОВ НА ВСКРЫВАЕМОСТЬ АЛЮМОСОДЕРЖАЩЕГО СЫРЬЯ ТАДЖИКИСТАНА

Мирзоев Б.[1], Каюмов А.[2], Мирзоев Ф.[3]
[1]д.т.н., с.н.с. отдела науки, инноваций и международных связей, филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе
[2]с.н.с. Института промышленности при Министерства промышленности и новых технологий
[3]соискатель Института водных проблем, гидроэнергетики и экологии Национальной академии наук Таджикистана
(г. Душанбе, Республика Таджикистан)

Аннотация. *Приведены результаты исследования комплексной переработки местного алюмосодержащего сырья способом спекания с использованием отходом фтористых солей. В качестве исходных материалов при спекании было использовано алюмосодержащее сырье Республики Таджикистан с целью получения технического глинозема и других продуктов.*

Целью настоящей работы является разработка основ рациональной безотходной технологии переработки алюмосодержащего сырья и утилизации промышленных отходов Таджикистана, для чего были изучены различные оптимальные варианты с использованием различных восстановителей, в том числе AlF3, которые являются отходами хлорорганического производства. С этой целью нами были проведены исследования для получения основных продуктов со следующими параметрами: температура спекания, продолжительность спекания, дозировка фторсодержащих отходов и т.д.

Ключевые слова: *алюмосодержащее сырье. безотходное производство, концентрат, фтористая соль, отходы, флюорит, оксид железа, спекание, алюминат натрия.*

INFLUENCE OF FLUORINE-CONTAINING WASTE ON THE OPENABILITY OF NEPHELINE SYENITES

Mirzoev B., Kayumov A., Mirzoev F.
Lomonosov Moscow State University in Dushanbe
Institute of Industry under the Ministry of Industry and New Technologies
Institute of Water Problems, Hydropower and Ecology of the National Academy of Sciences of Tajikistan

Annotation. *The results of a study of the complex processing of local aluminum-containing raw materials by the sintering method using waste fluoride salts are presented. Aluminum-containing raw materials from the Republic of Tajikistan were used as starting materials for sintering in order to obtain technical alumina and other products. The purpose of this work is to develop the basics of a rational technology for the processing of nepheline syenites in Tajikistan, for which various options were studied using various reducing agents, including AlF3, which are waste products of organochlorine production.*

To this end we have carried out studies to obtain the main products of the following parameters: sintering temperature, sintering duration, dosage of fluorine-containing waste, etc.

Keywords: *aluminum-containing raw materials, waste-free production. concentrate, fluoride salt, waste, fluorite, iron oxide, sintering, sodium aluminate.*

В связи с общей тенденцией развития сырьевой базы глиноземного производства, когда в сферу промышленной переработки вовлекаются сложные по минералогическому и химическому составу алюминийсодержащие руды, в настоящие время большое внимание уделяется разработке новых комбинированных способов получения глинозема с использования отходов производства, а также повышение комплексности использования сырьевых ресурсов, которые являются одной из важнейших задач исследователей.

При организации малоотходных и безотходных производств большое значение имеет их комбинирование и межотраслевое кооперирование на базе комплексной переработки сырья и утилизации отходов. Целью настоящей работы является разработка основ рациональной технологии переработки алюмосодержащего сырья Таджикистана, для чего были изучены различные варианты с использованием различных восстановителей, в том числе AlF3, которые являются отходами хлорорганического производства. Нами был изучен способ спекания исследуемы сырья с AlF3 в зависимости от температуры (табл. 1).

Таблица 1.

Зависимость извлечения основных компонентов от температуры спекания нефелинового сиенита с отходами производства

№	Темпер. спекания ^0C	Продолж. спекания, мин.	Темпер. выщел., ^0C	Время выщелач. , мин.	Степень извлечения компонентов в раствор,%			
					Al_2O_3	Fe_2O_3	Na_2O	K_2O
1	50	180	98	60	20.4	34.3	28.5	18.3
2	100	180	98	60	40.94	48.63	30.9	23.2
3	200	180	98	60	63.7	62.8	35.2	29.8
4	300	180	98	60	71.8	72.7	48.3	32.6
5	400	180	98	60	81.9	99.8	60.9	56.1
6	500	180	98	60	98.5	99.8	89.9	78.3

Как видно из таблицы, зависимость выхода Al_2O_3 объясняется тем, что при повышении температуры взаимодействие между компонентами возрастает и извлечение основных компонентов достигает следующих значений: Al_2O_3 – 98.5; Fe_2O_3 – 99.8; Na_2O – 89.9; K_2O – 78.3. Дальнейшее повышение температуры спекания не даёт значительных результатов [1-3].

Кроме того, была изучена зависимость степени извлечения полезных оксидов алюминия, железа, натрия и калия от дозировки AlF_3, которая представлена в табл. 2.

Таблица 2.

Зависимость степени извлечения оксидов алюминия, железа, натрия и калия от дозировки AlF_3

№	Дозиров. AlF_3,в%	Продолж, спекания, мин	Темпер. выщел., ^0C	Время выщел., мин	Степень извлечения компонентов в раствор%			
					Al_2O_3	Fe_2O_3	Na_2O	K_2O
1	5,0	120	98	60	80.5	94.37	42.59	38.1
2	6,0	120	98	60	91.7	98.6	50.6	40.9
3	8,0	120	98	60	96.9	99.4	54.7	42.1
4	9,0	120	98	60	46.2	57.8	29.4	19.3
5	10,0	120	98	60	99.4	99.6	56.2	47.1

Дозировку производили от 0.1 до 0.3 г. Как видно из таблицы, при повышении дозировки степень извлечения оксидов Al_2O_3, Fe_2O_3, Na_2O, K_2O возрастает.

С увеличением длительности спекания от 30 мин до 240 мин (табл. 3) при 500^0C извлечение Al_2O_3, Fe_2O_3, Na_2O, K_2O соответственно возрастает от 18.4 до 99.1% от 22.6 до 99.6%, при этом степень извлечения K_2O почти мало зависит от длительности процесса спекания до 49.1 мин. При дальнейшем увеличении длительности процесса, извлечение этих компонентов изменяется незначительно. Для максимального извлечения полезных компонентов достаточно 3-4-х часовой обработки исходного сырья.

Таким образом, в результате выполненных исследований исходного алюмосодержащего сырья с отходами производства можно принять следующие условия процесса: температура спекания 500^0С; дозировка 0.3 гр. на 1 гр сиенита, продолжительность 180-240 мин., размер частиц 0.063 мм.

Нефелиновые сиениты месторождения Турпи по минералогическому составу представлены лепидомелановым, лепидомелан-амфиболовым, либенеритовым, канкринитовым и другим переходными разновидностями.

Таблица 3.

Зависимость степени извлечения оксидов алюминия, железа, натрия и калия от длительности спекания

№	Продолж. спекания мин	Дозиров. AlF_3 в%	Темпер. выщел., ^{0}C	Темпер. спекания, ^{0}C	Степень извлечения компонентов в раствор%			
					Al_2O_3	Fe_2O_3	Na_2O	K_2O
1	30	10,0	98	500	18.4	22.6	16.7	12.1
2	60	10,0	98	500	32.6	40.1	29.4	26.3
3	90	10,0	98	500	67.8	77.8	36.1	30.2
4	120	10,0	98	500	89.1	91.4	47.2	42.2
5	180	10,0	98	500	98.9	99.5	55.8	48.3
6	240	10,0	98	500	99.6	99.9	56.2	49.1

Характерной особенностью этих руд является низкое содержание оксида алюминия и высокое содержания оксидов кремния, железа и других примесей. Экономически эффективную переработку этих руды щелочным способом Байера осуществлять невыгодно. По химическому и минералогическому составу эти руды являются комплексным сырьем, из которого можно получить ценные продукты: глинозем, соду, поташ, калийные удобрения, цемент, коагулянт, жидкое стекло, полевошпатовый материал для производства фарфора и др.

В настоящее время существуют несколько способов переработки высококремнистых алюминиевых руд: щелочной, кислотный, хлорный, комбинированный, спекания и др. [2-4].

Как известно, способ спекания может применяться к любому высококремнистому алюминиевому сырью. Поэтому проведенные исследования на предмет извлечения глинозема способом спекания, показали, этот метод является приемлемым для данного алюмосодержащего минерала.

Исследуемые руды имеют примерно следующий химический состав, % 21.5-22.6 – Al_2O_3; 52.7-53.9 – SiO_2; 4.9-5.6 – Fe_2O_3; 4.9-5.0 – Na_2O; 6.1-7.6 – K_2O; 2.5-3.5 – CaO и прочие примеси.

Процесс извлечения глинозема из указанного сырья способом спекания с добавками кальцинированной соды, флюорита и угля приводит к высокому извлечению компонентов, входящих в состав вышеуказанного сырья. Поэтому при проведении различных вариантов исследования по спекательному способу в результате были найдены оптимальные технологические параметры: влияние температуры, соотношения добавляемых компонентов и продолжительности процесса спекания компонентов на извлечение оксидов из состава спёка. На рис. 1 представлены результаты исследования влияния температуры и продолжительности процесса спекания и дозировки компонентов на степень извлечения оксида алюминия, оксида железа, оксида натрия и оксида калия из руды. В интервале температур 200-500^{0}С степень извлечения всех оксидов возрастает от 63.7, 62.8, 35.2, 29.8 % до 98.8, 99.8, 89.9, и 78.3% соответственно. При увеличении продолжительности процесса спекания от 60 до 180 мин с повышением температуры скорость взаимодействия веществ, находящихся в составе шихты, возрастает. Как видно из полученных результатов, повышение температуры выше 600^{0}С нецелесообразно.

Далее изучили зависимость степени извлечения оксидов алюминия, железа, натрия, и калия из состава шихты (рис. 2). Зависимость степени извлечения от массового соотношения компонентов нефелинового сиенита представлена следующим соотношением: (Na, K) $AlSiO_4$: Na_2CO_3: CaF_2:C =1:1.5 :2.5: O_2.

Как видно, уменьшение или увеличение количество добавки CaF_2 в шихте приводит к снижению извлечения Al_2O_3 и других оксидов, при этом происходит неполное образование фтористых солей в процессе спекания. Наличие флюорита в шихте способствует образованию нерастворимого двухкальциевого силиката, который является источником фтора для образования фторсолей. При изучении физико-химического состава добавляемых компонентов выявлено, что полученный спек имеет сложный химический и фазовый состав основными составляющими соединениями которого являются: Na_2O, Al_2O_3, SiO_2; CaO, Al_2O_3, $2SiO_2$, CaO, FeO, SiO_2 и NaF.

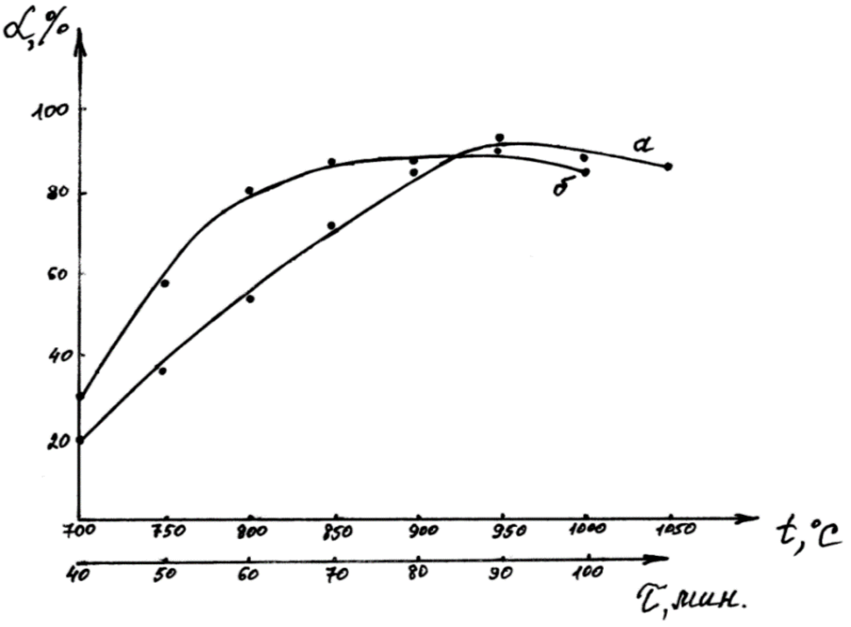


Рис. 1 – Зависимость степени извлечения Al_2O_3 от температуры (а) и продолжительности спекания (б)

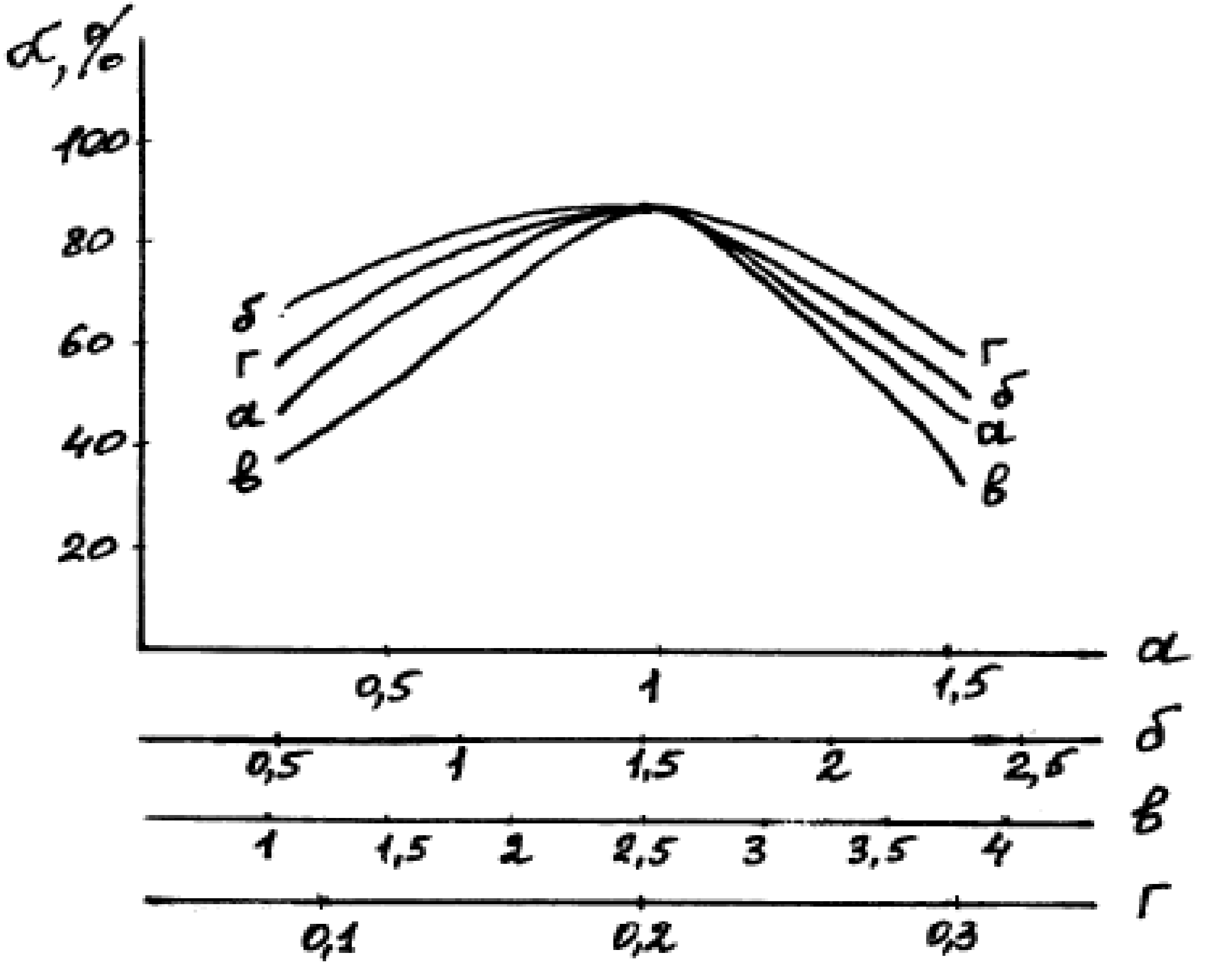


Рис. 2 – Зависимость степени извлечения Al_2O_3 от массового соотношения добавляемых компонентов: (а)-нефелинового сиенита, (б) кальцинированной соды, (в)-флюорита и (г)-угля

Полученный спёк шихты дробился в оптимальных условиях, в лабораторной щековой дробилке и пропускался через сито размером 0.1-0.5 мм и подвергался выщелачиванию 10% раствором NaOH.

Как известно из литературных источников, при выщелачивании полученного спека раствором NaOH протекает примерно следующая химическая реакция с получением алюмината натрия:

$$Na_2O.AI_2O_3.SiO_2+2NaOH=Na_2O.AI_2O_3+Na_2SiO_3+H_2O \quad (1)$$

В результате чего глинозем из состава руды в виде алюмината натрия переходит в раствор. При выщелачивании спека (рис. 3) было изучено влияние температурного режима от 20 до 95^{0}С (рис. 3а), и продолжительности процесса выщелачивания (рис. 3б) на степень извлечения Al_2O_3. При этом неизменными факторами являлись температура выщелачивания 95^{0}С, концентрация NaOH 100 г/л и крупность частиц 0.1-0.2 мм.

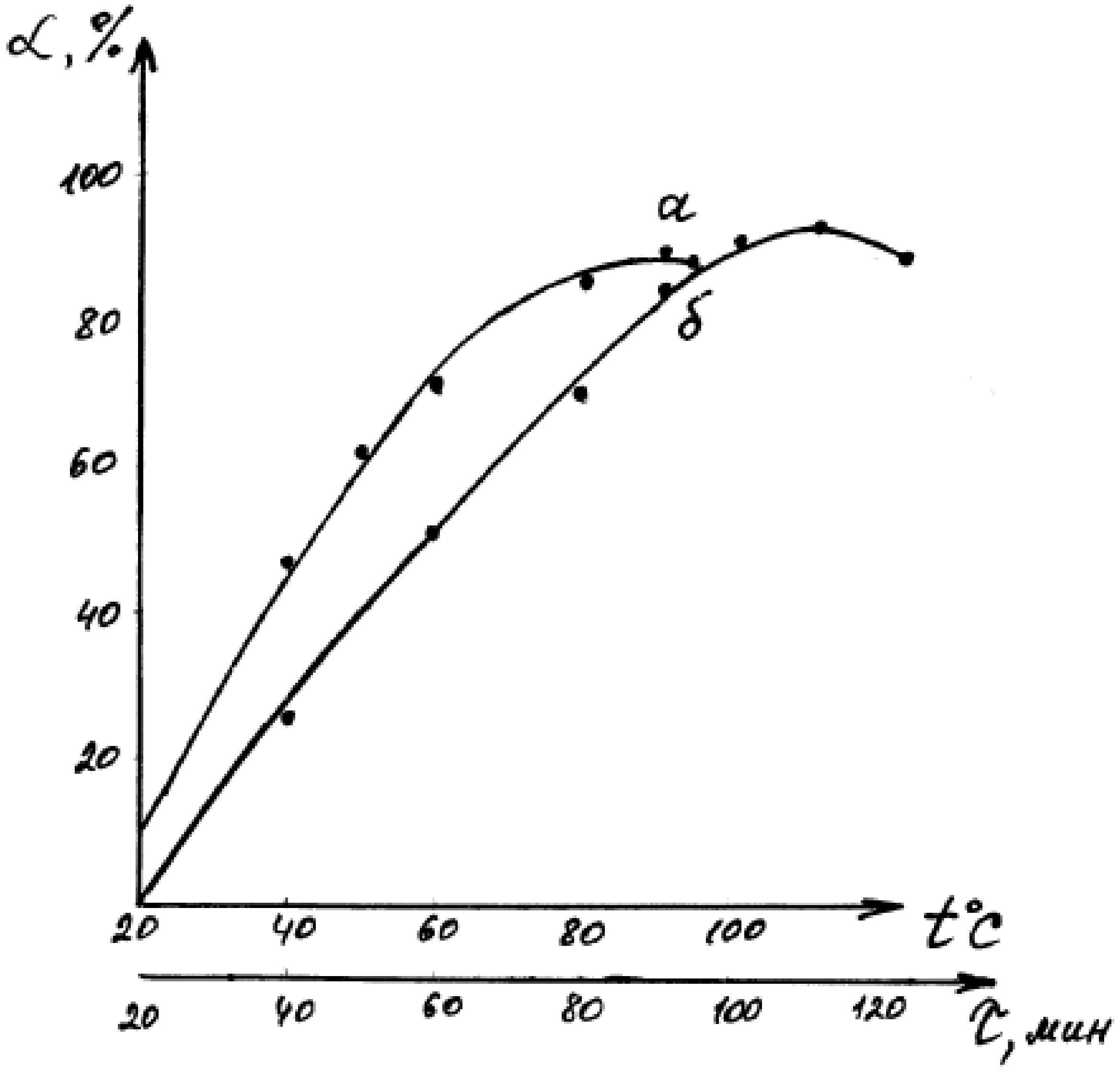


Рис. 3 – Зависимость степени извлечения Al_2O_3 от температуры (а) и продолжительности процесса выщелачивания (б).

Установлено, что с увеличением этих параметров выше оптимальных режимов, степень извлечения Al_20_3 и других полезных компонентов из сырья возрастает незначительно. В результате найдены рациональные оптимальное условия проведения процесса: температура выщелачивания 95^{0}С, концентрация NaOH 100 г/л; продолжительность – 110-120 мин; размер частиц – 0.1-0.2мм; соотношение Ж:Т-5:1.

Также была исследована зависимость степени извлечения Al_2O_3 и других оксидов от концентрации NaOH и соотношения Ж:Т. (рис. 4). Как видно из рисунка 4а, с ростом концентрации щелочи от 60 до 100 г/л степень извлечения глинозема возрастает до 90.3%, а при дальнейшем увеличении – не достигает нужного предела. По результатам исследований можно сделать вывод, что наиболее оптимальным режимом по извлечению Al_2O_3 являются температура выщелачивания -95^{0}С и соотношение жидкой к твердой фазе в пульпе 5:1 (рис. 4б), при этом степень извлечения Al_2O_3 из исследуемого сырья увеличивается.

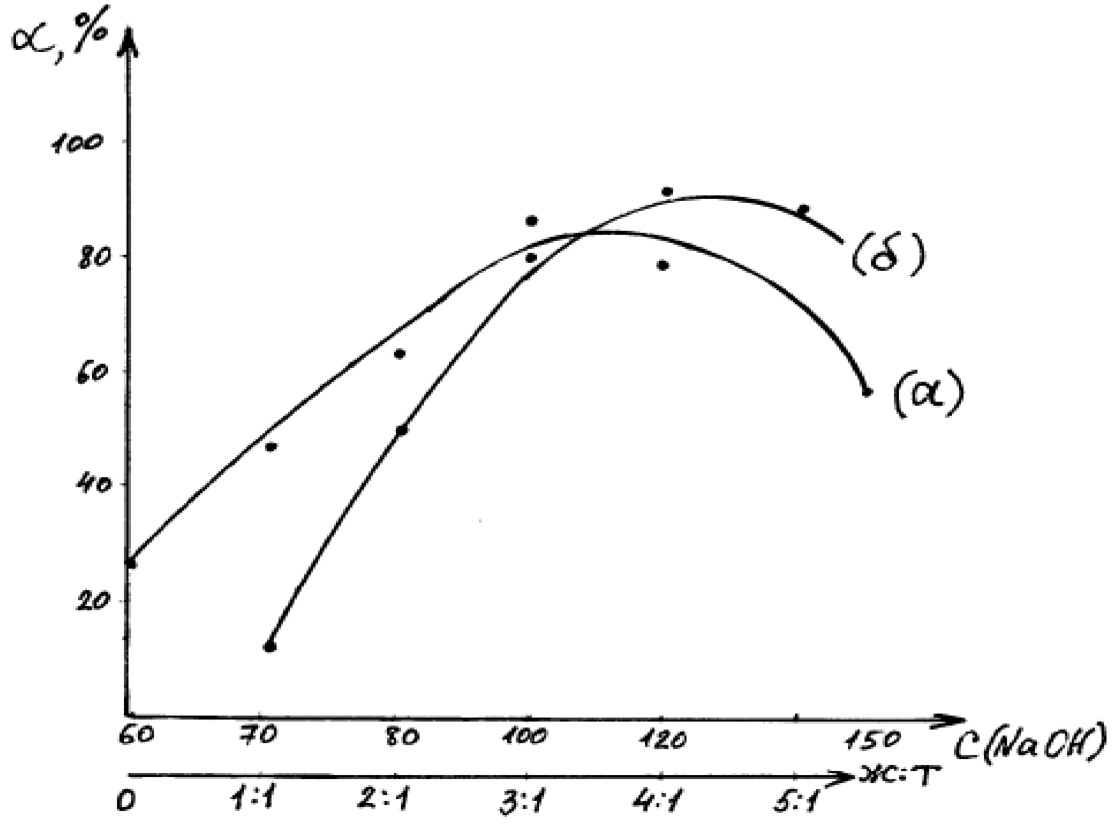


Рис. 4 – Зависимость степени извлечения Al2O3 от концентрации NaOH (а) и соотношения Ж:Т (б)

Для подтверждения полученных результатов исследований нефелиновых сиенитов месторождения Турпи по извлечению глинозема и других полезных компонентов совместно с сотрудниками научно-исследовательского института Чалко Китайской алюминиевой компании в г. Генжоу (ZHENGZHOULIGHT METAL SRESEARCH INSTITUTE CHALCO) были проведены исследования на современном лабораторном оборудовании. При этом извлечение основных компонентов составило следующим образом: Al_2O_3 – 89.2-92.5%; K_2O – 96.1-98.7%, Fe_2O_3 – 98.5-99%.

Для определения технологических параметров и технико-экономического обоснования для дальнейшего производства глинозема из нефелиновых сиенитов Турпи по полученным нами результатам исследования были проведены испытания с применением способа спекания. Испытания алюминийсодержащего сырья были проведены на пилотных установках завода г. Генжоу КНР по производству глинозема для получения полезных компонентов в оптимальных режимах. В результате испытание были получено на выходе 3 основных продукта – AI_2O_3, K_2O и смесь соединений Ca0. AI_2O_3. $2SiO_2$ и Ca0. Fe_2O_3. $2SiO_2$- эти продукты можно использовать для производства алюминия, калийных удобрений и высококачественного цемента. Потери оксида алюминия Al_2O_3 при этом составили 0.8-1.0%. Экономические расчеты показали, что при производстве этих продуктов экономический эффект составляет 70-долларов США.

В заключение можно сделать вывод, что целесообразно проводить комплексную переработку местных глиноземсодержащих руд, так как она безотходна и при этом из них получаются технический глинозем и другие побочные продукты промышленного назначения: глинозем, калийные удобрения, клинкер для производства цемента, сырье для производства фарфора, коагулянт и т.п.

Литература

1. Мирзоев Б., Мирзоев П., Сафиев Х. Исследование выщелачивания спеку полученного из минерала мусковита Курговатского месторождения // Материалы Республиканской научно-практической конфренции «Комплексная переработка местного сырья и промотходов», НИИ ТНУ. Душанбе, 2013. С. 53-54.
2. Мирзоев П., Иброхим А., Мирзоев Б., Одинаев Х., Юнусов И. Минералогический и химический составы и обогащение алюмосодержащего сырья месторождения курговат Республики Таджикистан // Вестник Таджикского технического университета. – Душанбе, 2014. – №2(26). – С. 62-64.
3. А.с. 1733381(СССР). Способ переработки алюмосиликатов // Мирзоев Б., Сафиев Х., Запольский и др. Опубл. в Б.И., 1990 г.
4. Сафиев Х., Мирзоев Б., Мирсаидов У. Промышленные отходы – эффективные реагенты при комплексной переработке местного сырья Таджикистана // Технические системы и социально-правовые принципы экологической безопасности: Межвузовиский сборник международной научно-технич. конференций. – Ленинград, 1991. – С. 1225-1228.

УДК 536.12.33

ОБРАБОТКА И ОБОБЩЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ПЛОТНОСТИ ТЕРНАРНЫХ СИСТЕМ

Сафаров Ш.Р.[1], Ойматова Ҳ.Х.[2], Сафаров М.М.[3], Шарипов М.Л.[4]

[1]*преподаватель кафедры общей физики, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава (г. Бохтар, Республика Таджикистан)*
[2]*к.п.н., доцент кафедры общей физики Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава (г. Бохтар, Республика Таджикистан)*
[3]*д.т.н., профессор кафедры теплотехники и технические оборудования, Таджикский технический университет имени академика М.С. Осимӣ (г. Душанбе, Республика Таджикистан)*
[4]*соискатель, Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава (г. Бохтар, Республика Таджикистан)*

Аннотация. *В настоящей статье обобщены данные по исследованиям и разработкам в области изменения плотности смесей тернарных систем в зависимости от температуры и массы нанопорошка гидразина с использованием экспериментальных данных, а также предложено эмпирическое уравнение для расчета плотности смесей тернарных систем* *исследуемых тернарных систем в зависимости от времени и массы нанопорошка гидразина и их сравнение со значениями экспериментальных данных.*

Ключевые слова: *тернарная система, плотност, нанопорошок гидразина, кремниевая кислота, МСУНТ, масса и температура.*

PROCESSING AND GENERALIZATION OF EXPERIMENTAL DATA ON THE DENSITY OF TERNARY SYSTEMS

Safarov Sh.R.[1], Oymatova X.Kh.[1], Safarov M.M.[2], Sharipov M.L.[1]
Bokhtar State University after Nosiri Khusrav
Tajik Technical University after academician M.S. Osimi

Annotation. *This article summarizes data on research and development in the field of changing the density of mixtures of ternary systems depending on the temperature and mass of hydrazine nanopowder using experimental data, and also proposes an empirical equation for calculating the density of mixtures of ternary systems of the studied ternary systems depending on time and mass of the nanopowder hydrazine and their comparison with the values of experimental data.*

Keywords: *ternary system, density, hydrazine nanopowder, silicic acid, MWCNT, mass and temperature.*

Для определения взаимосвязи между плотностью тернарных систем диоксида кремния, МСУНТ и нанопорошка гидразина при температуре опыта использовалось следующее соотношение [1-4]:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = f\left(\frac{T}{T_0}\right) \tag{1}$$

где ρ – плотность трехкомпонентных смесей при различных температурах, ρ_0 – плотность трехкомпонентных смесей при температуре T_0=454K для первого эксперимента, T_0= 372 K для второго эксперимента и T_0= 338 K для третьего эксперимента; T температура, при которой выполняется измерение.

На основании расчетных данных и выражений (1) для трехкомпонентных систем (кремнезем, МСУНТ и нанопорошок гидразина) был получен график по первому образцу (рисунок 1).

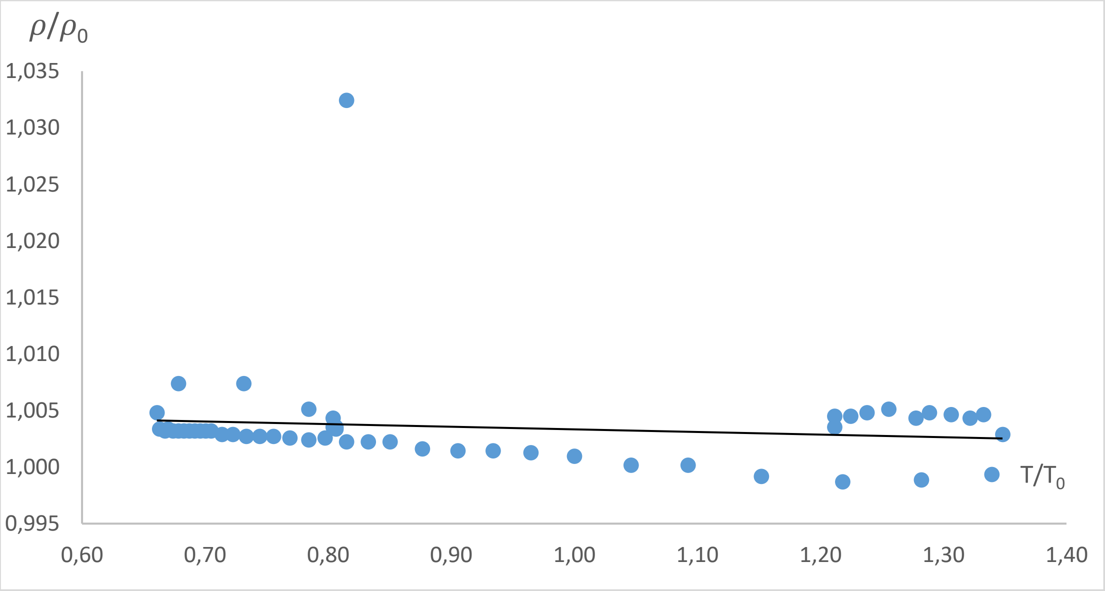


Рисунок 1. Зависимость относительной плотности (ρ/ρ_0) от относительной температуры (T/T_0) для исследуемых тернарных систем кремниевой кислоты, МСУНТ и нанопорошка

гидразина по первому образцу и первому опыту

Соотношение (1), как показано на рисунке 1 для относительной плотности $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$ имеет почти линейный характер в условиях относительной температуры $\left(\frac{T}{T_0}\right)$, который описывается уравнениями:

$$\rho = \left[-0{,}0023\left(\frac{T}{T_0}\right) + 1{,}0056\right] \cdot \rho_0 \text{ кг/м}^3 \qquad (2)$$

где ρ_0 – является функцией массы трехкомпонентных систем кремниевой кислоты, МСУНТ и нанопорошка гидразина, т.е.

$$\rho_0 = f(m) \qquad (3)$$

Соотношение (3) для исследуемых тернарных систем с заданными интервалами температур следующее:

$$\rho_0 = -189365(\mathrm{m})^2 + 5712{,}4\mathrm{m} + 3073{,}5, \text{ кг/м}^3 \qquad (4)$$

Если подставить выражения (4) в (2), то получим следующую зависимость, по которой можно рассчитать плотность исследуемых материалов в интервале температур (290–620)К:

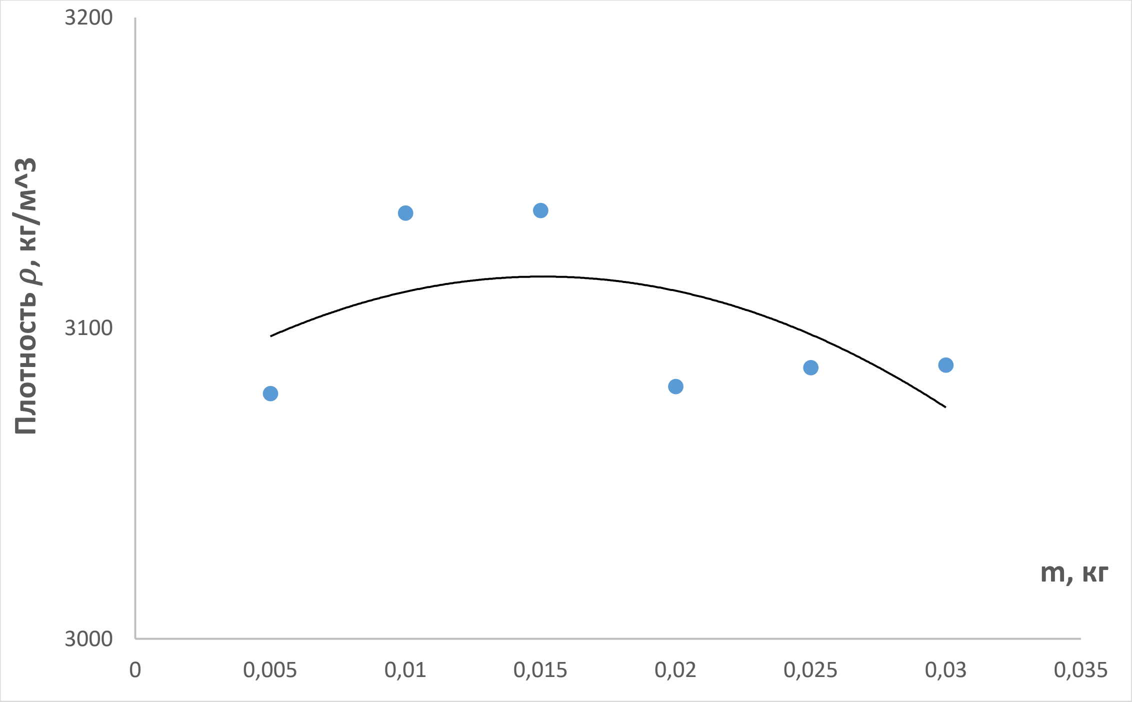


Рисунок 2. Зависимость плотности ρ_0 тернарных систем от массы

$$\rho = \left[-0{,}0023\left(\frac{T}{T_0}\right) + 1{,}0056\right] \cdot (-189365(\mathrm{m})^2 + 5712{,}4\mathrm{m} + 3073{,}5), \text{ кг/м}^3 \qquad (5)$$

Изучение зависимости (1) для исследованных нами образцов показало, что оно описывает температурное соотношение плотности образцов, испытанных качественно и количественно [1].

С помощью уравнения (5) можно рассчитать плотность экспериментально исследованных тернарных систем как функцию температуры со средней погрешностью при нагревании 1,28% и при охлаждении 0,87% который приведены в таблица 1.

Таблица 1.

Сравнение вычисленных значений плотности по формуле (5) с экспериментальными значениями исследуемых образцов при различных концентрациях составных компонентов и температурах

<table>
<tr><td colspan="8">При нагревании</td></tr>
<tr><td colspan="8">Опыт №1</td></tr>
<tr><td>Т,К</td><td>$\rho_{эксп}, \frac{кг}{м^3}$</td><td>$\rho_{расч}, \frac{кг}{м^3}$</td><td>$\sigma, \%$</td><td>Т,К</td><td>$\rho_{эксп}, \frac{кг}{м^3}$</td><td>$\rho_{расч}, \frac{кг}{м^3}$</td><td>$\sigma, \%$</td></tr>
<tr><td>300</td><td></td><td></td><td></td><td>550</td><td>3137</td><td>3106</td><td>0,99</td></tr>
<tr><td>308</td><td>3141</td><td>3110</td><td>0,99</td><td>556</td><td>3140</td><td>3106</td><td>1,08</td></tr>
<tr><td>332</td><td>3149</td><td>3109</td><td>1,26</td><td>562</td><td>3140</td><td>3106</td><td>1,09</td></tr>
<tr><td>356</td><td>3149</td><td>3109</td><td>1,27</td><td>570</td><td>3141</td><td>3106</td><td>1,12</td></tr>
<tr><td>366</td><td>3142</td><td>3109</td><td>1,05</td><td>580</td><td>3142</td><td>3106</td><td>1,16</td></tr>
<tr><td>366</td><td>3137</td><td>3109</td><td>0,89</td><td>585</td><td>3140</td><td>3105</td><td>1,08</td></tr>
<tr><td>365</td><td>3136</td><td>3109</td><td>0,88</td><td>593</td><td>3141</td><td>3105</td><td>1,13</td></tr>
<tr><td>365</td><td>3137</td><td>3109</td><td>0,89</td><td>600</td><td>3141</td><td>3105</td><td>1,12</td></tr>
<tr><td>370</td><td>3140</td><td>3109</td><td>0,98</td><td>605</td><td>3140</td><td>3105</td><td>1,09</td></tr>
<tr><td>550</td><td>3227</td><td>3106</td><td>3,76</td><td>612</td><td>3141</td><td>3105</td><td>1,13</td></tr>
<tr><td colspan="8">Среднее значение погрешности расчета с помощью уравнения 1,28%</td></tr>
<tr><td colspan="8">При охлаждении</td></tr>
<tr><td>608</td><td>3135</td><td>3105</td><td>0,95</td><td>343</td><td>3134</td><td>3109</td><td>0,79</td></tr>
<tr><td>582</td><td>3124</td><td>3106</td><td>0,59</td><td>338</td><td>3134</td><td>3109</td><td>0,80</td></tr>
<tr><td>553</td><td>3122</td><td>3106</td><td>0,53</td><td>333</td><td>3134</td><td>3109</td><td>0,80</td></tr>
<tr><td>523</td><td>3122</td><td>3106</td><td>0,50</td><td>328</td><td>3134</td><td>3110</td><td>0,80</td></tr>
<tr><td>496</td><td>3123</td><td>3107</td><td>0,53</td><td>324</td><td>3135</td><td>3110</td><td>0,81</td></tr>
<tr><td>475</td><td>3126</td><td>3107</td><td>0,62</td><td>320</td><td>3135</td><td>3110</td><td>0,81</td></tr>
<tr><td>454</td><td>3126</td><td>3108</td><td>0,60</td><td>318</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,84</td></tr>
<tr><td>438</td><td>3129</td><td>3108</td><td>0,68</td><td>316</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,84</td></tr>
<tr><td>424</td><td>3130</td><td>3108</td><td>0,70</td><td>314</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,84</td></tr>
<tr><td>411</td><td>3130</td><td>3108</td><td>0,71</td><td>312</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,84</td></tr>
<tr><td>398</td><td>3130</td><td>3108</td><td>0,70</td><td>310</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,84</td></tr>
<tr><td>386</td><td>3131</td><td>3109</td><td>0,71</td><td>308</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,83</td></tr>
<tr><td>378</td><td>3133</td><td>3109</td><td>0,77</td><td>306</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,83</td></tr>
<tr><td>370</td><td>3133</td><td>3109</td><td>0,77</td><td>304</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,83</td></tr>
<tr><td>362</td><td>3133</td><td>3109</td><td>0,77</td><td>302</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,85</td></tr>
<tr><td>356</td><td>3134</td><td>3109</td><td>0,79</td><td>300</td><td>3136</td><td>3110</td><td>0,85</td></tr>
<tr><td>349</td><td>3133</td><td>3109</td><td>0,78</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="8">Среднее значение погрешности расчета с помощью уравнения 0,87%</td></tr>
</table>

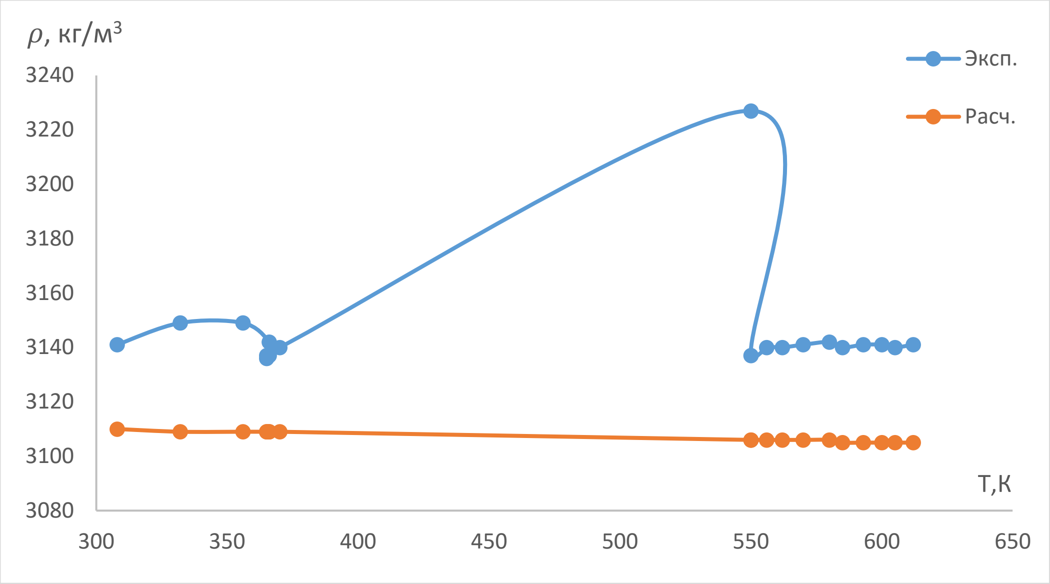


Рисунок 3. Сравнительная зависимости значении экспериментальной и расчетной значении плотности тернарных систем от температуры при нагревании

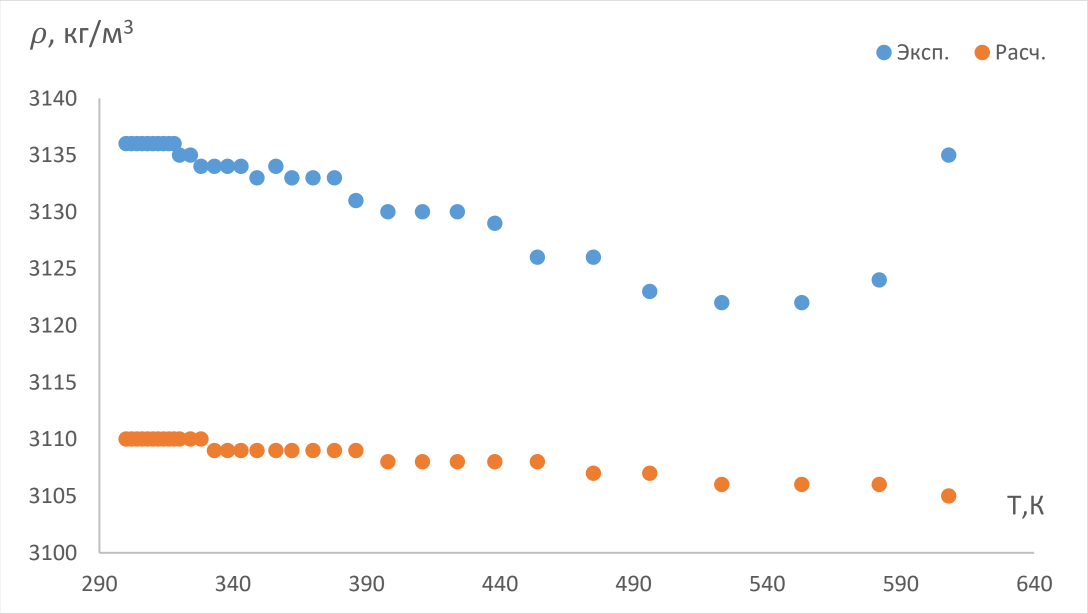


Рисунок 4. Сравнительная зависимости значении экспериментальной и расчетной значении плотности тернарных систем от температуры при охлаждении

Как видно из график 3 и 4 расчетная значении плотности (уравнение 5) тернарных систем значительно меньше по сравнении экспериментальной значении данной системы.

Литература

1. Сафаров, Ш.Р. Влияние порошка гидразина на изменение удельной теплоёмкости тернарных систем кремниевой кислоты и многослойной углеродной нанотрубки в зависимости от температуры / Х.Х. Ойматова, Ш.Р. Сафаров, М.М. Сафаров // Вестник Таджикского национального университета (научный журнал), Серия естественных наук. – Душанбе, 2020. – №4. – С.165-175.

2. Сафаров, Ш.Р. Расчет изменения энтропии и удельной теплоты плавления тернарных систем при влиянии нанопорошка гидразина / Х.Х. Ойматова, Ш.Р. Сафаров, М.А. Файзова, М.М. Сафаров // Вестник Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава (научный журнал). – Бохтар, 2020. – №2/2(75). – С.33-38.
3. Сафаров, Ш.Р. Взаимосвязь между теплопроводностью и плотностью водных смесей в зависимости от температуры и давления /М.Т. Тургунбаев, М.А. Зарипова, М.М. Сафаров, З.К. Хусайнов, Ш.Р. Сафаров, К. Мухамадали, С. Шарипов, С.С. Ризоев, Ш.О. Каримов // Материалы Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы преподавания математики и естественных наук в кредитной системе обучения в «КТГУ имени Носира Хусрава». – Курган-Тюбе, 2018. – С. 475-479.
4. Сафаров, Ш.Р. Получение эмпирических уравнений для расчета изменения энтальпии тернарных систем / Ш.Р. Сафаров, Х.Х. Ойматова, М.А. Зарипова, М.М. Сафаров, Дж.Ф. Собиров, М.Т. Тургунбаев // Материалы международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математики и её преподавания», посвященная 20-летию изучения и развития естественных, точных дисциплин и математики в области науки и образования (2020-2040гг.) и 70-летию заслуженного работника Таджикистана, профессора А.С. Сатторова. – Бохтар, 2020. – С. 59-61.

УДК 539.1.073, 520

НОВЫЕ КЛАССЫ УСТАНОВОК ПО РЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЙ

Шозиёев А.П.[1], Шозиёев Г.П.[2,3], Шозиёев Ш.П.[3]
[1]ст. преподаватель кафедры физики, Хорогский государственный университет имени М. Назаршо (г. Хорог, Республика Таджикистан)
[2]к.ф.-м.н., с.н.с., Институт ядерных исследований Российской академии наук (г. Москва, Российская Федерация)
[3]к.ф.-м.н., начальник ресурсного центра, Российско-Таджикский (Славянский) университет, (г. Душанбе, Республика Таджикистан)
gulmurod@mail.ru

Аннотация. *Предлагаются новые типы статической и динамической установок и методы регистрации частиц сверхвысоких энергий. Моделированием прохождения частиц через вещество рассматривается возможность использования многоэтажных высотных зданий или железобетонных конструкций, динамические адаптируемые быстро-разворачиваемые системы площадью от 1 квадратных километров и труб больших размеров и форм в роли установок по регистрации частиц сверхвысоких энергий из окружающего пространства. Использование таких Мега-установок может дать новые изменения, подходы, получение данных, развитие типов детекторов, обработку данных и мониторинга космического излучения, мониторинга состояния ядра Земли и возможные антропогенные техногенные устройства в условиях вызовы быстроменяющегося технологического уклада. Моделирование установок как неотъемлемая часть может помочь в освоении технологий* *по созданию алгоритмов пред- и пост-обработки с использованием распределённых вычислений, больших данных и элементов искусственного интеллекта.*

Ключевые слова: *Моделирование установок, установки по регистрации частиц в астрофизике и геофизике, ШАЛ, РЭК, высотные массивные здания, динамические установки, трубы и градирни, распределённые вычисления, большие данные, Geant4.*

NEW CLASSES OF RADIATION RECORDING INSTALLATIONS

Shoziyoev A.P.[1], Shoziyoev G.P.[2,3], Shoziyoev Sh.P.[3]
Khorog State University after M. Nazarsho
Institute for Nuclear Research Russian Academy of Sciences
Russian-Tajik Slavonic University

Annotation. *New types of static and dynamic setups and methods for detecting ultrahigh-energy particles are proposed. By modeling the passage of particles through matter, the possibility of using multi-storey high-rise buildings or reinforced concrete structures, dynamic adaptable rapidly deployable systems with an area of 1 square km or more, and pipes of large sizes and shapes as installations for detecting ultrahigh-energy particles from the surrounding space is considered. The use of such Mega-installations can give new changes, approaches, data acquisition, development of types of detectors, data processing and monitoring of cosmic radiation, monitoring of the state of the Earth's core and possible anthropogenic man-made devices in the face of the challenges of a rapidly changing technological order. Simulation of installations as an integral part can help in mastering technologies for creating pre- and post-processing algorithms using distributed computing, big data and artificial intelligence elements.*

Keywords: *Modeling of installations, installations for particle detection in astrophysics and geophysics, EAS, REC, high-rise massive buildings, dynamic installations, pipes and cooling towers, distributed computing, big data, Geant4.*

С давних времен люди хотели иметь инструменты для увеличения объектов на расстоянии и данные инструменты появились, когда ученые достигли понимания, что свет имеет источник, может отражаться, преломляться и распространяется на порядки быстрее, чем скорость звука. В оптике существует три основных типа оптических телескопов: а) преломляющие телескопы, которые используют линзы и реже также призмы; б) отражающие телескопы, которые используют зеркала; в) катадиоптрические телескопы, которые сочетают в себе линзы и зеркала.

Способность оптического телескопа отличать мелкие детали, связана с диафрагмой объектива, а светособирающая сила связана с размерами объекта. Чем больше цель, тем больше света собирает телескоп и тем большую разрешающую способность он имеет. В 20-м веке также появились телескопы, работающие в широком диапазоне длин волн, от радио до гамма-лучей. Было разработано большое разнообразие сложных астрономических инструментов различных форм и назначений.

Телескопы могут быть классифицированы по местоположению: наземный телескоп, космический телескоп или летающий телескоп. В современном мире под телескопами понимаются в основном оптические инструменты, установки для наблюдения за небесной сферой.

Предлагаем три новых типов или класса телескопов [1] для использования в астрофизике и геофизике:

1. Мультикоптерная система [6] (проект Dedron). Динамический «рой» детекторных мультикоптеров для непрерывного мониторинга излучений по различной геометрии сетки.
2. Высотные здания (проект SkyscraperChamber). «Многослойная» объёмная установка по регистрации длиннопробежной компоненты от широких атмосферных ливней от различных первичных частиц.
3. Трубы Унископ (проект UniScope). Использование труб и градирен различных форм и размеров промышленных объектов и долгостроев.

Предлагаем дополнить и расширить оптический, линейный подход к инструментам астрономии для изучения окружающего нас мира к новым инструментам и подходам в виде, нелинейной криволинейной области пространственного изучения на основе инструментов, построенных на иных принципах математики Лобачевского и римановой геометрии, и квантовой физики, и современных знаний стандартной модели и ядерных сил. Новое устройство получило название унископ (универсальный телескоп). Универсальный телескоп или унископ, собирает и фокусирует излучение в основном от спектра частиц, для увеличения изображение, сбора данных с помощью электронных датчиков изображения или других типов детекторов частиц.

Наше видение использования всех трёх установок на месте размещения схематично дано на рис. 1, где даны вероятности в интервале [0, 1].

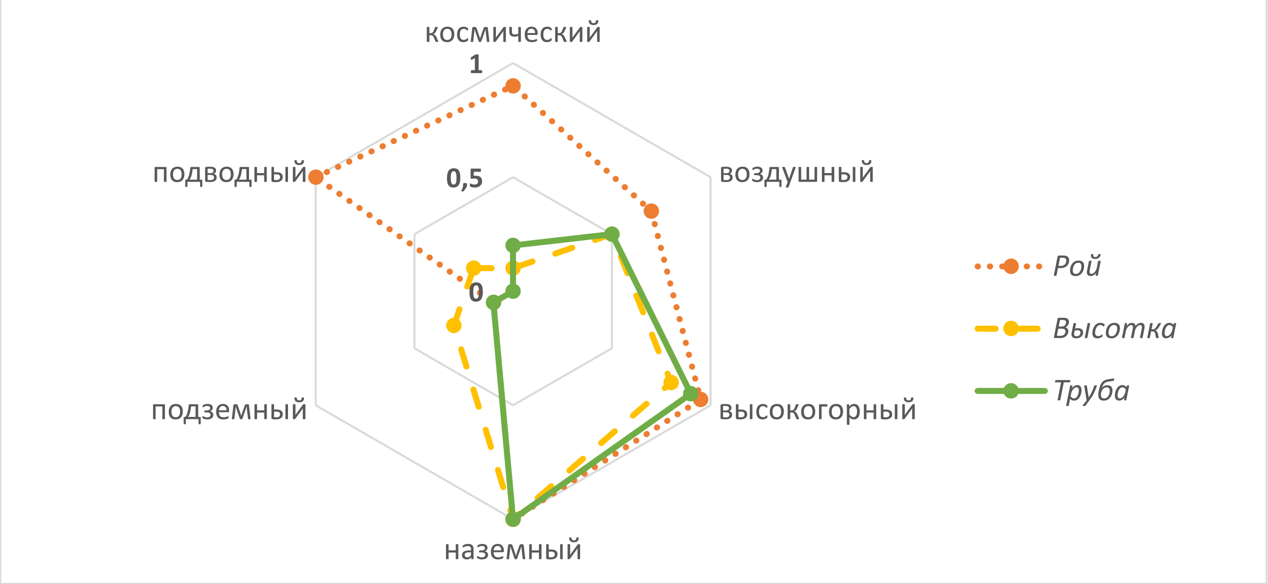


Рис. 1. Лепестковая диаграмма возможностей предложенных типов экспериментов в зависимости от места размещения в диапазоне вероятного использования [0, 1]

На рис. 2 представлены основные вехи в новом предлагаемом подходе моделирования установок на примере класса детекторов Uniscope. Дана общая схема и основные шаги при моделировании: а) выбор геометрии; б) реальная физическая форма; в) цифровая модель; г) симуляция по цифровой модели боковых и нижних детекторных систем, прохождение частицы, рождение вторичных частиц, развитие каскада и отклик.

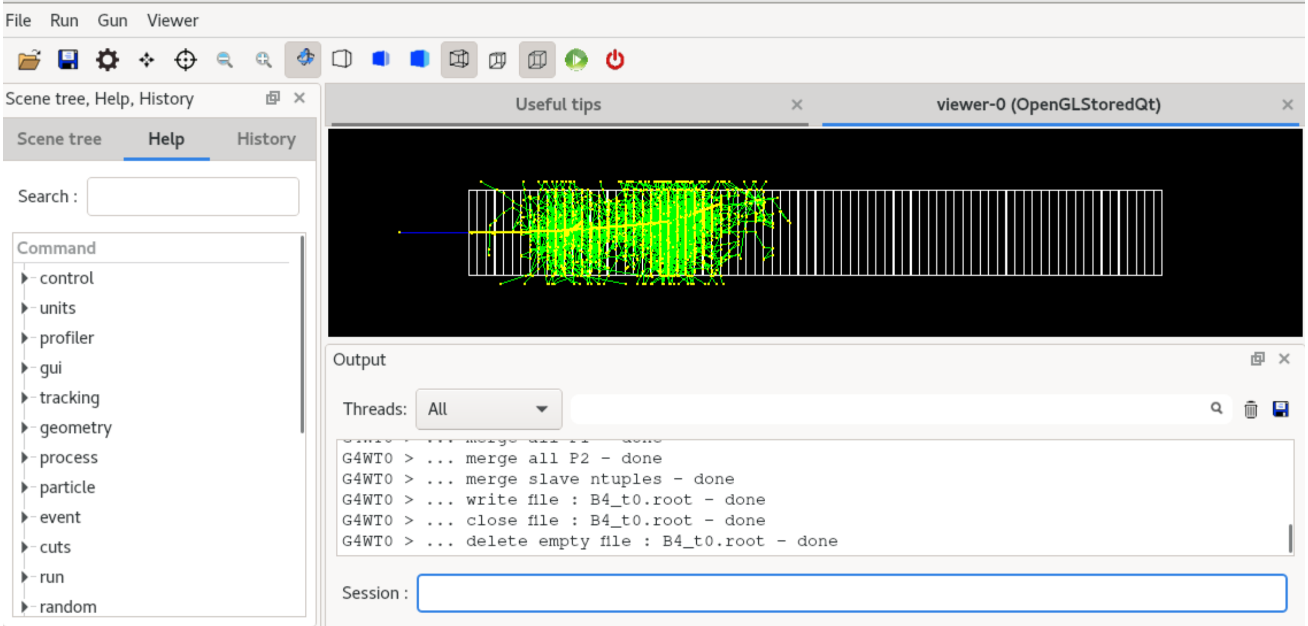
а) б) в) г)

Рис. 2. Общая схема и основные шаги при моделировании установок

Назначение данной установки – исследования по астрофизике и геофизике. Для астрофизических задач это могло бы быть регистрация излучений из космоса, изучении структуры оси ШАЛ, различных компонент ШАЛ на уровне наблюдений, мюонов и нейтрино. Для геофизических задач по физике атмосферы, изменения климата и мониторинга ядра Земли требуется только найти оптимальные для выбранных задач детекторов (регистрация излучений снизу от центра земли). Стоит сказать, что обзор данной установки может быть в диапазоне 20-40 градусов. В случае астрофизических задач, например, боковых мюонов важно моделирование прохождения излучения через боковые поверхности и типов детекторов на боковых сторонах данной установки.

Существуют различные методы построения данных геометрических структур моделирования и симуляции по физике. В данной работе проведены примеры реализации моделирования данного рода геометрии и подбор различных параметров при помощи итеративного метода с вычитанием рассчитанных геометрий топологических полостей. Использовался компьютер со следующими характеристиками: операционная система – Windows 10 Home 64; процессор – Intel Core i3; оперативная память – 8 Гб; жесткий диск – 1Тб; графическая память – 512 Мб. Моделирование геометрии проводилось с использованием кодов программных пакетов Matlab 6.1 [2] и OpenSCAD [3], которые позволяют моделировать и создать виртуальные объекты и их обработку для последующей трёхмерной печати. Использование комплекса программ и библиотек для моделирования установок известных в ядерной физике (Geant4 [4], Corsika [5] и т.д.), используя на разных стадиях генерации и прослеживания частиц, ливней и ШАЛ через модель установок даёт глубокое понимание процессов прохождения каскадов частиц через подобного рода структуру установок.

На рис. 3 изображен скриншот нашей программы для моделирования прохождения частиц через многослойную структуру, отражающую модель 80 этажного здания высотки башни «Москва» объекта «ОКО» в Москва-Сити, у которого линейные размеры площадей 900 кв.м., с расстоянием пролетов 3 м, межэтажного железобетонного перекрытия 20см. В данном случае запущен первичный протон с энергией 10 GeV, которых рождается много на уровне наблюдения (156 м). Для частиц с энергиями более 1 PeV где количество частиц превышает 10^7 необходимо использовать супкомпьютеры или кластер для параллельного расчета или использования метода с весами. Также стоит отметить, что при сверхвысоких энергиях плохо изучены взаимодействия адронов.



```
G4WT0 > ... merge all P2 - done
G4WT0 > ... merge slave ntuples - done
G4WT0 > ... write file : B4_t0.root - done
G4WT0 > ... close file : B4_t0.root - done
G4WT0 > ... delete empty file : B4_t0.root - done
```

Рис. 3. Интерфейс программы симуляции прохождения первичных частиц, прохождения каскада в высотке Москва комплекса ОКО

Основные детали приведены в наших предыдущих работах [6-10]. Аналогов для данного класса установок нет и не было предложено ранее.

Вывод

Предложены три новых типов установок для изучения спектров от 10^9 эВ до 10^{20} эВ и химического состава космических лучей и поиска источников, изучения оси ШАЛ. Предложена комплексная программа для моделирования каскадных процессов в установках. Одновременное использование всех данных классов установок будущего могло бы привнести в астрофизику и геофизику новые направления, науки, технологии и методов. Это важно в нынешних условиях перехода на новый технологический уклад.

Литература

1. Шозиёев Г.П. Мегаустановки детекторов черенковского и флуоресцентного света и моделирование установок // Монография. – Д.: ХоГУ, 2022. – 114 с.
2. Мироновский Л.А., Петрова К.Ю. Введение в MATLAB // Л.А. Мироновский, К.Ю. Петрова. Учебное пособие. СПбГУАП. СПб., 2005. – 122 С.
3. Pearce J.M. Chapter 6: „Digital Designs and Scientific Hardware" // Open-Source Lab: How to Build Your Own Hardware and Reduce Research Costs, Elsevier. – 2014. – P. 165–254.
4. GEANT4: A SIMULATION TOOLKIT. By GEANT4 (S. Agostinelli et al.). SLAC-PUB-9350, FERMILAB-PUB-03-339, Aug 2002. 86pp. Published in Nucl. Instrum. Meth., 2003, A506, p.250-303.

5. Heck D., Knapp J., Capdevielle J. et al. CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers. // Tech. rep., Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6019, 1998. p. 256.
6. Шозиёев Г.П., Шозиёев Ш.П. "Рой детекторов " и их применение в физике // Вестник Филиала Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова в городе Душанбе, издательство Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе (Душанбе, Таджикистан), том 1, № 1, с. 92-99.
7. Shoziyoev G.P., Shoziyoev Sh P. Fast “swarm of detectors” and their application in cosmic rays // EPJ Web of Conferences, том 145, № 145. p. 101.
8. Иматова Л.К., Олимов А.М., Шозиёев Г.П. Уравнения кривых второго порядка и их приложение в оптических системах // Маводи конференсияи ҷумҳуриявии илмӣ-назариявии олимони ҷавони ДМТ, Душанбе, 2017. с. 191-194.
9. Шозиёев Г.П. Расчет поперечного распределения черенковского света ШАЛ для различных сеток детекторов // Материалы международной научной конференции, посвященной 70 летию со дня рождения академика АН РТ Илолова Мамадшо, Душанбе, 2018. с. 191-192.
10. Шозиёев А.П., Шозиёев Г.П. Новые типы установок по регистрации космических лучей и моделирование установок // Сборник ВККЛ-2022, т.1. С.103-107.

УДК 539

К ВОПРОСУ ПРОБОПОДГОТОВКИ ДЛЯ РЕНТГЕНОФЛУОРЕСЦЕНТНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Шозиёев Ш.П.[1], Шозиёев Г.П.[2], Шозиёева А.П.[3]
[1]к.ф.-м.н., начальник ресурсного центра, Российско-Таджикский (Славянский) университет, (г. Душанбе, Республика Таджикистан)
[2]к.ф.-м.н., с.н.с. Института ядерных исследований Российской академии наук, (г. Москва, Российская Федерация)
[3]учитель лицея, филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе, (г. Душанбе, Республика Таджикистан)
shokarim@mail.ru, gulmurod@mail.ru, aklimoparvonashoevna@mail.ru

Аннотация. *Определение химического состава образца является актуальным вопросом. В связи с этим для определения элементного состава образцов рентгенофлуоресцентным методом, пробподготовка играет важную роль. В связи с этим в работе рассмотрены правили подготовки образцов для XRF (рентгеновская флуоресценция) анализа.*

Ключевые слова: *XRF (рентгеновская флуоресценция), пробподготовка, образец.*

TO THE QUESTION OF SAMPLE PREPARATION FOR X-RAY FLUORESCENCE SPECTRAL ANALYSIS

Shoziyoev Sh.P.[1]**, Shoziyoev G.P.**[2]**, Shoziyoeva A.P.**[3]
Russian Tajic Slavonic University
Institute for Nuclear Research Russian Academy of Sciences
Lyceum of Lomonosov Moscow State University in Dushanbe

Annotation. *Analysis of the chemical sample components is very important. In this regard, sample preparation plays an important role in determining the element of the composition of samples by the X-ray fluorescence method. In this regard the paper shows the rules of samples preparation for XRF (X-ray fluorescence) analysis.*

Keywords: *XRF (X-ray fluorescence), sample preparation.*

Явление рентгеновской флуоресценции широко используется для элементного анализа и химического анализа, особенно при исследовании металлов, стекла, керамики и строительных материалов, а также для исследований в области геохимии, криминалистики, археологии и предметов искусства.

Метод XRF (рентгеновская флуоресценция) – это неразрушающий аналитический метод, используемый для определения элементного состава материалов. Анализаторы XRF определяют химический состав образца путем измерения флуоресцентного (или вторичного) рентгеновского излучения, испускаемого образцом, когда он возбуждается первичным источником рентгеновского излучения.

Когда материалы подвергаются воздействию коротковолнового рентгеновского или гамма-излучения, может происходить ионизация составляющих их атомов. Ионизация состоит в выбрасывании одного или нескольких электронов из атома и может произойти, если атом подвергается воздействию излучения с энергией, превышающей его энергию ионизации исходя из электронных орбиталей характеристической энергии.

Открытие рентгеновских лучей и их применение в изучении вещества в 30-х годах прошлого века способствовало открытию новых химических элементов как гафний (1923г.) и рений (1925 г.). Возникший новый метод зарекомендовал себя как универсальный метод химического анализа вещества и изучения электронного строения атома. Работа [Боровского и др, 1953] в развитие рентгеновского спектрального анализа открыла и развивала путь для широкой научной деятельности, от пищевой промышленности до анализа метеорных пород и т.д. [Шестая Всероссийская…, 2008; Нечипоренко А.П. и др., 2016].

Основным показателем концентрации в РФА является зависимость интенсивности флуоресценции от состава, анализируемого аналита (элемента). При анализе однородных материалов используются спектрометр разной модификации (Eugene P., 1978). Например, волнодисперсионные рентгено-флуоресцентные спектрометры серии «СПЕКТРОСКАН МАКС» позволяют делать качественный и количественный анализ твердых и жидких образцов. В основе принцип работы данного спектрометра лежит получения рентгенофлуоресцентного спектра пробы. Данный спектрометр управляется с помощью специального программного обеспечения (ПО). Диапазон измерения данного прибора начинается от кальция и заканчивается актиноидами [Жижин И.П. и др, 2002].

Метод XRF (рентгеновская флуоресценция) – это неразрушающий аналитический метод, используемый для определения элементного состава материалов. Анализаторы XRF определяют химический состав образца путем измерения флуоресцентного (или вторичного) рентгеновского излучения, испускаемого образцом, когда он возбуждается первичным источником рентгеновского излучения.

Подготовка проб (образцов). Технология подготовки образцов к анализу во многом зависит от физического (агрегатного) состояния вещества – твердый, жидкий или газовое состояние [Ширкин Л. А., 2009; Лосев Н.В.,1969].

Твердые пробы. Подготовка твердых образцов предлагается в два варианта:

а) пробу нужно вырезать определённого размера (по размеру обоймы аппарата). Точность измерения содержания аналита (элемент) во многом зависит от обработки плоскости поверхности образца, т.е. образцы с меньшей шероховатостью анализируемой плоскости дают меньше погрешность измерения.

б) анализ измельчённых пород позволяет измерить усредненное содержание аналитов. Запрессованные пробы должны быть однородными и с максимальной гладкой поверхностью. При работе с порошковыми пробами рекомендуется использовать образцов в прессованной (таблетированной) форме при давлениях до 7 тон, а размер включений фракций должно быть меньше 70 мкм. Размер этих образцов должен быть в пределах размеров обойма спектрометра.

Жидкие пробы. При измерении жидких образцов используют кюветы разного типа. Во время анализа жидких проб необходимо следить за отсутствием воздушных пузырьков. Кюветы с жидкой пробой накрываются лавсановой пленкой и закрепляется металлическим кольцом или оправой.

Для всех видов проб рассчитываются средние, максимальные и минимальные значения, а также коэффициенты вариации – отношение между стандартным отклонением и средние, выраженные в процентах. Эмиссионные линии элементов в пробах должны быть идентифицированы по базам данных спектров ПО, что позволило бы провести реальную оценку линий искомых элементов в пробах.

Заключение. Типичный размер образца, изготовленного для типичного XRF-спектрометра, составляет от 25 до 30 мм в диаметре и включает определенное соотношение образца и связующего вещества.

Применение и широкое развитие рентгеновской спектроскопии и рентгеновского спектрального анализа в нашей стране, является ключом для развития аграрного сектора (анализ почвы), пищевого сектора. Анализ пород как один из параметров геологического картирования месторождений драгоценных металлов, анализ содержания предметов, имеющие археологическую и историческую ценность, должно быть внесено в соответствующие направления исследований.

Литература

1. Боровский И.Б., Блохин М.А. Физика рентгеновских лучей. Первое издание -М. Госуд. Издательство техн.-теор. лит. 1953. -456 с.
2. Шестая Всероссийская конференция по рентгеноспектральному анализу с международным участием, Материалы конференции, Краснодар, 5-10 октября 2008 г., 280 с.
3. Ширкин Л. А. Рентгенофлуоресцентный анализ объектов окружающей среды: учеб. пособие / Л. А. Ширкин; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во. Владим. гос. ун-та, 2009. – 60 с. – ISBN 978-5-89368-919-8.
4. Eugene P. Bertin. Introduction to X-Ray Spectrometric Analysis. Plenum Press, New York - London, 1978.
5. Лосев Н.В. Количественный рентгеноспектральный флуоресцентный анализ. // Москва: «Наука», 1969. 336 с.
6. Нечипоренко А.П. и др. Специализированный практикум по физико-химическим методам анализа. Теория и практика. Часть II. Учебно-методическое пособие. – СПб.: университет ИТМО, 2016. – 181 с.
7. Жижин И.П. и др. Рентгенофлуоресцентные спектрометры серии «Спектроскан макс». Аналитические характеристики. // Аналитика и контроль, 2002, Том 6, №14, стр. 463-469.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

СОВРЕМЕННОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Подписано в печать 9 июня 2023 года
Заказ 98. Тираж 100 экз.
Отпечатано в типографии
филиала Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова в городе Душанбе.
734003, город Душанбе, улица Бохтар, 35/1